

工程测试技术丛书

# 波形和频谱分析 与随机数据处理



理论和应

出版社

北京

中

新华书店

工程测试技术丛书

# 波形和频谱分析与 随机数据处理

应怀樵 编著

中 国 铁 道 出 版 社

1983年·北京

频 分 析

工程测试技术丛书  
**波形和频谱分析与随机数据处理**

应怀樵 编著

中国铁道出版社出版

责任编辑 蒋传漪

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本: 787×1092 $\frac{1}{32}$  印张: 18.25 插页: 1 字数: 387 千

1983年5月第1版 1983年5月第1次印刷

印数: 0001—5,000 册 定价: 1.90 元

## 内 容 简 介

全书共分十章。主要内容包括波形、频谱与随机数据处理概述；波形分析的原理和方法；波形的畸变，反演和基线修正；波形的微积分变换；频谱分析的概念和傅里叶分析的计算方法；随机数据处理和谱密度分析；频谱分析与数字处理中的几个重要问题；频谱分析与信号处理设备以及信号处理的应用和实例。

本书供科研工作者、工程技术人员和大专院校师生及从事信号处理的有关人员学习参考。

## 前　　言

波形分析、频谱分析与随机数据处理(信号)是近年来现代技术中正在兴起和迅速发展着的边缘学科，被统称为“信号处理”。随着科学技术、生产和国防建设事业的发展；随着计算机技术和电子技术的发展；随着人类各种生产活动和社会活动的现代化；每时每刻都需要发生、传递和记录大量的信号和信息。因此，必须对大量的包含着无穷信息的各种各样的信号（数据、波形和图象等）进行快速处理，去伪存真，提取有用的信息和找出它们的规律。本学科的应用领域十分广泛，诸如机械工程、铁路交通工程、宇航工程、土木建筑工程、电信和电力工程、声学工程、地球物理和地质工程、生物医学工程、核工程和军事科学、天文气象、海洋科学等几乎所有的科学部门和工程部门都要应用它，甚至在人类社会活动中的各种现象也能用信号处理的方法来加以分析和寻找规律。由此可见，信号分析的重要性正与日俱增。因此，掌握波形分析、~~频谱分析~~和随机数据处理的理论和应用知识，在现代科学技术领域中显得十分必要了。

本书从“波形分析”入手，深入到“频谱分析”，进而叙述“随机信号处理”，试图建立起这三方面的有机联系。

书中叙述了模拟信号处理和数字信号处理的主要内容。本书从实际应用出发，由浅入深，在兼顾数学推理的基础上，通过大量的图解说明，强调物理概念和实际应用知识，作为学习信号处理理论和应用的基础。

本书原稿是作者根据长期从事波形分析、频谱分析、

机信号处理实际工作经验并参阅国内外文献而编写的一本讲义；作者自1979年以来，曾以此在铁道部科学研究院铁建所、铁道部科学研究院研究生部、三机部、七机部、水利部、电力部、北京工业学院、交通部科学研究院、上海市计量测试学会、中国科学技术大学等单位举办的学习班和讨论会上作过多次介绍。尔后作者根据各方面提出的意见和建议，对原稿又作了若干次修改和补充，编写成此书。

本书原稿承铁道部科学研究院周宏业研究员、北京工业学院陈肖南教授、章一鸣、郑慕侨副教授审阅；徐慧同志参加了修改、整理和审阅工作；清华大学常迥教授对本书提出了许多宝贵意见。在此，作者谨向他们表示衷心感谢！

