

材料力学

自学指导与习(试)题分析

(高教自考土建类)

周树培 编

重庆大学出版社

材 料 力 学

自学指导与习(试)题分析

(高教自考土建类)

周树培 编

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书是为自学考试者愉快掌握自学考试教材《材料力学》(秦惠民主编,武汉大学出版社出版)的基本概念、基本原理和计算方法,顺利通过考试而编写的。

全书共10章,内容包括:轴向拉伸和压缩,剪切与扭转,截面的几何性质,梁的内力、应力和强度计算,梁的变形和刚度校核,应力状态和强度理论,组合变形,压杆稳定及动应力计算等。

本书特别适合于工业与民用建筑工程专业与铁道及道路工程专业自学考试的学生学习《材料力学》之需,对于高等院校有关专业的本、专科学生,函授、电大、夜大学生,以及立志报考硕士研究生的学生,也是一本理想的参考书。

EA09/28

材料力学

自学指导与习(试)题分析

周树培 编

责任编辑 彭宁

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆建筑大学印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:11.25 字数:280千

1997年4月第1版 1997年4月第1次印刷

印数:1—3000

ISBN 7-5624-1465-3/TB·12 定价:11.50元

前 言

本书以高等教育《材料力学自学考试大纲》为依据,以秦惠民主编、武汉大学出版社出版的全国高等教育自学考试教材《材料力学》(土建类专业)为主线,以该教材各章概念、理论、方法的归纳总结和灵活、透彻的习(试)题分析为向导,汇集了编者多年从事本课程的本、专科教学和自学考试教学的经验,博采了多种有关教材的精华编写而成。

全书共 10 章,每章均由基本要求、基本内容及学习指导、习题分析、典型例题分析四部分组成。本书特点是:

(1)根据大纲的要求,以及在对四川省历届自学考试材料力学试题分析的基础上,提出了各章的基本要求。

(2)在基本内容及学习指导部分,根据大纲规定的基本内容,对各章的重要概念、原理、方法、解题技巧及容易出错的问题作了系统而扼要的归纳总结。

(3)对自学教材各章的习题、综合测验题,均作了详细解答。解题思路清晰、思维敏捷、方法灵活、分析透彻。此外,还更正了原教材上答案和图中所出现的失误。

(4)在典型例题分析中,全是补充的有一定难度、综合性较强、富于思考的例题,以巩固和加深对基本理论、基本方法的理解与掌握,培养学生综合分析的能力,提高自学考试的应变能力。

(5)书末对近几届自学考试材料力学试题作了分析、解答,以便于学生了解题型和难度,充分作好考前准备。

限于编者水平,难免有不足或欠妥之处,竭诚欢迎广大读者提出批评指正。

重庆建筑大学

周树培

1996 年 7 月

目 录

绪 论	1
一、基本要求	1
二、基本内容	1
(一)重要概念	1
(二)材料力学的研究对象、任务和范围	1
(三)变形固体的基本假设	1
(四)杆件变形的基本形式	2
三、材料力学的学习方法	2
第一章 轴向拉伸和压缩	3
一、基本要求	3
二、基本内容、学习指导	3
(一)重要概念	3
(二)应注意区别的概念	4
(三)求内力的方法	5
(四)求内力应注意的问题	5
(五)拉压杆的应力、变形计算公式及其适用条件	5
(六)强度条件、强度计算	6
(七)斜截面上的应力及破坏现象分析	7
(八)塑性、脆性材料的比较	7
(九)拉压杆的轴向变形能	7
(十)拉压杆超静定问题	8
三、材料力学的解题思路	8
四、习题分析	9
五、典型例题分析	22
第二章 剪切 扭转	25
一、基本要求	25
二、基本内容、学习指导	25
(一)剪切、挤压的实用计算	25
(二)扭转的概念、扭矩的计算	26
(三)纯剪切应力状态、剪应变	26
(四)剪应力互等定理	27
(五)剪切虎克定律	27
(六)圆轴扭转时的应力、变形	27
(七)圆轴扭转时的强度和刚度计算	28
(八)计算强度、刚度时应注意的问题	28
三、习题分析	28

四、典型例题分析	34
第三章 梁的内力	37
一、基本要求	37
二、基本内容、学习指导	37
(一)重要概念	37
(二)剪力、弯矩正负号的规定	37
(三)求指定截面上的剪力、弯矩	37
(四)弯矩、剪力、荷载集度间的微分关系	38
(五)画剪力、弯矩图的方法	38
(六)简便方法画剪力、弯矩图的步骤	39
三、习题分析	39
四、典型例题分析	42
第四章 截面的几何性质	46
一、基本要求	46
二、基本内容、学习指导	46
(一)截面几何性质的定义	46
(二)静矩和形心坐标公式	46
(三)静矩、惯性矩、惯性积和极惯性矩的特性	47
(四)惯性矩、惯性积的平行移轴公式	47
(五)组合截面的惯性矩及其计算步骤	47
(六)主轴、主惯性矩、形心主轴和形心主惯性矩	48
三、习题分析	49
四、典型例题分析	50
第五章 梁的应力及强度计算	52
一、基本要求	52
二、基本内容、学习指导	52
(一)重要概念	52
(二)正应力公式的推导、适用情况及注意点	53
(三)剪应力公式的推导、适用情况及注意点	53
(四)梁的强度条件及注意点	54
(五)强度计算的一般步骤	55
(六)提高梁的强度的主要措施	55
(七)弯曲中心及产生平面弯曲的条件	56
三、习题分析	56
四、典型例题分析	62
第六章 梁的变形	70
一、基本要求	70
二、基本内容、学习指导	70
(一)重要概念	70
(二)坐标系的建立、挠度和转角正负号的规定	70
(三)挠曲线近似微分方程的建立	70

