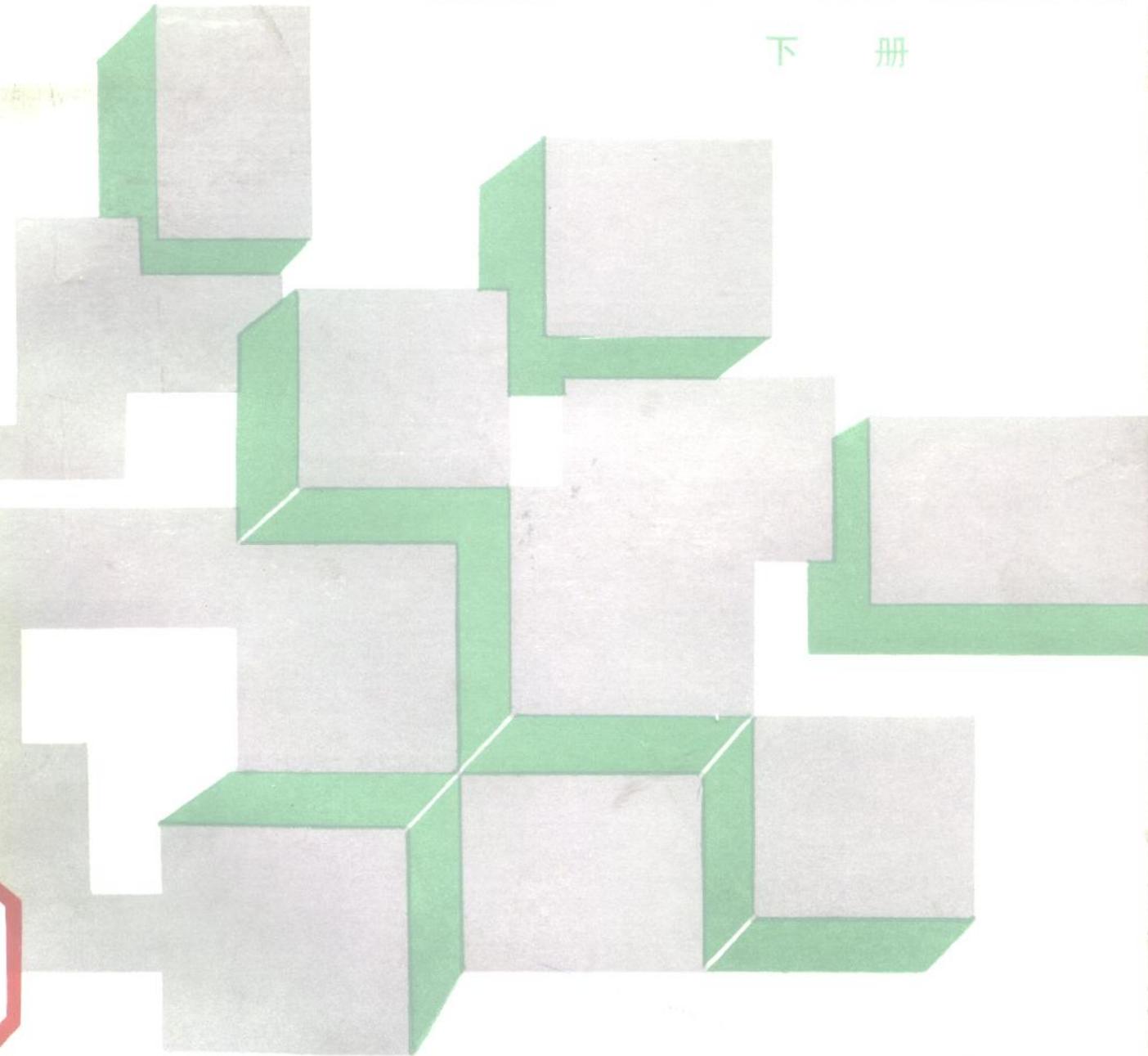


混凝土 结构学

下册



丁大钧 主编

路湛沁 审校

混凝土结构学

下册

丁大钧 主编

东南大学《混凝土结构学》编写组编

路湛沁 审校



中国铁道出版社

1993年·北京

(京)新登字063号

内 容 简 介

本书是按照下列规范编写：

- 《混凝土结构设计规范》(GBJ10-89)
- 《建筑地基基础设计规范》(GBJ7-89)
- 《钢筋混凝土薄壳顶盖结构设计计算规程》(GBJ16-85)
- 《给水排水工程结构设计规范》(GBJ69-84)
- 《钢筋混凝土筒仓设计规范》(GBJ77-85)
- 《烟囱设计规范》(GBJ51-83)。

主要阐述薄壳屋盖、挡墙、水箱、水池、水塔、筒仓及烟囱的基本类型、设计原则和方法。书中列有详尽的算例及参考文献。书后附有常用的各种系数表，供设计者使用。

本书可供教学、设计和科研工作者在学习和运用新规范、新资料时使用；也可用作高等学院的教材。

混凝土结构学（下册）

丁大钧 主编

路湛沁 审校

*

中国铁道出版社出版、发行

(北京市东单三条14号)

责任编辑 翁大厚 封面设计 安 宏

各地新华书店经售

北京顺义燕华印刷厂印

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：15.25 字数：368千

1993年12月 第1版 第1次印刷

印数：1—3000册

ISBN7-113-01440-2/TU·309 定价：12.15元

序

《混凝土结构学》上册自1987年在中国铁道出版社出版后，当时的印数较少，有些高校来函来电询问，希望用作教材而未能购得。我校亦未能获得而临时用校样进行翻印。上册于1985年编写时系根据84年《混凝土结构设计规范》编制稿，在校对过程中，又根据86年稿作了修改，这给出版社造成困难，在此谨表示歉意。中册房屋建筑部分于1988年交稿，有各种原因未能及时出版，亦借此机会向读者致歉。下册于1991年9月交稿，经审校后作了必要的修改，今即将排印，谨缀数言。

