汉译世界学术名著丛书

科学与假设

〔法〕彭加勒 著

汉译世界学术名著丛书

科学与假设

〔法〕彭加勒著

叶蕴理译

商务印书馆

1989年·北京

汉译世界学术名著丛书

科学与假设

〔法〕彭加勒 著　叶蕴理 译

商务印书馆出版
（北京王府井大街36号）
新华书店总店北京发行所发行
北京第二新华印刷厂印刷
ISBN 7-100-00521-3/B·64

1930年10月第1版	开本 850×1168 1/32
1957年10月重印新1版	字数 117千
1989年7月北京第5次印刷	印张 $5^{1}/_{2}$
印数 7,000 册	插页 4

定价：3.05 元

9153.60

汉译世界学术名著丛书
出版说明

我馆历来重视移译世界各国学术名著。从五十年代起，更致力于翻译出版马克思主义诞生以前的古典学术著作，同时适当介绍当代具有定评的各派代表作品。幸赖著译界鼎力襄助，三十年来印行不下三百余种。我们确信只有用人类创造的全部知识财富来丰富自己的头脑，才能够建成现代化的社会主义社会。这些书籍所蕴藏的思想财富和学术价值，为学人所熟知，毋需赘述。这些译本过去以单行本印行，难见系统，汇编为丛书，才能相得益彰，蔚为大观，既便于研读查考，又利于文化积累。为此，我们从1981年至1986年先后分四辑印行了名著二百种。今后在积累单本著作的基础上将陆续以名著版印行。由于采用原纸型，译文未能重新校订，体例也不完全统一，凡是原来译本可用的序跋，都一仍其旧，个别序跋予以订正或删除。读书界完全懂得要用正确的分析态度去研读这些著作，汲取其对我有用的精华，剔除其不合时宜的糟粕，这一点也无需我们多说。希望海内外读书界、著译界给我们批评、建议，帮助我们把这套丛书出好。

商务印书馆编辑部

1987年2月

目　　錄

導　言

大凡科学的眞理，对一位膚淺的观察者是無可怀疑的；科学的邏輯是永固的，至于学者們有时会犯錯誤，那是因为他們不知其中的規則。

一切数学的眞理，是用了一連串正确的推理从少数明顯的命題(proposition)推演出來的；不但是我們不得不服从这些眞理，就連那自然界本身亦复如是。它們好像能支配“造物者”，只許它在比較上很少的解答中能有所选擇。因此我們只要有一些經驗，便知道它所选的是什么。从每个經驗中，用一系列的数学演繹法便可推出許多的后果(consequence)，也就是这样从每个后果我們才認識宇宙的一角。

这就是普通一般人，以及略知物理的中学生所想像的科学定理的來源。这就是他們怎样認識实驗和数学的作用。这也是百年前許多学者对这作用所懂得的，那时候，他們夢想借用愈少愈妙的实驗的材料，來說明世界的結構。

人們試略加思索，就可知假設(l'hypothèse)在科学中所占的位置；人們已知数学家旣少不了它，而实驗家也少不了它。因此就生出一个疑問：所有这些建筑在假設上的学問是否坚固的，而人們認为它經不起一陣小風便要傾倒的。作这样的怀疑，还是膚淺的見解。怀疑一切，或信仰一切，都是很便利的兩种解答，因为兩者都可以使我們不用思索。

所以我們对于假設且慢粗淺地加以責难，应該細心審察它的作用；这样我們才能認識它不但是必需的东西，并且它往往是合法的了。我們將見假設可分几种，有的是可以証实的，并且一經实驗証明，就成为眞理的淵藪；有的不会遺誤我們，同时好处在能堅定我們的思想，最后有的只是貌似假設，其实不过是一种伪裝的公約(convention)或定义而已。

这最后的一种假設大半見于数学及其相关的科学。这些科学正因此而愈形眞确；这些公約是我們精神上一种自由活动的產品，它在这一种范圍里是無障碍的。在这里面我們的精神可以肯定，因为它能頒布法令；但要知道，这些法令僅可頒行于我們的科学中，沒有它們科学將变为不可能；它們不能支配自然界。然而，这些法令是否任意的？不，否則它們將不生效果了。实驗固然讓我們自由选擇，然同时又指示我們以最便利的路徑。所以我們的法令如同一專制聰明的太子，要諮詢参謀会議后才頒布的法令一样。