欢迎读者对本书批评指正，来信请寄北京市西外铁道部科学研究院铁建所应怀樵收。

编 者

1982年3月

# 目 录

<b>第一章 波形和频谱分析与随机数据处理概述</b>	1
第一节 波形分析和频谱分析	1
一、波形分析和频谱分析的目的和意义	1
二、频谱分析和波形分析的关系	3
三、频谱分析、波形分析和随机数据处理的发展 和应用	5
第二节 数据(信号)处理概述	7
一、动态信号数据和波形的类型与描述	7
二、随机数据处理简介	21
<b>第二章 波形分析的基本概念和方法</b>	27
第一节 波形分析的基础知识	28
一、波形的类型	28
二、简单波形的特征	28
三、波形的叠加合成和分解	31
第二节 简单波形的数据处理和分析	43
一、简单波形的近似处理	43
二、包络线法	44
三、叠加法	55
第三节 随机波形的波形分析和数据处理	57
一、随机波形的幅域分析	57
二、随机波形处理中的相关分析(时域分析)	73
第四节 随机波形处理中的几种读数和计算方法	89
一、采样取点计数和计算方法	90
二、穿级计数法	95
三、峰值计数法	96

四、变程(振幅)计数法	98
五、雨流计数法	102
六、波形计数法的评价和选用	105
<b>第三章 测试波形的畸变、反演和基线修正</b>	<b>106</b>
第一节 波形的畸变和产生畸变的原因	106
一、波形的畸变	106
二、波形畸变的原因	109
三、波形畸变的失真度	121
第二节 畸变波形的识别和反演	123
一、畸变波形的分析和识别	123
二、畸变波形的反演方法和过程	125
第三节 波形的基线修正	136
一、波形基线修正的意义	137
二、波形基线修正的方法	139
<b>第四章 波形的积分和微分变换</b>	<b>151</b>
第一节 波形积分和微分变换的作用和机理	151
一、波形微积分变换的作用和意义	151
二、波形微积分变换的机理及部分实例	152
三、波形微积分变换的特征	162
第二节 波形的微积分变换在振动参量变换中的应用	164
一、正弦振动波形的微积分变换	164
二、非稳态振动波形图形取段近似变换法	166
第三节 波形积分变换的数值计算法	170
一、矩形法数值计算	172
二、梯形法数值计算	173
三、辛普生法数值计算	174
<b>第五章 频谱分析的基本概念</b>	<b>176</b>
第一节 频谱分析的基础知识	176
一、周期波的频谱(线谱)	177
二、非周期波形的频谱(连续谱)	180
第二节 傅里叶变换的基本概念	188

一、变换分析的含义	188
二、傅里叶变换分析的基本概念	189
<b>第三节 频谱分析中的一些定理</b>	<b>193</b>
一、线性叠加定理	194
二、对称或对偶定理	195
三、时间尺度或时标的变化——时间展缩定理	196
四、频率尺度的变化——频率展缩定理	197
五、时间位移——时移定理	200
六、频率位移——频移定理	202
七、微分定理	203
八、积分定理	205
九、频谱定理的一般评述	207
<b>第四节 傅里叶变换的公式和说明</b>	<b>208</b>
一、傅里叶变换的基本公式	208
二、关于傅里叶变换定义的几点说明	210
<b>第五节 冲击频谱、冲击响应谱与反应谱的概念</b>	<b>213</b>
一、冲击频谱（冲击傅里叶频谱）和冲击响应谱	213
二、反应谱与频谱的区别	215
<b>第六节 频谱分析的内容范围和用途</b>	<b>216</b>
一、频谱分析的内容范围	216
二、频谱分析的功能和用途	220
三、频谱分析的新发展	221
<b>第六章 傅里叶分析的计算方法</b>	<b>223</b>
<b>第一节 傅里叶级数法</b>	<b>223</b>
一、傅里叶级数方法原理	223
二、傅里叶级数法频谱的计算	226
三、傅里叶级数的列表计算法	229
四、一些已知函数的图示和傅里叶级数表	244
<b>第二节 傅里叶积分法</b>	<b>245</b>
一、傅里叶正变换	245
二、傅里叶逆变换	249

