

近现代数学发展概论

张光远

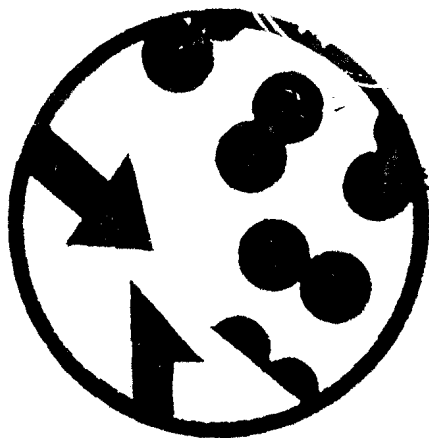


重庆出版社

近现代数学发展概论

张光远

重庆出版社



(川)新登字010号

责任编辑 赵 剑

封面设计 王小珊

技术设计 费晓瑜

张光远

近现代数学发展概论

重庆出版社 出版、发行 (重庆长江二路205号)

新华书店 经销 重庆印制一厂印刷

*

开本850×1168 1/32 印张14.5 插页8 字数354千

1991年12月第一版 1991年12月第一版第一次印刷

印数: 1—2,950

*

ISBN 7-5366-1599-X/O·14

科技新书目253—323 定价: 8.65元

序

众所周知，数学在人类文化的发展史中占有重要地位，很早就已成为人们研究自然科学，推动社会发展的有力工具之一。近年来，现代数学正迅速地向社会科学的各个领域渗透。因此掌握一些近现代数学的基础概念，基本内容，思想方法和发展状况是作为现代社会的人必备的基本文化素养之一。

这本书，内容丰富，用不大的篇幅简明扼要地概述了近代和现代数学大部分分支的历史发展过程。它不单纯是史料和人物的传记，而是以历史人物为线索，通过丰富的史料阐述了作者的观点。特别着重介绍了各个时期中最为突出并且对于后期数学发展起着主导作用的主流工作。通过主流工作引入数学的基本概念，基本内容和思想方法，描述了新数学思想的产生和在斗争中求得发展的古往今来，努力揭示了数学意义的主流和本质。对数学各分支之间及数学和其他自然科学之间的联系也作了很好的描述。

本书对于专业数学家和未来的数学家，尤其是对于数学教育工作者有很大帮助。专业数学家不得不把主要时间和精力倾注在他们的专题上，很少有机会去熟悉他的科学的历史。然而历史背景是重要的，因为现在的根扎在过去。虽然数学大树已伸张成百分支，新的分支仍不断生长和发展，但它毕竟是一整体。了解相近分支的发生和发展过程常常是专业数学家产生创造性思维的源泉之一。对于未来数学家和广大数学爱好者而言，本书另有好

处。通过学习本书不仅能把他们在中学和大学课程中所学得的一些似乎没有什么关系的数学片断联系起来，而且能把所学的各分支的数学内容和思想方法融入数学发展的主干，在数学研究的主流方向上发展自己的兴趣。它对于广大数学教育工作者而言更是一本难得的教学参考书。因为通过生动史料与教学内容相结合的课堂讲授当然会比从定理到定理的讲授要生动有趣得多。

本书另一重要特点就是弥补了许多数学史书的缺陷，着重介绍了我国数学家在近代和现代数学各发展时期中的重要贡献。这对于振奋民族精神；激发青年学生和广大数学工作者的爱国热情；推动我国数学教育和研究事业的发展；促使我国数学科学研究早日赶上当代发展的先进水平都将会是大有益处的。

丁 协 平

1989年12月20日

2/21/3224

绪 言

科学史的奠基者和创始人，美国著名学者萨顿(G. Sarton, 1884—1956)曾深刻地指出：“在任何学科中任何一个不知道它的历史概况的人是不能被承认为大师的。……他应该熟悉他那一门科学的前辈。这几乎是一种道义上的责任，我们可以把它和任何受过教育的公民有责任去了解他自己的国家的历史相比。”近代数学的开创者之一，伟大的德国数学家、哲学家莱布尼兹(Leibniz, 1646—1716)早就指出：“数学史的用处不仅在于历史公正地衡量每一个人，使得后人可能得到同样的称赞，而且还在于促进发展的艺术，而它的方法是通过有名的范例为大家所了解。”19世纪末20世纪初的法国大数学家庞加莱(Henri Poincaré, 1854—1912)更明确地指出：“如果我们想要预见数学的将来，适当的途径是研究这门科学的历史和现状。”