有人对于在有些科学的基本原則中，这一种自由的公約的特征，引为惊奇。他們曾經想过分地加以推廣，而同时忘却了自由非即任意之謂。因此他們就成立了所謂唯名主义(nominalisme)。他們自問道，学者是否即他所自造的定义的傀儡，而他所認为發現的世界是否簡直就是他的私意所創①。在这情形下，科学將或是确实的，但是缺少前途了。

果眞如此，則科学將必無能力了。但我們覓見其蒸蒸日上。它如不能使我們知道些实在的东西，这样是不可能的；但它所能达到的，并不是老实的教条主义者(dogmatiste)所想的事物的本身，这

① 参閱 M. Le Roy: Science et Philosophie (Revue de Métaphysique et de Morale, 1901.)

不过是物与物間的关系而已；除这种关系以外，再沒有可知的实在(la réalité)了。

这就是我們將來的結論，然为此我們必須从算術与几何談起，一直談到力学与实驗物理学。

数学推理的性質是什么？眞是我們通常所信为演繹的嗎？把它仔細分析一下，可知大为不然，它在某种范圍內却帶着归納推理的性質，其所以丰裕亦正在此。但它还保存着不少的絕对精密的性質；这是我們在开始就要說明的。

等到既然弄明白数学交給研究者这一种工具之后，那时我們还要討論另一基本概念，就是数学量。这是我們可在自然界中找到的呢，抑或是我們所導引進去的呢？又，果眞是那后一情况，則我們会不会完全弄錯呢？試把我們感覚所得的粗鈍数据和那数学家理想中所称呼的極端复雜而微妙的数学量來比較，我們勢必承認一种分歧；所以我們想收罗万有的这个框子，原來是我們手創的；然而我們幷未偶然做成它，我們可說曾經按照尺寸去做的，因此我們能收進事实，同时又能对事实的主要的东西不加改觀。

我們对于世界所支配的另一框子就是空間。几何的基本原理是从何而來？是邏輯学支配我們的嗎？罗巴切夫斯基創立了非欧几里得几何学以証明其不然。空間是否由我們的感官得來的？也不是，因为我們的感官所能揭示的，絕对与几何学家的空間不同。几何学是否來自經驗？深刻研究之后，可見不然。所以我們結論它的原理不过是一种公約；但不是任意的公約，現在如把它轉运到另一世界（我叫它非欧几里得世界，我幷且要把它想出來），我們就得采用別的公約了。

在力学中，我們也將得到相似的結論，幷且我們將知这种科学

的原则，虽然比較直接根据于实驗，但还含有几何公設（postulat）的公約性。到此为止，都还是唯名主义占着勝利，但現在我們且看眞正的物理学如何。这里情况改变了，我們遇見一些别的假設，并可見其何等的丰富。無疑地，表面看來，理論对我們好像是脆弱的，而它在科学史上，又每如曇花一現，但是它們也不能完全消滅，而每一理論总有所殘余。这殘余的东西，正是应当清理的，因为正是那兒而唯独那兒，才是眞正的实在哩。

物理学的方法是建設在归納上的，我們借此可知在先前發生过的外界某种境况畢具时，某现象必可重新發生。如所有的这些境况可以如数重現，則这条原理，就可以放心应用了，但这是从來沒有过的，其中总有些境况是缺少的。我們可以确信这是不重要的嗎？这顯然不是的。这也許似乎对的，但这不是确实一定的。由此見得概率（la probabilité）的概念在物理学上的作用，是何等的偉大了。所以概率的計算不僅是一种消遣和賭博者的引導，而我們应当深究其原理才行。关于这層，我只能給点很不完备的結果，因为这种使我們辨别眞相的空泛的本能很难加以分析。