三、典型函数的傅里叶变换和图示	251
四、简单的傅里叶变换和逆变换示例	256
<b>第三节 离散傅里叶变换</b>	<b>256</b>
一、离散傅里叶变换的图解推导	257
二、离散傅里叶变换的理论推导	260
三、离散傅里叶逆变换	266
四、离散傅里叶变换的应用示例	267
<b>第四节 快速傅里叶变换</b>	<b>274</b>
一、快速傅里叶变换的机理	274
二、FFT程序设计流程图	280
三、FFT的FORTRAN程序	284
四、FFT的倒位整序	287
五、FFT的优越性	294
<b>第五节 功率谱分析</b>	<b>296</b>
一、功率的概念	296
二、巴什瓦定理	297
三、功率谱的计算	299
四、能量谱和功率谱	302
<b>第六节 瞬变结构动力学参量频谱分析计算实例</b>	<b>304</b>
一、傅里叶积分的不等步长梯形法计算公式	305
二、部分计算方案和分析计算的结果	306
三、不等步长波形变换和DFT的FORTRAN 算法程序	310
<b>第七章 随机数据处理和谱密度分析</b>	<b>314</b>
<b>第一节 随机数据的谱密度分析</b>	<b>314</b>
一、自功率谱密度函数	314
二、导出过程的谱密度	319
三、互谱密度函数	322
四、关于谱密度单位的注释	324
<b>第二节 随机数据处理中的模拟数据处理方法</b>	<b>325</b>
一、均值和均方值	325

二、概率密度函数 .....	327
三、自相关函数 .....	329
四、自功率谱密度函数 .....	330
五、联合概率密度函数的分析 .....	332
六、互相关函数的分析 .....	333
七、互谱密度函数的分析 .....	334
八、传递函数(频率响应)和相干函数(凝聚函数) 的分析 .....	335
第三节 随机数据的数字处理方法 .....	335
一、数字化 .....	336
二、单个样本的随机数据数字处理 .....	338
三、两个样本的随机数据数字处理 .....	341
第四节 传递函数和相干函数 .....	346
一、传递函数和频率响应函数 .....	346
二、相干函数(凝聚函数) .....	349
第五节 随机数据处理分析小结 .....	352
一、随机数据的获得 .....	353
二、数据准备 .....	353
三、数据性质的检验 .....	354
四、数据分析 .....	359
第六节 摊积定理和相关定理 .....	365
一、摊积 .....	365
二、相关 .....	371
第七节 倒频谱和细化FFT分析 .....	375
一、倒频谱分析 .....	376
二、细化FFT分析 .....	380
第八节 关于数字滤波的基本原理及应用 .....	383
一、数字滤波的原理 .....	383
二、数字滤波方法和滤波器的设计 .....	389
三、频域数字滤波的应用 .....	397
第八章 频谱分析和数字处理中的几个重要问题 .....	400

<b>第一节 波形离散处理和截取有限长的影响</b>	400
一、离散傅里叶变换与连续傅里叶变换的关系	400
二、混叠的机理和控制	410
三、泄漏和窗函数	412
四、离散逆变换中的吉布斯现象	420
<b>第二节 各种窗函数及其影响</b>	425
一、时间窗和频率窗	425
二、常用的主要窗函数	427
三、窗长度的影响	432
四、窗函数的影响和选择	433
<b>第三节 时间序列长度和采样步长的合理选取问题</b>	435
一、时间序列长度和采样步长的合理选取问题	435
二、不等步长取点(不等的数字化间隔)的讨论	440
<b>第四节 频谱中的主频率和结构自振频率的判别问题</b>	444
一、最高谱值的隐蔽和假频率的判别	444
二、频谱分析中获得的主频率与结构自振频率的关系	446
<b>第五节 频谱分析中的基线修正和离散谱、连续谱等问题</b>	448
一、频谱分析中的基线修正问题	448
二、离散谱和连续谱的区别	449
三、离散计算和连续变换的区别	450
<b>第六节 谱分析和随机信号处理中的误差和可靠性问题</b>	451
一、影响谱分析和信号处理精度与误差的因素	451
二、随机信号分析误差的定义和分类	452
三、分析时间T和带宽 $\Delta f$ 对误差的影响	453
四、对分析精度和可靠性的一般评述	457
<b>第七节 谱分析的基本步骤</b>	459
<b>第九章 频谱分析仪与信号处理机</b>	461
<b>第一节 频谱分析仪概述</b>	461
一、频谱分析仪的工作原理	461
二、顺序分析、同时分析及实时分析	462
三、功率谱分析仪	464