因此，通过对数学史的研究，不仅有助于了解世界数学宝库中中外各国数学家令人神往的成就及其为科学事业献身的感人品格和不同寻常的经历，更重要的是通过了解数学惊心动魄的发展历程，探索先人的数学思想，有助于掌握数学发展的规律，指导数学的进展，预见数学的未来——一句话，为现代数学研究提供有益的参考资料。

对于古代和世界近代数学史的研究，中外专家学者已经有了丰富而精辟的论著。而现代数学的灿烂光芒，特别是中国现代数

学的光辉却未充分折射入世人的眼中。所以，我认为将近现代数学家，特别是中国现代数学家对数学发展有着重要影响的工作载入现代数学史册，无疑是一种道义上的责任！

基于上述动意，《近现代数学发展概论》不揣浅陋行色匆匆地问世了。编者的企图旨在轮廓式地概述17世纪以来近现代数学的发展历史，介绍对它起决定性影响的主流事件，以及近代数学思想向现代数学思想演化过程中的问题、矛盾和斗争；介绍现代数学发展中出现的各种新理论、各种数学哲学思潮和数学流派；突出介绍中国在现代数学史上的成就和地位，但是，由于现代数学的分支学科及其文献是如此之多，进展步伐是如此之快，专门化程度是如此之高（现代数学有几十个分支二百多个专门方向，每年提出的新定理约二十万条；全世界约一千五百种数学研究杂志，用近百种语言出版，仅美国文摘性杂志《数学评论》1979年摘录索引的论文就超过五万篇，且以每八至十年翻一番的速度增长；现代数学由于过于深刻、庞大，使得连不同方向的数学家之间也存在着隔膜），而编者又如此孤陋寡闻、功底浅薄，所以不可能也没有能力全面评述各门学科的研究情况，只能就一些主要分支学科，收集资料进行编写，在编写过程中参考或引用了其它文献，在此谨向有关作者致谢。

在此有两个问题应该作说明：其一，编者认为不存在一种“最高的”数学，而只有数学的主流和前沿，它具有强烈的时代精神。在概述现代数学发展时，就纯粹数学而言突出了希尔伯特23个数学问题及其解决情况和国际菲尔兹奖获得者的工作这两个主题（这两个方面的工作又有很大联系，从1936年至1974年的20名菲尔兹奖获得者中，至少有12人的工作与解决希尔伯特问题直接有关），这两方面的工作基本上覆盖了纯粹数学的前沿。其二，近十年来数学发展的特点与趋势，使人们强烈地感到，要想精确地勾画出前沿将是徒劳无益的，而且数学分支间的相互渗透完全打破

了各学科的界限——数论的某些部分与代数几何的某些部分已变得几乎无法区别了；大范围微分几何和微分拓扑学、线性尤其是非线性偏微分方程，甚至数学物理、代数几何混合并存；概率论的技巧在越来越多的分支中出现（例如统计学、偏微分方程、泛函分析、微分几何与流形上的分析、动力系统等等）；代数 K 理论求助于各学科的技巧，又反过来给许多学科如微分拓扑学、代数拓扑学、数论、代数几何学等以新的观点；数值计算已发展成为许多数学分支的重要工具，例如数论、动力系统、偏微分方程论、理论力学和最优化等等……因此，法国国家科研中心(CNRS) 1981年发表的形势报告中就强调学科划分是无益的。但是，从历史发展的角度和传统的习惯考虑，文中仍然保持了各分支的划分，并将有关成果归属于其中某一分支，尽管这种归类看起来似乎不太“合理”。