我以为把物理学家工作的情形研究之后，还要說明他們工作的成績。因此我就在光学与电学的歷史中举了些例子。我們將知弗勒納耳（Fresnel）和麥克思韋（Maxwell）的理論何來，以及安培（Ampère）和那些創造这电动力学（électrodynamique）的学者引用了那一些不自觉的假設。

第一部　数与量

第一章　数学推理的性質

一

数学的科学的可能性本身好像是一种不可解决的矛盾。如果这种科学之为演繹不过是表面的，則它所有的这种嚴密而無疑的正确性何由而來的呢？反之，若說它的一切命題都可用形式邏輯的規則相互引出，則数学豈不变成一种龐大的重复語(tautologie)么？三段論不能告人以眞正新穎的事物，且如所有必來自同一律(principe d'identité)，則所有亦必能归入其中。然則充滿許多書中的定理的陈述將不过是 A 卽 A 的各种弯轉的說法而已，这样說人們会同意嗎？

自然，所有的推理都可归根到几条公理(axiome)上，因这是所有推理的起源。假使有人断定这些推理不能化为矛盾律(principe de contradiction)，又如人們也不願認为是一些不能参加数学需要性的經驗事实，則人們还有可能把那些推理列入先驗的綜合判断(jugement synthètique a priori)之中。这样并非解决困难，不过加以洗礼而已。卽使到了綜合判断的性質对于我們不再神秘的时候，然而那矛盾仍不会消滅的，它不过退了一步。三段論推理对于給与它的数据仍是無所添加的，这些数据化为一些公理，而在

結論中人們决不能找到別的东西。

無論什么定理，如在它的証明中不参加新的公理，則必不是新的，推理只能借用直接的直觉法(intuition)給我們直接明顯的眞理；它好像只是一个寄生的中人，于是人們要不要問那所有三段論的工具是否單單用來遮蔽我們的借用品的？

我們随便展开一本数学書，便知道其中的矛盾令人更为惊奇；著者在每一頁里有推廣已知的命題的意圖。所以数学方法是否由特別而推及普遍，然則何以又說它是演繹的呢？

最后，如果数学是純粹分析的，或可由少数綜合判断分析出來的，則特殊聪明的人一眼就可能看出所有的眞理。再說吧，人們甚至可希望总有一天会發明一种簡單的言語，來叙述这些眞理；使得常人也能一目了然。

人們如不承認这些結果，就要知数学推理的本身有一种創造性，因此它与三段論实有区別。

兩者的区別应該是深刻的。譬如將兩相等数作同样的均匀运算，便有相同的結果，我們实在不能解释这条常用規則的奥妙。

所有这些推理的形式，不問其可否归入眞正的三段論，总保有分析性，而其能力薄弱也正是这个緣故。

二

我們現在要討論的，已是很陈旧的問題了；賴布尼茲(Leibnitz)已經想証明二加二得四，我們試看他的証法如何。

我假定对数 1 已下定义，又知 $x+1$ 卽加一單位于給定数 x 的运算。

这些定义，無論如何，与推理的進展沒有关系。

其次我对 2, 3 和 4 用下列等式規定:

(1) $1+1=2$, (2) $2+1=3$, (3) $3+1=4$,

同样,我用下列式規定 $x+2$

(4) $x+2=(x+1)+1$。

因此我們有:

$2+2=(2+1)+1$, (定义 4)

$(2+1)+1=3+1$, (定义 2)

$3+1=4$, (定义 3)

所以: $2+2=4$。 (即所欲証)

我們不能否認这个推理是純分析的。但假使問数学家,他必答曰:“这不是眞的証明,这不过是一种核驗而已”。人們僅將这兩种純粹公約性的定义做了一种比較,才知道是相等的;至于新的东西,是一点沒有得到核驗(vérification)之所以不同于眞的証明,实因它是純粹分析的,是毫無效果的。其所以無效果,正因其結論只是三段論的兩前提 (prémisse) 之一种譯語而已。反之,眞正的証明是很丰富的,因为里面的結論在某种意义上是比較前提普遍的。