四、实时频谱分析仪	465
<b>第二节 信号(数据)处理机概述</b>	<b>468</b>
一、信号处理机原理和分类	468
二、信号处理中的模数(或数模)转换及磁记录	478
三、信号处理机的发展	484
<b>第十章 谱分析与随机数据处理的应用和实例</b>	<b>487</b>
<b>第一节 谱分析和数据处理的流程</b>	<b>487</b>
一、联机分析	487
二、脱机方式	488
三、脱机分析中的数据编辑和检索	491
<b>第二节 谱分析和随机数据处理的工程应用</b>	<b>494</b>
一、信号处理的工程应用领域和内容	494
二、谱分析和数据处理各种函数的应用	496
<b>第三节 信号分析在工程应用中的典型示例</b>	<b>503</b>
一、结构自振频率和振型分析	503
二、机械振动和基础振动传递特性的分析	506
三、结构与设备的振动监视与故障诊断	511
四、振动和噪声源的查找分析	519
五、用相关分析运动体速度和振动噪声的传递特性	524
六、信号分析在生物信息研究中的应用	526
七、在系统分析和响应计算中的应用	528
八、在系统识别和结构模态分析中的应用	532
九、几个应用分析实例的图示	533
<b>第四节 谱分析和数据处理的计算应用程序框图</b>	<b>543</b>
一、相关分析程序	543
二、功率谱和传递函数分析程序	544
<b>附录一 部分名词术语解释</b>	<b>546</b>
<b>附录二</b>	<b>558</b>
一、标准正态(高斯)概率密度数据表	558
二、高斯概率函数积分和数据表	559

# 第一章 波形和频谱分析与 随机数据处理概述

## 第一节 波形分析和频谱分析

### 一、波形分析和频谱分析的目的和意义

波形和频谱的概念是从光学、声学和无线电技术中发展起来的，随着振动力学、声学、抗震和抗爆等结构动力学以及动力学参量测试技术的迅速发展，动态物理学参量的数据处理——确定性的或者随机的等各种状态的数据处理分析，已成为科研工作中的重要内容。

动态测试中数据处理分析内容广泛，涉及的问题是很多的，然而，归根结底是要得到真实的、可靠的数据和结果，以便找出事物的规律，其中频谱分析和波形分析就是动态数据处理中的最重要和最基本的方法。

动态测试信号可以是简谐的、周期的、瞬态的和随机的等多种形式。被测信号可来源于电、磁、光、声以及力学量的应力、应变、压力和振动位移、速度、加速度等多种对象。这些各自不同的物理量，有的是相关的，有的是独立的，各有其不同的性质。但是，它们都可有一种共同的表现形式，即在某一定的观察点或条件下，随着时间的变化，其物理量值都有一定的变化轨迹。若把时间作为横坐标、各种物理量值作为纵坐标，便可以得到一种变化的图形，就是我们所说的波形。各种不同形式的波形，不同程度地反映着观察

点的时变特征。从这种变化的图形中可以得到各种各样有用的信息，处理出所需要的各种结果来。

在动态测试中，除了象振动台的简谐信号等单一频率组成的波形特例以外，实际动态物理量的测试波形总是比较复杂的。而且，任何动态测试波形都会有不同程度的波形畸变和失真。

波形畸变是与被测对象、测试系统和测试技术有密切关系的。对于不同的对象和不同的状况，有的畸变小些，有的畸变大些，有的甚至十分严重。所谓波形畸变，可举一个通俗的例子来说明，众所周知，当人们看到“哈哈镜”里自己的形象时，有的变得细长，有的变得矮胖，有的扭扭曲曲，各式各样，看后会大笑起来，殊不知这就是一种人象畸变的特例。人们觉得好笑，是因为有本人的形象作对比，其实，波形畸变的状况与“哈哈镜”中的形象是相似的，诚然，有时实测波形畸变较小，比较接近真实状况。动态测试中的波形，除了极少数情况以外，绝大多数场合是看不到真实波形的，测到的波形无法与真实波形比较。这样一来，测试结果即使象“哈哈镜”中的形象一样，有时也不知道，还会把它当作可用的结果加以应用和推广。所以，未经分析处理、修正反演而简单地根据测试波形直接求得的结果，往往会产生很大的误差，有时甚至会得出错误的结果。因此，在动态测试中，必须重视波形分析和研究波形的畸变问题，并修正畸变，从而取得可靠的结果。