本书由丁协平教授、马志圣副教授审稿，刘应明教授、李安民教授分别审阅了第十章“拓扑学”和第九章“微分几何学”，并提出了许多宝贵意见。另外，王国炳副教授曾对本书的初稿进行过初审。对他们的悉心指教，我谨致诚挚的谢意。

由于编者知识水平所限，难免浅薄粗糙，乃至愚鲁之误。今将之呈奉读者，意在抛砖引玉，求教大方。恳盼读者不吝赐教，提出批评意见。

编著者

1989年3月

目 录

绪 言.....	(1)
----------	-------

第一章 17世纪：近代数学的创立——解析几何与

微积分的诞生.....	(1)
-------------	-------

I. 变量数学发展的第一个决定性步骤.....	(2)
-------------------------	-------

(1) 解析几何产生的背景.....	(2)
--------------------	-------

(2) 费尔马——具有古典色彩的工作.....	(4)
-------------------------	-------

(3) 笛卡尔——超越传统希腊几何学最重要的一步.....	(6)
-------------------------------	-------

II. 变量数学发展的第二个决定性步骤.....	(9)
--------------------------	-------

(1) 一百年的微积分孕育期.....	(9)
---------------------	-------

(2) 牛顿的流数术微积分.....	(12)
--------------------	--------

(3) 莱布尼兹的无穷小微积分.....	(15)
----------------------	--------

(4) 牛顿与莱布尼兹特点比较.....	(19)
----------------------	--------

(5) 中国古代解析几何与微积分思想萌芽.....	(20)
---------------------------	--------

第二章 18世纪：近代数学的发展期——分析学的

兴起.....	(32)
---------	--------

I. 分析学的主要成就.....	(33)
------------------	--------

(1) 贝努里家族对微积分的传播、发展.....	(33)
--------------------------	--------

(2) 欧拉在分析学方面的卓越贡献…………… (35)

(3) 达朗贝尔、拉格朗日、拉普拉斯对分析学的贡献…………… (37)

I. 微积分基础的内在矛盾导致“第二次数学危机”…………… (44)

II. 微积分基础概念的演化——先驱者的探索…………… (46)

(1) 洛必塔的无穷小量分析…………… (46)

(2) 达朗贝尔“理性的”极限观念…………… (46)

(3) 欧拉形式化代数方法的微积分…………… (47)

(4) 拉格朗日的代数化微积分…………… (48)

(5) 罗里里埃、拉克鲁阿用极限理论奠基微积分的思想…………… (49)

第三章 19世纪：近代数学的成熟期——数学的飞跃发展…………… (52)

I. 微积分基础概念的进一步演化——数学分析严密化体系确立…………… (54)

(1) 极限与无穷小的综合——柯西奠基现代分析体系…………… (54)

(2) 波尔察诺的 ϵ — δ 思想…………… (58)

(3) 维尔斯特拉斯——“数学分析之父”…………… (60)

(4) 黎曼积分建立…………… (61)

(5) 实数理论和集合论最终完善经典分析…………… (63)

II. 分析学的蓬勃发展…………… (71)

III. 抽象代数学的先驱业绩…………… (75)

(1) 伽罗瓦理论的全新刺激…………… (75)

(2) 群论进入数学中心…………… (78)

(3) 高等代数系统化与“早产儿”逻辑代数、

超复数·····	(79)
Ⅳ. 非欧几何——几何学复兴的黄金时代·····	(81)
(1) 曲线、曲面论几何学的进展·····	(81)
(2) 罗氏几何、黎曼几何——影响数学本 性的发现·····	(83)
(3) 克莱茵统一几何学到希尔伯特“五群 公理”·····	(89)
附: 希尔伯特23个数学问题及其解决情况·····	(92)
 第四章 数学基础的哲学论战·····	(97)
Ⅰ. 悖论震撼了数学大厦·····	(98)
Ⅱ. 数学基础的哲学流派·····	(100)
(1) 逻辑主义·····	(102)
(2) 直觉主义·····	(105)
(3) 形式主义·····	(112)
Ⅲ. 关于数学相容性及公理集合论·····	(117)
(1) 哥德尔的两大发现·····	(117)
(2) 根茨对纯数论的相容性证明·····	(119)
(3) 公理集合论的产生·····	(120)
(4) 选择公理和连续统假设的相容性、独 立性·····	(121)
(5) 公理集合论的新进展·····	(125)
 第五章 现代数学发展概观之一: 数论·····	(128)
Ⅰ. 综述·····	(128)
Ⅱ. 数论中的六颗明珠·····	(134)
(1) 素数定理·····	(135)
(2) 黎曼假设·····	(136)