本下册为“特种结构”，即除房屋建筑、道桥和水工结构外，包括范围极广。薄壳结构虽系房屋建筑结构，但因应用较少，受力复杂，故往往列入“特种结构”范畴。在高校教材中，还有选择地列入应用较多的挡墙、水池、水塔和烟囱等结构。这些实际也是房屋的附属构筑物，因为在坡地上建造房屋时，挡土墙也往往需要设置，而不仅是建造在铁道和公路上。在商订编写大纲中，即安排这几种结构。由于国家建设发展的需要，在大中城市已建造和即将建造多座电视塔，高度有达415.2m和405m(分别从标高0.00算起)的天津塔和北京中央塔，它们在国际电视塔中，其高度分别居第3、4位。因此在已完稿后，出版社提出增加“电视塔”一章。由于时间匆促，而我们亟盼该书早日出版，以便用作必选课的教材。因此与出版社协商，拟将此章留待再版时增订，也希望读者提出增订该章的意见。

第一章编写时主要根据我国颁布的《钢筋混凝土薄壳顶盖及楼盖结构设计计算规程》。**BJG16-65(试行)**》，但有些材料指标则根据新的《混凝土结构设计规范**GBJ10-89**》换算，而烟囱一章，则系根据我国1983年颁布的国家标准《烟囱设计规范**GBJ51-83**》编写。规范**GBJ51-83**当时系按照原《钢筋混凝土结构设计规范**TJ10-74**》编制的，因此设计方法、材料强度指标乃至量纲以及符号规则都与新的《混凝土结构设计规范**GBJ10-89**》有很大差别，如果照后者修改和换算，这对编者来说，虽然修改多，工作量大，但困难是能克服的，不过实际设计工作则仍按前者，则必将使理论学习与实际工作不能很好结合，因此考虑至再，仍按**GBJ51-83**编写，俟新的《烟囱设计规范》编订后，我们将立即对该章进行修改，祈读者鉴谅。

本册的分工如下：第1章由丁大钧执笔，第2、3、4章由童启明执笔，最后一章则由江亚明执笔。童启明副教授担任副主编，做了很多安排协调和统一工作。李漪秾和邵扣霞同志分别担任部分底图描绘和底稿誊清工作。我们对编写这册书缺乏经验，同时由于水平限制，错误处欢迎批评指正。

特别要提到的是翁大厚、许虹进同志对本书上、中、下三册的具体编辑工作，耗费了很多心血和付出辛勤的劳动，本人代表所有副主编和编者在此，也在最后一册上表示衷心的感谢。

丁大钧 于东南大学

1990年9月

基 本 符 号

作用和作用效应

- g ——壳体自重；
 q_u, q_s ——筒壳内单位水平投影面积上的均布雪载和曲面单位面积上的均布恒载；
 q_φ, q_θ, q_n ——荷载 q 在 φ 、 θ 及法线方向的分量；
 q_c ——壳体的临界荷载；
 p_h, p_v ——单位面积上的水平压力、竖向压力；
 E_a ——主动土压力；
 E_x —— E_a 在 x 方向的分量；
 E_y —— E_a 在 y 方向的分量；
 $F_{x_{st}}, F_{z_{st}}$ ——结构总水平、竖向地震作用的标准值；
 G_x, G_z ——地震时结构的重力荷载代表值、等效总重力荷载代表值；
 w_0 ——基本风压；
 p ——均布活荷载，或基础底面反压力；
 P ——集中活荷载；
 M, N, V ——弯矩、轴向力、剪力（或竖向力）；
 M_φ ——旋转曲面壳体沿环向截面单位长度上的径向弯矩；
 M_θ ——旋转曲面壳体沿径向截面单位长度上的环向弯矩；
 M_z ——圆柱壳沿环向截面单位长度上的竖向力矩；
 T_φ, N_φ ——旋转曲面壳体沿环向截面单位长度上的径向力，或筒壳单位长度上的环向力；
 T_θ, N_θ ——旋转曲面壳体沿径向截面单位长度上的环向力；
 H ——旋转曲面壳体边缘单位长度上的水平力；
 T_z ——筒壳沿横截面单位长度上的纵向力；
 Q_z ——壳体单位长度上的环向切力（横向力）；
 S ——壳体单位长度上的剪力；
 U ——圆顶中的环向拉力。

材 料 性 能

- E_c ——混凝土弹性模量；
 G_c ——混凝土剪变模量；
 E_r ——钢筋弹性模量，或土壤压缩模量；

C_{20} ——表示立方体强度标准值为 20N/mm^2 的混凝土强度等级；
 f_c ——混凝土轴心抗压强度设计值；
 f_{cm} ——混凝土弯曲抗压强度设计值；
 f_t ——混凝土抗拉强度设计值；
 f_r, f'_r ——钢筋抗拉、抗压强度设计值；
 f ——地基承载力设计值；
 c ——填土粘聚力；
 ν_c, ν_s ——混凝土、土壤的波柔比；
 γ ——材料重力密度；
 φ ——填土或散粒贮料的内摩擦角。