因此 $2+2=4$ 这个等式之所以能被核驗,只因它是特例而已。所有数学中的特别定理都可用这方法核驗。然而数学如竟成为这样的一串的核驗,那它將不成为科学了。例如下棋的人幷不見得因为贏了一盤,就發明一种科学。唯有普遍性才成为科学。

人們甚至可說那些准确的科学的目的,正在于免去我們这种直接核驗的辛苦。

三

我們且看在工作时的几何家,而考察他們所用的方法。

这却不是容易的事；單單任意翻开一本書而分析其中某条証明，这是不够的。

由于几何学中的一些前提的作用以及空間概念的來源与性質等都是难題，我們先当擱开几何学。为了同一理由，我們也不能用到微積分学。我們要去找純粹的数学思想，也就是在算術中去找。

此外还要选擇一下；因为在数論最高深的部分，那原始的数学概念已受了極深的提鍊，以致难于分析它了。

所以要在算術的初部中，我們才可找到所要的解釋，然正是在最基本的定理証明中，顯出經典著作的作者用了最不精密而准确的手法。这是不可怪他們的；他們曾受一种必需的束縛，初学者还沒有眞正数学精密性的訓練；他們在那里可能只見到一些空洞的微妙；所以人們如在这上面苛求他們，那不过白費时間；他們要重新按部就班地快点学过的，而这种程序也就是那些科学建設者慢慢地經过了的。

为何要这样長的准备，才能慣于这种完善的精确性，而这好像是聪明人都当賦有的呢？ 这是一个邏輯与心理問題，大有考慮的价值。

然这是我們題外的事，可不贅述；为不失掉我們的目的，我們要把最基本的定理重新証明，且其形式不当是为免去那些初学者扫兴才粗淺的，而是能够滿足已有訓練的几何家的。

加法的定义——我假定对 $x+1$ 的运算，即將数 1 加在数 x 上，已先下定义。

且这个定义，無論为何，对于推理的進展，是毫無作用的。

現在我要規定 $x+a$，就是把数 a 加到数 x 上的运算。

假定規定演算法：

$$x+(a-1)$$

則 $x+a$ 的算法可用下式規定：

$$(1)\qquad x+a=[x+(a-1)]+1。$$

所以我們如果知道何为 $x+(a-1)$，便知道何为 $x+a$，因为我在起初已假定人們知道何为 $x+1$，故 $x+2$，$x+3$ 等演算法人們也可陸續地用循环法(par récurrence)規定了。

这个定义值得注意一下，它有一种特別的性質，使它与純粹邏輯的定义已有所区别；事实上等式(1)包含無窮的不同的定义，其中每一定义必待已知前者之后才有意义。

加法的特性——結合性(associativité)——我說：

$$a+(b+c)=(a+b)+c。$$

蓋 $c=1$ 时此定理是对的；因此可寫为：

$$a+(b+1)=(a+b)+1,$$

此式除符号差別外与上面規定加法的(1)式相同。

今如 $c=\gamma$ 时此定理仍眞，則 $c=\gamma+1$ 时此定理亦眞。

蓋由 $$(a+b)+\gamma=a+(b+\gamma),$$

人們陸續引出：

$$[(a+b)+\gamma]+1=[a+(b+\gamma)]+1,$$

或照定义(1)有：

$$(a+b)+(\gamma+1)=a+(b+\gamma+1)=a+[b+(\gamma+1)],$$

由此可見用了一串純粹分析的演繹法，証明此定理对于 $\gamma+1$ 亦眞。

故 $c=1$ 时既眞，則 $c=2$，$c=3$ 等等时，此定理也是眞实的。

可換性(commutativité)——(一)我說：$a+1=1+a$。

今如 $a=1$，則此定理顯然是眞的，人們再可用純粹分析的推

理來核驗如 $a=\gamma$ 时为眞，則 $a=\gamma+1$ 亦然；但 $a=1$ 时旣如此，則令 $a=2$，$a=3$ 等等，也应該如此；人們为表达这事，就說那命題是用循环法証明的。