(3) 费尔马小定理.....	(138)
(4) 费尔马大定理与莫德尔猜想.....	(139)
(5) 华林问题.....	(140)
(6) 哥德巴赫猜想.....	(143)
第六章 现代数学发展概观之二: 微分方程论.....	(146)
I. 偏微分方程.....	(146)
II. 常微分方程.....	(156)
第七章 现代数学发展概观之三: 函数论.....	(164)
I. 复变函数论.....	(164)
(1) 奠基性工作.....	(164)
(2) 单复变函数论的发展.....	(171)
(3) 多复变函数论的发展.....	(183)
(4) 华罗庚等多复变函数论的贡献.....	(192)
II. 实变函数论.....	(195)
(1) 积分学的革命.....	(195)
(2) 苏联函数论学派及鲁津猜想.....	(198)
(3) 多元傅里叶级数.....	(202)
(4) 新的函数空间.....	(204)
(5) 多线性算子理论与加权理论.....	(206)
(6) 利特伍德猜想和卡尔德隆猜想.....	(207)
(7) 抽象调和分析与实函逼近论.....	(209)
(8) 陈建功对实变函数论的贡献.....	(211)
第八章 现代数学发展概观之四: 抽象代数学.....	(214)
I. 20世纪的抽象代数学.....	(214)
(1) 群论.....	(214)

(2) 域论.....	(219)
(3) 环论.....	(220)
(4) 格论.....	(224)
(5) 同调代数.....	(224)
(6) 代数 K 理论.....	(224)
(7) 线性代数.....	(225)
I. 代数几何学的进展.....	(226)
II. 中国的抽象代数学.....	(234)
第九章 现代数学发展概观之五: 微分几何学	(244)
I. 微分几何学的形成和发展.....	(244)
II. 微分几何学在中国.....	(255)
第十章 现代数学发展概观之六: 拓扑学	(263)
I. 拓扑学的早期阶段.....	(263)
II. 代数拓扑学.....	(266)
III. 微分拓扑学.....	(269)
IV. 一般(点集)拓扑学.....	(275)
V. 不分明拓扑学.....	(282)
VI. 生机蓬勃的中国拓扑学研究.....	(287)
第十一章 现代数学发展概观之七: 泛函分析	(293)
I. 泛函分析的起源.....	(294)
II. 泛函分析的创立.....	(295)
III. 泛函分析的成熟期.....	(298)
IV. 泛函分析的最新进展.....	(300)
第十二章 现代数学发展概观之八: 概率论与数	

理统计.....	(305)
I. 概率论.....	(305)
(1) 概率论基础.....	(305)
(2) 极限理论.....	(308)
(3) 随机过程的经典工作.....	(312)
(4) 马尔可夫过程新进展.....	(315)
(5) 抽象空间与无穷质点的随机过程.....	(317)
(6) 鞅论与随机分析.....	(319)
II. 数理统计学.....	(323)
第十三章 现代数学发展概观之九: 运筹学.....	(336)
I. 规划论.....	(337)
II. 对策论.....	(343)
III. 排队论.....	(344)
IV. 优选法.....	(346)
V. 图论和组合学.....	(347)
第十四章 现代数学发展概观之十: 电子计算机.....	(348)
I. 先驱者的探索.....	(348)
II. 现代计算机的奠基性工作.....	(350)
III. 现代计算机的演变及发展方向.....	(354)
第十五章 现代数学发展概观之十一: 控制论.....	(360)
I. 第一代控制论.....	(360)
II. 第二代控制论.....	(362)
III. 第三代控制论.....	(365)
IV. 走向世界的中国控制论研究.....	(368)