几何参数、截面特征及变位

A ——构件截面积，或基础底面积；
 a ——矩形筒仓长边；
 B ——筒壳、折板宽度，或构件截面刚度；
 b ——构件截面宽度，或矩形筒仓短边；
 d ——环形截面直径；
 e ——偏心距；
 f ——壳体矢高；
 f_x, f_y ——扁壳沿 x 和 y 方向边界上的最大矢高；
 H ——构件高度；
 h ——构件截面高度，或壳体、板的厚度；
 I ——构件截面惯性矩；
 i ——构件线刚度；
 k_1, k_2 ——扁壳沿 x 和 y 方向的曲率，其倒数则为曲率半径；
 l ——构件跨度；
 l_0 ——构件计算高度；
 R ——构件半径，或主曲率半径；
 R_1, R_2 ——圆顶分别沿经线和纬线方向的主曲率半径；
 r ——构件半径；
 s ——锥壳边长；
 U ——截面周长；
 u ——壳体纵向位移；
 v ——壳体切向位移；
 w ——壳体法向位移；
 α ——构件边缘与水平面或垂直面的夹角；
 β ——结点或构件边缘转角，或填土顶面坡角；
 Δ ——筒壳顶部竖向位移，或圆顶水平位移；

Δ_B ——结点位移，或构件边缘水平位移；
 δ ——壳体厚度，或构件边缘位移；
 ρ ——截面水力半径；
 ψ ——圆顶径向旋转角。

计算系数及其他

α, α_{\max} ——水平地震影响系数、其最大值；
 α_i ——构件材料线膨胀系数；
 δ ——填土对挡墙背的摩擦角；
 ε ——地震角，即地震作用引起的填土内摩擦角减小值；
 η ——考虑挠曲影响的轴向力偏心距增大系数，或壳体边缘内力影响系数；
 K ——贮料侧压力系数；
 K_s, K_u ——挡土墙抗倾覆、抗滑移安全系数；
 μ ——摩擦系数；
 ρ ——纵向受拉钢筋配筋率；
 φ ——轴心受压构件的稳定系数；
 T_1 ——结构自振周期；
 C_s, C_u ——深仓贮料水平压力、竖向压力修正系数。

主要符号

T_φ ——圆顶内单位长度上径向内力，或筒壳内单位长度上的环向内力；
 T_θ ——圆顶内单位长度上环向内力；
 T_z ——筒壳内单位长度上的纵向内力；
 M_φ ——圆顶内单位长度上的径向弯矩，或筒壳内单位长度上的环向弯矩；
 S ——壳体单位长度上的剪力；
 U ——圆顶中环向拉力；
 Q_φ ——壳体单位长度上的环向切力（横向力）；
 φ 或 y, θ ——圆顶的坐标系；
 q_φ, q_θ, q_z ——荷载 q 在 φ, θ 及法线方向的分量；
 g ——壳体自重；
 q_s, q_c ——筒壳内单位水平投影面积上的均布雪载和曲面单位面积上的均布恒载；
 p ——壳体上的活荷载；
 q_{cr} ——壳体的临界荷载；
 R_1 ——沿圆顶经线方向的主曲率；
 R_2 ——沿圆顶纬线方向的主曲率；

* 第五章的主要符号列在第五章之前。

R ——球形圆顶或圆筒壳的半径；
 l ——筒壳跨度；
 B ——筒壳或折板宽度；
 f ——壳体矢高；
 δ ——壳体厚度；
 H, V ——水平和竖向力；
 Δ, ψ ——圆顶水平位移和径向旋转角；
 Δ ——筒壳顶部竖向位移；
 $\Delta H, \Delta V$ ——筒壳边缘或边梁的水平和竖向位移；
 u ——壳体纵向位移；
 v ——壳体切向位移；
 w ——壳体法向位移；
 f_x, f_y ——扁壳沿 x 和 y 方向边界上的最大矢高；
 k_1, k_2 ——扁壳沿 x 和 y 方向的曲率，其倒数则为曲率半径。

目 录

基本符号	I
① 薄壳屋盖	1
1.1 概述	1
1.2 圆顶	2
1.2.1 圆顶的类型	1
1.2.2 圆顶受力机理	1
1.2.3 薄膜内力	1
1.2.4 边缘干扰近似计算	1
1.2.5 边界条件的处理	1
1.2.6 构造简述	1
1.3 筒壳屋盖	14
1.3.1 概述	1
1.3.2 筒壳受力机理	1
1.3.3 基本微分方程式	1
1.3.4 筒壳计算步骤	1
1.3.5 筒壳近似计算	1
1.3.6 横隔计算	1
1.3.7 构造要求	1
1.4 折板结构	32
1.4.1 截面形式	1
1.4.2 结构型式	1
1.4.3 计算简述	1
1.4.4 构造要求	1
1.5 双曲扁壳屋盖	35
1.5.1 概述	1
1.5.2 扁壳受力机理	1
1.5.3 基本微分方程式	1
1.5.4 扁壳近似计算	1
1.5.5 扁壳内力直接差分解	1
1.5.6 构造要求	1
1.6 双曲抛物面扭壳和膜型扁壳	49
1.6.1 双曲扭壳	1
1.6.2 膜型扁壳	1
② 挡墙	57
2.1 挡墙的类型及其受力特点	57
2.1.1 重力式挡墙	1
2.1.2 钢筋混凝土悬臂式挡墙	1
2.1.3 扶壁式挡墙	1
2.1.4 锚定板式挡墙	1
2.2 挡墙的土压力计算	59
2.2.1 朗金公式	1
2.2.2 库伦公式	1
2.2.3 楔体试算法	1
2.3 挡墙底面土壤压力的验算	61
2.4 挡墙的稳定性验算	61
2.4.1 抗倾覆验算	1
2.4.2 提高抗倾覆能力的若干措施	1
2.4.3 抗滑移验算	1
2.4.4 提高抗滑移能力的若干措施	1
2.5 挡墙的承载力计算与截面设计	64
2.5.1 重力式挡墙	1
2.5.2 悬臂式挡墙	1
2.5.3 扶壁式挡墙	1
2.5.4 锚定板式挡墙	1
2.6 挡墙的构造措施	68
2.6.1 埋置深度	1
2.6.2 沉降缝与伸缩缝	1
2.6.3 重力式挡墙的墙型选择	1
2.6.4 墙身构造	1
2.6.5 排水措施	1
2.7 钢筋混凝土悬臂式挡墙设计例题	68
2.7.1 土压力的计算	1
2.7.2 基底土壤压力的验算	1
2.7.3 挡墙稳定性验算	1
2.7.4 挡墙承载力计算	1