在数据和波形的分析处理中，很重要的一环是频谱分析（频率分析）以及与之有关的相关函数分析和滤波问题。在处理物理量的各种动态信号的波形及与之有关的数据等时间函数或序列的时候，对于它们的频率成分需要有充分的了解。为了从时间函数中提出有用的信息，压制和滤掉干扰，

探求这些信息之间的相互关系和规律，首先应分析信息和干扰的频率成分，弄清哪些是共同的，哪些是不同的。然后，根据信息的物理和力学特征、频谱关系和频响函数，修正观察到的数据和波形，从而取得有用的资料，掌握各种参量的相互关系和规律。由此可见，频谱分析和波形分析是有很重要的意义的。

## 二、频谱分析和波形分析的关系

频谱分析和波形分析既是互相独立又是密切相关的，它们之间有明显的区别，通过傅里叶变换(*Fourier Transform*)又可以互相转换。

1 波形分析一般指的是对波形在时间域和幅值域里进行分析，即对各种物理量的动态信号的幅值对时间为坐标的函数 $x(t)$ 在时间域 $T$ 内进行分析。通常的测试记录都是一维记录，不管是在纸上还是在磁带上，总是一个数轴代表时间，而另一个数轴代表某种物理量的幅值，它表示了动态信号的幅度和时间的关系。通过分析，给出各种量的幅值关系，如幅值的大小、幅值对时间的分布、起始时间和持续时间、时间滞后、相位滞后、以及波形的畸变(失真)等。

2 早期的波形分析，只在波形的幅值上分析，例如计算波形的最大值、平均值、最小值等。对于进行幅值大小的处理，通常称为幅域分析。随后发展到波形的时间域分析，并考虑了波形的分解和合成。现在已发展到对随机波形的相关分析，求得其相关函数。波形相关分析的通俗解释，就是波形与波形的相似程度分析。自相关分析即为波形自己某一时刻 $t$ 的 $x(t)$ 与另一时刻 $t+\tau$ 时 $x(t+\tau)$ 的相似程度，分析后得到自相关函数。互相关，即为两个波形 $x(t)$ 和 $y(t+\tau)$ 之间的相似程度，例如对某一系统的输入波形与输出波形的相

似程度，通过分析可得到互相关函数。

波形分析是对以上所指的时间、幅值（振幅）和周期的测量。除相关分析以外，一般是用通常的测量标度，以简单而迅速的直观方式进行的。而频谱分析（也称频率分析），是对动态信号在频率域内进行分析，分析的结果是以频率为坐标的各种物理量的谱线和曲线，可得到各种幅值以频率为变量的频谱函数  $F(\omega)$ 。频谱分析中可求得幅值谱、相位谱、功率谱和各种谱密度等等。频谱分析过程较为复杂，它是以傅里叶级数 (*Fourier Series*) 和傅里叶积分 (*Fourier Integral*) 为基础的。

波形分析（时间域分析）与频谱分析（频率域分析）是可以互相转换的，也就是通过傅里叶变换把它们联系起来，即

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1-1)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1-2)$$

$F(\omega)$  是  $x(t)$  的复傅里叶变换， $x(t)$  是  $F(\omega)$  的傅里叶逆变换。

波形分析与频谱分析关系的简单例子，示于图 1—1，即时域内的一个复合周期波，应用傅里叶级数的原理对波形分解，得到一次波、二次波……等等。而在频谱分析中，也可用傅里叶级数原理求得复合周期波形的各个频率的离散谱线，它们之间的关系是一致的。

图 1—1 直观地表示了从时间领域和频率领域来观察动态信号的有机联系。如用傅里叶级数分析一个复杂的周期振动，设

$$x = F(t)$$