(二)我說：

$$a+b=b+a。$$

此定理对 $b=1$ 已証明如上，人們再可用分析法核驗如它在 $b=\beta$ 时为眞，則 $b=\beta+1$ 时亦必如是。因此命題用循环法而成立。

乘法的定义——我們用下列等式來規定乘法：

$$a\times 1=a。$$

$$a\times b=[a\times(b-1)]+a。\tag{2}$$

等式包含無数的定义；一如(1)式；令 $a\times 1$ 旣經規定，則此式亦可陸續規定 $a\times 2$，$a\times 3$ 等等。

乘法的特性——分配性(distributivité)——我說：

$$(a+b)\times c=(a\times c)+(b\times c)。$$

在 $c=1$ 时，人們用分析法檢驗此式之眞；其次檢驗如在 $c=\gamma$ 时定理为眞，則在 $c=\gamma+1$ 时它也是眞的。

这样我們的命題又是用循环法而証明了。

可換性——(一)我說：

$$a\times 1=1\times a。$$

在 $a=1$ 时此乃顯然的定理。

人們可用分析法証明如 $a=\alpha$ 时，此定理为眞，則 $a=\alpha+1$ 时它也是眞的。

(二)我說：

$$a\times b=b\times a。$$

在 $b=1$ 时，此定理已經証明。人們可用分析法核驗如 $b=\beta$ 时

为真，则 $b=\beta+1$ 时亦真。

四

我且把这一串單調的推理停止在这里罢。但正是这种單調最能把那一致而又步步碰到的方法，明白表示出來。

这就是循环証明法。人們先在 $n=1$ 时建立一个定理，然后指出如它在 $n-1$ 时为真，则在 n 时亦真，于是人們結論它对任何整数也是真实的。

剛才我們已經見过用这方法怎样証明加乘二法的规則，此即代数演算的規則；这种演算是轉变算式的工具，所得各种組合之多，远非單純三段論可比拟；但这仍是一种純粹分析的工具，它是不能告訴我們一点新东西的。假使数学此外再無别的工具，则在它的發展中很快就要停止；但是它可以重新运用同样的方法，就是所謂循环推理法(raisonnement par récurrence)，因此它仍可繼續前進了。

人們若能好好地留意，則可見步步都是这样的推理，而其形式或即如上文所說过簡單的，或則多少有所改变的。

这实在是最完善的数学推理，我們当再仔細的去研究它。

五

循环推理法的主要特性是在它能包含無数的三段論，而集中在可認为唯一的公式中。

欲明此理，且待我將这些三段論依次說明，它們的排列，讓我打个比方，有如瀑布直瀉下來。

这自然都是些假設的三段論。

已知在数 1 时定理为眞。

但如果对 1 为眞，則对 2 亦眞。

故它对 2 为眞。

但假使对 2 为眞，則对 3 亦眞。

故它对 3 为眞，余依此类推。

由此可見每一三段論的結論可做下一三段論的小前提。

且所有三段論的大前提都可化成唯一的公式。

这就是，如定理对 $n-1$ 为眞，則对 n 时亦然。

可見在循环推理法中，人們僅限于陈述第一三段論的小前提，以及含有以一切大前提为特例的普遍公式。

因此这一串永無止尽的三段論可減縮成为几行的語詞。

現在可容易明白，有如我已說过的，何故某定理的特別結論可用純粹分析的方法去核驗。

我們如不去証明那定理对任何数时为眞，而只要指出好比对 6 为眞，那只証明要建立上述瀑布的前五条的三段論；但如我們要証明定理对 10 为眞，則需九条三段論；再大的数目，所需的条数更多；然此数無論如何大，我們終可达到目的，而这样分析的核驗总是可能的。

虽然，我們無論走得多远，我們終究不能得到一个适用于一切数目的普遍定理——只有它才能作为科学的目的。为此目的則非有無窮的三段論不成，这必須越过那僅僅依靠形式邏輯的分析家的忍耐力还永久塡不滿的深涯。

起初我曾問过，何以人們想不出一个足够神通的人，他会一眼看穿数学中所有的眞理。

現在这个問題是很容易回答的了；棋手能做四步五步的預算，