③ 水箱、水池与水塔	74		
3.1 水箱	74		
3.1.1 水箱的结构布置	3.1.2 矩形水箱的荷载与内力分析	3.1.3 顶板、底板及壁板的截面设计	
3.1.4 截面构造要求	3.1.5 矩形水箱设计例题		
3.2 水池	85		
3.2.1 水池的类型与结构布置	3.2.2 水池的荷载作用与荷载效应组合原则	3.2.3 圆形水池在荷载作用下的内力分析	
3.2.4 水池结构构件的截面设计	3.2.5 预应力混凝土圆形水池的设计要点	3.2.6 地震区圆形水池的计算要点	
3.2.7 构造要求			
3.3 水塔	99		
3.3.1 水塔的结构组成与类型	3.3.2 水箱的内力分析与截面设计	3.3.3 筒壁式塔身的设计	
3.3.4 构架式塔身设计	3.3.5 基础设计	3.3.6 倒锥壳水塔设计举例	
④ 贮仓	133		
4.1 贮仓的类型	133		
4.2 贮仓荷载	134		
4.2.1 荷载种类	4.2.2 贮料产生的压力	4.2.3 地震作用时的侧压力	
4.3 仓壁内力计算	139		
4.3.1 筒仓仓壁的内力	4.3.2 矩形及多边形贮仓仓壁的内力	4.3.3 群仓的仓壁内力	
4.4 筒仓结构构件的截面设计与构造要求	143		
4.4.1 仓壁截面设计	4.4.2 漏斗的设计	4.4.3 筒仓底板设计	
4.4.4 筒仓顶盖设计	4.4.5 柱的设计	4.4.6 基础设计	
⑤ 烟囱	152		
主要符号	152		
5.1 概述	154		
5.1.1 烟囱的作用	5.1.2 烟囱高度		
5.2 烟囱的构造	155		
5.2.1 筒壁	5.2.2 内衬和隔热层	5.2.3 基础	5.2.4 附属设施
5.3 烟囱计算的基本原理	158		
5.3.1 基本计算原则	5.3.2 荷载与内力计算	5.3.3 温度计算	
5.4 钢筋混凝土烟囱筒壁的计算	168		
5.4.1 概述	5.4.2 筒壁水平截面的强度计算	5.4.3 使用阶段应力计算	5.4.4 裂缝宽度验算
5.5 钢筋混凝土烟囱筒壁计算例题	178		
5.5.1 设计资料	5.5.2 受热温度计算	5.5.3 荷载及内力计算	5.5.4 强度计算
5.5.5 使用阶段压力计算	5.5.6 裂缝宽度验算		
附录一 圆柱面薄壳及双曲扁壳结构计算用表	201		
附录二 矩形水箱计算用表	208		
附录三 圆水池计算用表	214		
附录四 倒锥壳水箱计算用表	227		
附录五 悬挑圆形板基础计算用表	230		
附录六 角锥形漏斗计算用表	231		

混凝土结构学（下册）

①

薄壳屋盖

1.1 概述

如果结构受力后其应力即在其自身平面内发生，这种结构即称之为平面结构。

有些结构是空间受力的，例如前面讲述过的楼盖结构中的双向板，其上荷载即系沿短、长跨两个方向传递，使其受力成为空间的，而不象单向板那样荷载只在短跨方向传递，因此各板带受力都是一样的，即为平面结构。

因为空间结构受力是三维的，计算自较二维的平面结构复杂，但设计将是经济的，不仅节约材料，而且可做成薄壁的，往往有可能做成很大的跨度。

早在罗马时代即用石料砌筑穹顶穹（窿，圆顶），但当时建造的结构厚度很大。我国现存的明代用砖砌筑的南京无梁殿，即属穹窿结构。1905年罗马尼亚建造的Constantza Mosque圆顶是最早的钢筋混凝土圆顶之一，厚度较古代穹窿结构大大减薄。苏联第一个大跨(28m)薄壁圆顶是1929年建造的莫斯科天象馆。1934年在Новосибирск剧院的剧场顶上建造了当时世界上最大的钢筋混凝土光滑圆顶，其直径为55.5m而厚度仅为80mm[1-1]。我国六十年代在新疆建造了60m直径的某机械厂金工车间的圆顶屋盖[1-2]。1924年，德国Carl Zeiss第一次应用A.E.H.Love有弯矩理论（1892）在德国Jena的Zeiss工厂建造了一栋小的混凝土薄壳屋盖，而无矩理论则最先由G.Lamé和E.Clapeyron于1828年提出。双曲抛物面钢筋混凝土壳顶（飞机库）则系1934年开始建造的。美国于1936年建造了跨度约为68m、拱间距约为12m的钢筋混凝土短筒壳。苏联1937年即颁布了薄壁空间楼屋盖设计规程，1961年颁布了第二个规程[1-3]。尽管这样，钢筋混凝土薄壳屋盖的应用是从50年代才开始逐渐增多的。根据不完全统计，我国在1958—1960年期间即曾建造了50多万m²的钢筋混凝土薄壳结构屋盖。1965年颁布了《钢筋混凝土薄壳顶盖结构设计计算规程》（BJG16-65）[1-4]，总结了国内外的设计经验，为薄壳结构设计提供了可靠的依据。