第十六章 现代数学中的新学说	(371)
I . 非标准分析.....	(371)
II . 突变理论.....	(375)
III . 模糊数学.....	(378)
IV . 制约逻辑.....	(388)
第十七章 历史留下的启示	(393)
I . 哥廷根的兴衰与美国的胜利.....	(394)
II . 波兰数学的中兴——独树一帜, 异军突起.....	(400)
III . 布尔巴基学派——年轻开拓者重建数学.....	(406)
IV . 尖端发展与基础教育——苏联数学称雄世界	(412)
V . 中国——向世界主流数学挺进.....	(417)
附录一: 国际数学家大会与菲尔兹奖获得者.....	(425)
附录二: 国际沃尔夫 (Wolf) 奖获得者.....	(431)
主要参考文献.....	(436)
人名索引.....	(441)

第 一 章

17世纪：近代数学的创立 ——解析几何与微积分的诞生

世界数学发展史，一般划分为四个时期：数学的产生（公元前3000年至公元前5世纪）；常量数学即初等数学（公元前5世纪至公元17世纪）；变量数学即近代数学（公元17世纪至19世纪末）；现代数学（19世纪末至今）。

在数学史上，17世纪被称为天才的、富于伟大发现的英雄世纪。在欧洲，数学在印度、阿拉伯和文艺复兴时期所取得的成就的基础上，受到资本主义生产方式发展特别是产业革命的刺激，发生了极其深刻的变革，它一方面继承了希腊数学关于数学是研究自然的有力工具这个光辉传统，另一方面又实现了数学史上继希腊数学之后的一大飞跃，创立了近代数学，从而开始了数学发展中一个本质上的新时期。这是一个划时代的充满创新精神的革命时期；在数学的基本思想、基本方法、基本内容和发展方向上都发生了根本的转变。

此阶段数学发展的特点：（1）超越了古希腊传统的潮流，思想方法上忽略了长期占统治地位的数学的严格性，发展了直观推断思想。数学研究的基本思想从以常量观念为中心转到以变量观念为中心。（2）代数与几何得到平衡。数学研究的基本方法从希腊传统的几何的演绎法，转变为算术、代数的分析法。在此之前，

数学的基本对象数和形基本上是彼此分离的，算术、代数和几何基本上是彼此独立发展的。近代数学的基础解析几何和微积分的诞生，标志着算术、代数与几何的结合成为数学发展的一个重要方向。人们认识到了数的重要性超过图形，积极使用“无限”概念；发现了问题之间的显著联系，用微积分方法解决了力学的一些问题和计算体积、面积、弧长、作切线等。(3)重视与实验相结合，纯粹数学和应用数学重新结合的趋势得到加强，确立了数学在自然科学方法中的地位，数学成为自然科学的推理依据（例如牛顿的《自然哲学的数学原理》表明了物理学和数学不可分割的联系），从而使人们对自然规律有了更精确、更深入的认识，这正是自然科学的“科学”精神之所在。

17世纪数学的最大成就是创立了解析几何学和微积分，这两门学科的建立为近代数学大厦的形成和发展，提供了坚实基础和广阔前景。

1. 变量数学发展的 第一个决定性步骤

(1) 解析几何产生的背景

16世纪，经历了1000年中世纪黑暗后的欧洲受到文艺复兴思潮的强烈冲击，近代自然科学在那里兴起，数学在那里复苏并又得到长足的发展。

自古代到近代，数学在欧洲经历了一个曲折起伏的发展过程。古希腊人（毕达哥拉斯学派——欧几里得——阿基米德——阿波罗尼乌斯）在数学，特别是在几何学方面表现出杰出的才能并取得了辉煌的成就。但是，经过罗马人的统治和进入中世纪以后，数学在欧洲沉寂衰落。文艺复兴运动掀起了以复兴古希腊、