较多采用的钢筋混凝土薄壳屋盖有下列几种：(1)圆顶；(2)筒壳；(3)折壳；(4)正高斯曲率的双曲抛物面扁壳；(5)负高斯曲率的双曲抛物面扭壳等等。至于波形壳拱（常称双曲拱）由于曲线形截面使沿拱跨方向的刚度远大于另一垂直方向的刚度，因此荷载主要通过拱传到支承（拱推力一般用拉杆承受，或由侧边房屋框架或由基础承受），故计算按平面结构考虑。

在资料[1-5]中，用研究曲面的微分几何研究任意曲面形状的壳体。编者曾引用由微分几何给出的壳体内力和位移公式并将之应用于筒壳，双曲扁壳和圆顶等，分别给出它们的

内力和位移公式，和按一般弹性力学方法建立的公式完全相同^①。本章中除对简单的无矩理论公式给出证导外，其余必要的公式只给出最后结果。因其证导和讨论将不属于本书范围，但对各类壳体的受力机理，则根据编者经验给予应有的阐述。

本章仅介绍上述几种壳体的计算和构造，而重点介绍筒壳和扁壳。

1.2 圆顶

1.2.1 圆顶的类型

圆顶为古老的结构型式。但过去用石材建造，厚度很大。属厚重的穹窿结构。本世纪初即开始用钢筋混凝土建造大跨度薄壁圆球顶。但更大跨度的薄壁圆顶还是在40年代后期才开始建造。

最常用的圆顶为光滑形的球面（图1-1）。壳体经线方向的力称径向内力，沿纬线（环线）方向的内力称环向内力。光滑圆顶属旋转壳体，因为它是由一条径线绕中心轴旋转构成的曲面，因此结构为轴对称的。由于建筑设计需要可以做成尖顶（图1-2），或多角形顶（图1-3），这时底面为正多边形。壳顶底面也可能为椭圆形或矩形的或非正多边形的。

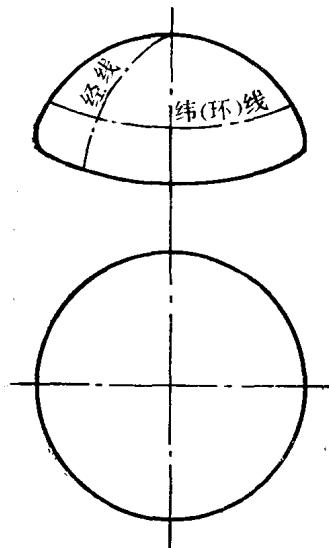


图 1-1

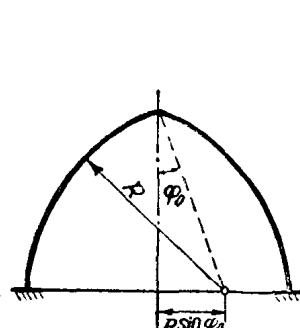


图 1-2

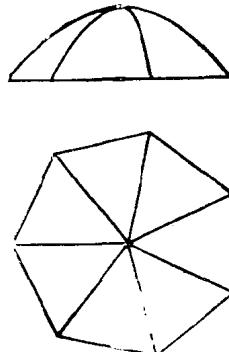


图 1-3

底面为圆形的顶盖可以设计为球面壳、椭圆面壳或旋转抛物面壳。

圆顶结构常用作展览馆、体育馆、市场、剧院或天文馆等建筑的屋盖，其跨度可达100m或更大。在圆水池中亦常用圆顶作顶盖；在水塔的圆水柜中用圆顶作顶盖或底；有时也可用倒圆顶作基础。

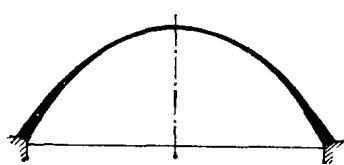


图 1-4

从下面可见，壳顶径向内力一般是向下至底部逐渐增大的，因此当跨度较大的壳顶往往做成变厚度的，即自上而下地增大（图1-4）。

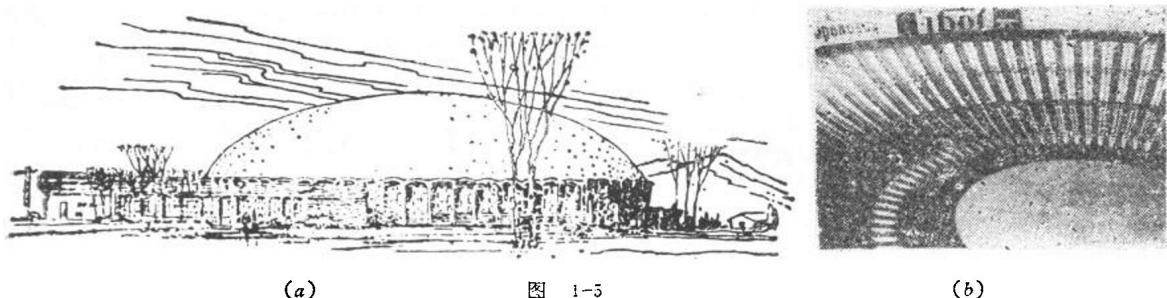
用装配式两向带肋的壳板块也可构成装配整体式光

^① 丁大钧：《壳体力学及设计概要》上、下册，1984年8月南京工学院打印讲义（供研究生选修课用），该讲义已于1991年9月由东南大学出版社正式出版，334pp.

滑圆顶，如苏联基辅杂技院直径为42.3m的屋盖即系这样构造的圆顶。

当跨度很大时，则厚度可能增大较多，将不经济，这时可做成带（径向）肋的圆顶；一般肋为预制的，安装好后（利用中心塔架），在肋间现浇混凝土。目前国际上尺寸最大的钢筋混凝土带肋圆顶为美国西雅图金郡体育馆屋盖，直径202m，壳厚125mm。图1-5(a)示南斯拉夫贝尔格莱德展览馆，直径约110m，肋间设置采光玻璃，内部有较好的建筑观瞻；支承环为预应力箱形截面。图1-5(b)示新疆某机械厂等金工车间，圆顶直径仅60m，太小。

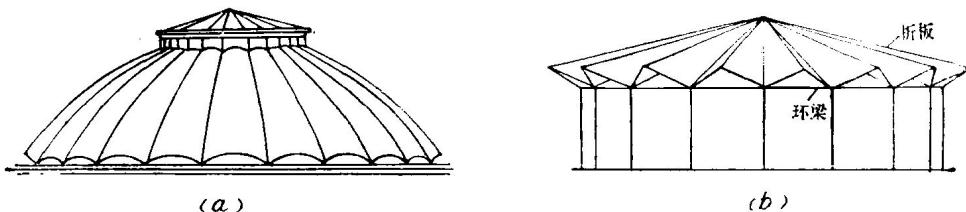
根据建筑造型的需要，还可做成伞形圆顶（图1-6a)[1-6]和折板圆顶（图1-6b)。[1-7]



(a)

图 1-5

(b)



(a)

(b)

图 1-6

波形圆顶其环形截面明显呈波形曲线形的波峰与波谷，一般用钢丝网水泥制成拱块，装配成〔意大利都灵95m的展览馆[1-8]，1949年建成，为钢丝网水泥制成2.5m宽、4.5m长常端隔的波形构件装配成的拱顶（非圆顶）。

1.2.2 圆顶受力机理

现试考察一圆球形壳顶在垂直轴对称荷载下的变形，这时圆顶假定沿环形周边由一系列径向活动链杆支承，如图1-7所示，则变形将如图中虚线所示。

在向下荷载作用下沿周边的支承杆内将产生（径向）反压力（图中未绘出荷载）。这时无论切出任意水平环形截面，为了与荷载平衡，沿该截面的径向内力总是向上的，即为压力。所以在垂直荷载下的径向力恒为压力。从变形看，因为变形后的壳体大部分在原壳体之下，即总的径向产生压缩变形，因此径向内力为压力，不过这没有从平衡条件看的直观。

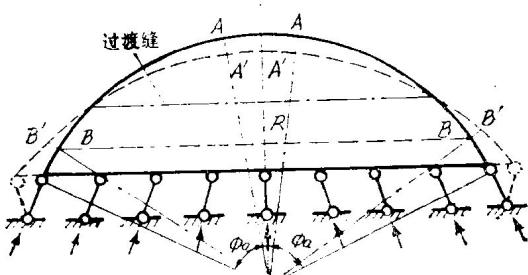


图 1-7

从图中可见，在壳的某一环带 AA ，当圆顶变形后将为 $A'A'$ ，很明显， $A'A'$ 的直径是减小了，即在 AA 内将产生环向压应力。如果壳顶张角 ϕ_a 足够大时，在边缘的环带 BB ，变形后将增大为 $B'B'$ ，即这时将产生环向拉力。这样由环向压力转变为环向拉力的过程中，必将有一环向截面的环向力为0。该环向截面即称为“过渡缝”，在图中用点划线示出。

实际圆顶支承为支承环，而不是如图1-7所示的铰链支承 [在以后的图中铰链简单地画为垂直接向的滑动支承，或在两钢板之间加若干小圆球未示出的滚动支承]。当圆顶足够扁平时，环向力为压力。由于这项压力，使圆顶环向截面直径减小，而支承环承受圆顶传来的压力，因而其环向总是受拉的，直径将增大。但实际变形应是协调的，即在支承环附近壳顶环

向因受拉的支承环的影响而增大。变形将如图1-8所示，即圆顶曲率被改变，因而沿径向产生弯矩。即使圆顶壳体边缘在过渡缝以下为受拉，而与支承环变形也不一定一致，同时在不同荷载组合下也将出现各处变形不一致现象，所以局部弯曲一般总会发生。支承处负弯矩衰减很快，而后变为正弯矩。所以这种弯矩是有局部性质的，即分布在支承环附近不大的范围内；配筋时应予考虑。

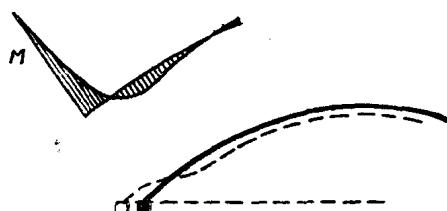


图 1-8

局部性质的，即分布在支承环附近不大的范围内；配筋时应予考虑。

1.2.3 薄膜内力

所谓“薄膜内力”，是假定壳体厚度极薄，只能承受作用在其自身平面内的力：径向内力 T_φ ，环向内力 T_θ ，剪力 S （这些力都是单位长度的），所以又称“直接内力”。

一、基本公式

在一般情况下[1-9]

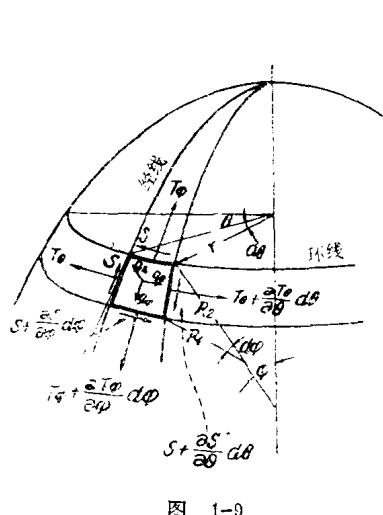


图 1-9

作用在微元侧边剪力为

$$\left(S + \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta \right) R_1 d\varphi - S R_1 d\varphi = R_1 \frac{\partial S}{\partial \theta} d\varphi d\theta \quad (b)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} (T_\varphi r) + R_1 \frac{\partial S}{\partial \theta} - T_\theta R_1 \cos \varphi + R_1 r q_\theta &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} (S r) + R_1 \frac{\partial T_\theta}{\partial \theta} + R_1 \cos \varphi S + R_1 r q_\theta &= 0 \\ \frac{T_\theta}{R_1} + \frac{T_\theta}{R_2} - q_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

从图1-9，考虑沿径向力的平衡。在壳体微元 $R_1 d\varphi r d\theta$ 上、下面作用力为

$$(T_\varphi + \frac{\partial T_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi)(r + \frac{\partial r}{\partial \varphi} d\varphi) d\theta - T_\varphi r d\theta$$

当略去二阶微量，则上式成为：

$$T_\varphi \frac{\partial r}{\partial \varphi} d\varphi d\theta + \frac{\partial T_\varphi}{\partial \varphi} r d\varphi d\theta = \frac{\partial}{\partial \varphi} (T_\varphi r) d\varphi d\theta \quad (a)$$

作用在微元侧边的拉力为 $T_\theta R_1 d\varphi$ 与 $\left(T_\theta + \frac{\partial T_\theta}{\partial \theta} d\theta \right) R_1 d\varphi$ 。在求沿径向分量的运算中可见括号内的第二项将为二阶微量，故按两边作用 $T_\theta R_1 d\varphi$ 考虑，这时其径向水平分量将为 $T_\theta R_1 d\varphi d\theta$ 。从图1-10，则其沿径向分量将为：

$$T_\theta R_1 d\varphi d\theta \cos\varphi \quad (c)$$

外载沿径向的分量为

$$q_n R_1 d\varphi r d\theta \quad (d)$$

则从 (a)–(d) 求沿径向力的平衡即得 (1-1) 式中第一个式子。

第二个式子可以沿环向力的平衡求得。

当考虑沿法线 n 方向（即沿 R_2 方向）力的平衡时，作用在壳体微元上下边沿 n 方向的合力（略去增量项）为

$$T_\varphi r d\theta d\varphi \quad (e)$$

作用在壳体微元侧边力在平行圆半径方向的合力 $T_\theta R_1 d\varphi d\theta$ 在 n 方向的分量为

$$T_\theta R_1 d\varphi d\theta \sin\varphi \quad (f)$$

外荷载在相同方向的分量为

$$q_n R_1 r d\theta d\varphi \quad (g)$$

总和 (e)–(g) 式除以 $R_1 r$ 并注意到 $r/\sin\varphi = R_2$ 时，即得

图 1-10

(1-1) 式中的第三式。

当轴对称荷载时， $q_\theta = S = 0$ ，则 (1-1) 式中第二式消失，这时第一式化为：

$$\frac{d}{d\varphi} (T_\varphi r) - T_\theta R_1 \cos\varphi + R_1 r q_\varphi = 0$$

上式应用不方便，可用垂直力平衡的代数方程式来代替。在图1-11中，假定 P_x 为 x 截面以上的垂直荷载总和，以向上为正，这时

$$P_x = 2\pi r T_\varphi \sin\varphi$$

则

$$T_\varphi = \frac{P_x}{2\pi r \sin\varphi} \quad (1-2)$$

当求出 T_φ 后，则环向力 T_θ 即不难从 (1-1) 式第三式求得。又 $\frac{H_x}{P_x} = \operatorname{ctg}\varphi$ ，则总水平力：

$$H_x = P_x \operatorname{ctg}\varphi = 2\pi r T_\varphi \cos\varphi \quad (1-3)$$

于是在 $\varphi = \varphi_0$ 截面处支承环中内力：

$$U = \frac{P_0 \operatorname{ctg}\varphi_0}{2\pi R_0} R_0 = \frac{P_0 \operatorname{ctg}\varphi_0}{2\pi} \quad (1-4)$$

在球形圆顶中， $R_1 = R_2 = R$ 。下面将讨论这种圆顶在几种荷载作用下的薄膜内力的计算。

二、在自重作用下 (图1-12)

$$G_x = -A_x g = -2\pi R(R-z)g = -2\pi R^2(1-\cos\varphi)g$$

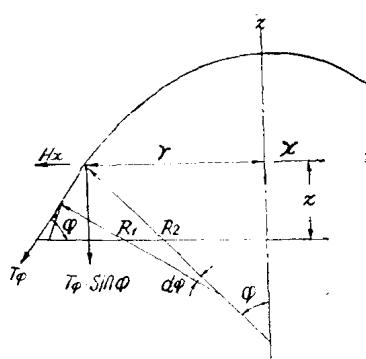


图 1-11

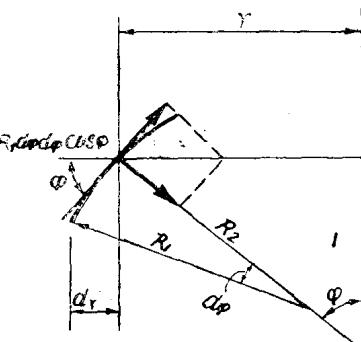
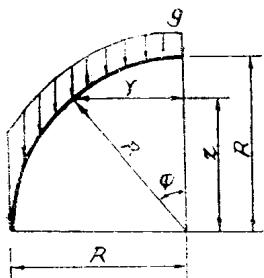


图 1-10

$$T_\varphi = \frac{G_x}{2\pi r \sin \varphi} = \frac{2\pi R(R-z)}{2\pi \cdot \frac{r^2}{R}} g = -\frac{R^2(R-z)}{R^2-z^2} g = -\frac{R^2}{R+z} g \quad (1-5)$$

或



$$T_\varphi = -\frac{2\pi R^2(1-\cos\varphi)g}{2\pi R \sin^2 \varphi} = -\frac{gR}{1+\cos\varphi} \quad (1-5a)$$

负号表示压力。

当 $R_1 = R_2 = R$ 时，代入 (1-1) 式第三式，这时 $q_n = -g \cos \varphi$

$$= g \frac{z}{R} \text{, 得:}$$

$$\frac{T_\varphi}{R} + \frac{T_\theta}{R} = -g \frac{z}{R}$$

图 1-12

所以

$$T_\theta = -gz - T_\varphi = -gz + \frac{R^2}{R+z} g = -\frac{z^2 + zR - R^2}{R+z} g \quad (1-6)$$

$$\text{或 } T_\theta = -gR \cos \varphi + g \frac{R}{1+\cos\varphi} = -\frac{\cos^2 \varphi + \cos \varphi - 1}{1+\cos\varphi} Rg \quad (1-6a)$$

水平推力:

$$H_x = G_x \operatorname{ctg} \varphi = -2\pi R(R-z) g \frac{z}{\sqrt{R^2-z^2}} = -2\pi R^2 g(1-\cos\varphi) \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} \quad (1-7)$$

负号表示推力，由于此项推力将使支承环内产生拉力 U ， U 按 (1-4) 式计算。

当半球形圆顶时，在壳顶处， $z=R$ ，这时

$$\left. \begin{aligned} T_\varphi &= -\frac{R^2}{R+R} g = -\frac{gR}{2} \text{ (压)} \\ T_\theta &= -\frac{R^2 + R \cdot R - R^2}{R+R} g = -\frac{gR}{2} \text{ (压)} \end{aligned} \right\}$$

在底部处 $z=0$ ，这时：

$$\left. \begin{aligned} T_\varphi &= -\frac{R^2}{R+0} g = -gR \text{ (压)} \\ T_\theta &= \frac{0+0-R^2}{R+0} g = gR \text{ (拉)} \\ H &= -2\pi R(R-0) g \frac{0}{\sqrt{R^2-0}} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

以上可见径向力 T_φ 是从顶部向下逐渐增大，而恒为压；环向力 T_θ 则从顶部向下逐渐减小，如第二节所述，在某一截面处为零，在该截面以下则为拉力；该截面称为过渡缝，由此环向拉力是向底部逐渐增大。

过渡缝的位置可按下法求得。从 (1-6a) 式，当 $T_\theta = 0$ 时，则

$$\cos^2 \varphi + \cos \varphi - 1 = 0 \quad (a)$$

$$\varphi = 51^\circ 49'$$

因此在球形圆顶中，当 $2\varphi_a < 103^\circ 38'$ 时，由自重仅引起环向压力；而当 $2\varphi_a > 103^\circ 38'$

时，则在支承环附近将出现环向受拉。

$$\text{又 } \frac{dH_x}{d\varphi} = -2\pi R^2 g \frac{-\cos^3\varphi + 2\cos\varphi - 1}{\sin^2\varphi}$$

$$= -2\pi R^2 g \frac{(1 - \cos\varphi)(\cos^2\varphi + \cos\varphi - 1)}{\sin^2\varphi} = 0$$

与(a)式即 $T_\theta = 0$ 的条件相同，亦即最大水平推力发生在过渡缝处。

三、在雪载作用下

雪载按与 $\cos\varphi$ 成比例采取，即这时单位水平面上为均载 p （图1-13），因此

$$P_x = -\pi r^2 p$$

$$\text{则 } T_\varphi = -\frac{\pi r^2 p}{2\pi r \sin\varphi} = -\frac{\pi r^2 p}{2\pi r \frac{r}{R}} = -\frac{pR}{2}$$

这时径向力自顶部到底部保持为常数。

$$\text{今 } q_n = -(p \cos\varphi) \cos\varphi = -p \cos^2\varphi = -p \frac{z^2}{R^2}$$

$$\text{则 } T_\theta = -p \frac{z^2}{R^2} R - T_\varphi = -\frac{pz^2}{R} + \frac{pR}{2} = -\frac{p}{2R} (2z^2 - R^2)$$

$$\begin{aligned} \text{或 } T_\theta &= -p \cos^2\varphi \cdot R + \frac{R p}{2} = -p \frac{R}{2} (2 \cos^2\varphi - 1) \\ &= -\frac{pR}{2} \cos 2\varphi \end{aligned} \quad (1-9a)$$

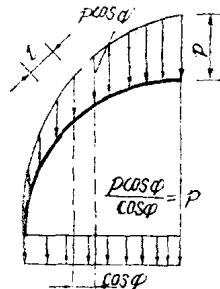


图 1-13

水平横推力：

$$H_x = P_x \cot x = -\pi r^2 p \frac{z}{r} = -\pi \sqrt{R^2 - z^2} z p \quad (1-10)$$

当半球形圆顶时，在拱顶处，即当 $z = R$ 时，

$$T_\varphi = -\frac{pR}{2} \quad (\text{压})$$

$$T_\theta = -\frac{p}{2R} (2R^2 - R^2) = -\frac{pR}{2} \quad (\text{压}) = T_\varphi$$

在底部处，当 $z = 0$ ，($\varphi = 90^\circ$)

$$T_\varphi = -\frac{pR}{2} \quad (\text{压})$$

$$T_\theta = \frac{pR}{2} \quad (\text{拉})$$

$$H = \pi \sqrt{R^2 - 0} \cdot 0 \cdot p = 0$$

过渡缝在 $T_\theta = 0$ ，这时 $2z^2 = R$ ， $z = \frac{R}{\sqrt{2}} = 0.707R$ ， $\varphi = 45^\circ$ ，即这时过渡缝的位置较高。

四、在风载作用下

假定风载按下列公式分布[1-10]（图1-14）：

$$p = p_0 \sin\varphi \cos\theta \quad (1-11)$$