(四)积分法求位移	71
(五)挠曲线形状的判断	72
(六)叠加法求位移	72
(七)梁的刚度条件	73
(八)求解超静定梁	74
(九)梁的变形能	74
(十)卡氏定理	74
三、习题分析	75
四、典型例题分析	80
基本变形部分小结	87
第七章 应力状态和强度理论	89
一、基本要求	89
二、基本内容、学习指导	89
(一)重要概念	89
(二)研究一点的应力状态的目的及研究方法	89
(三)平面应力状态下应力分析——解析法	89
(四)平面应力状态下应力分析——图解法	90
(五)空间应力状态下的主应力和最大剪应力	90
(六)平面应力状态下的主应力和最大剪应力	91
(七)广义虎克定律	92
(八)强度理论和强度条件	92
三、习题分析	93
四、典型例题分析	98
第八章 组合变形	102
一、基本要求	102
二、基本内容、学习指导	102
(一)组合变形的分析方法	102
(二)外力的分解、简化	102
(三)组合变形强度计算时应注意的问题	102
(四)组合变形强度计算的步骤	102
(五)截面核心	103
(六)平面弯曲、斜弯曲的区别	103
三、习题分析	103
四、典型例题分析	106
第九章 压杆稳定	111
一、基本要求	111
二、基本内容、学习指导	111
(一)重要概念	111
(二)计算细长压杆临界力 P_{cr} 的欧拉公式	112
(三)计算细长压杆临界应力 σ_{cr} 的欧拉公式	112
(四)临界应力总图	112

(五)压杆稳定的实用计算	113
(六)作稳定计算应注意的问题	114
(七)提高压杆稳定性的措施	114
三、习题分析	114
四、典型例题分析	120
第十章 动应力计算.....	125
一、基本要求	125
二、基本内容、学习指导	125
(一)基本概念	125
(二)杆件作匀加速直线运动时的应力	125
(三)杆件作匀速转动时的应力计算	125
(四)杆件受冲击荷载作用时的应力计算	126
第七~十章内容小结.....	128
一、应力状态和强度理论	128
二、组合变形	130
三、压杆稳定	130
四、动应力计算	131
综合测验题 I 解.....	132
综合测验题 II 解.....	139
总复习指导	144
材料力学第二十次、二十二次、二十四次试题解	146
附录	169
表1 常用材料的 $E \sim \mu$ 值	169
表2 常用材料的主要力学性质	169
表3 常用材料的容许应力	170
表4 矩形截面杆扭转时的系数 α, β, γ	170
表5 压杆稳定的折减系数 φ	170

绪 论

一、基本要求

1. 理解构件的强度、刚度和稳定等概念。
2. 明确材料力学的研究对象、任务和范围。
3. 了解材料力学的基本假设。
4. 了解杆件变形的形式。

二、基本内容

(一)重要概念

- 1) 构件 组成机械的零件或结构的元件称为**构件**。
- 2) 杆件 纵向尺寸远大于横向尺寸的构件称为**杆件**。
- 3) 荷载 构件所承受的力(人、物的重量等)称为**荷载**。
- 4) 变形 构件在荷载作用下,其尺寸、形状的变化称为**变形**。
- 5) 强度 构件抵抗破坏的能力称为**强度**。足够的强度,能保证构件在正常工作下不发生破坏。
- 6) 刚度 构件抵抗变形的能力称为**刚度**。足够的刚度,能保证构件在正常工作下,变形不超过规定的限度。
- 7) 稳定 构件保持原有平衡形式的能力称为**稳定**。足够的稳定性,能保证构件在正常工作情况下,不丧失稳定。
- 8) 承载力 若构件在荷载作用下,能安全正常地工作,则构件就具备了同时满足强度、刚度和稳定要求的**承载能力**。
- 9) 变形固体 可变形的物体(构件)称为**变形固体**。
- 10) 弹性变形 外力撤除后可完全消失的变形称为**弹性变形**。
- 11) 塑性变形 外力撤除后遗留的变形称为**塑性变形**或**残余变形**。
- 12) 理想弹性体 外力撤除后能完全恢复原状的物体称为**理想弹性体**。
- 13) 小变形 变形量与构件本身尺寸相比是很微小的变形称为**小变形**。利用小变形,可以简化计算。例如,求支座反力时不计构件的微小变形,而采用变形前结构的原始尺寸来建立平衡方程。

(二)材料力学的研究对象、任务和范围

- 1) 研究对象 主要是杆件。
- 2) 研究的任务 研究构件在荷载作用下材料的力学性能,为构件的设计提供有关强度、刚度和稳定性分析的基本理论和计算方法。
- 3) 研究的范围 材料力学把研究对象——杆件局限在弹性范围内,即视杆件为理想弹性体;而把研究的内容限于小变形。

(三)变形固体的基本假设

实际的变形固体(杆件)是很复杂的。为了简化材料力学的分析和计算,对变形固体材料的

主要性能作以下三点假设：

1)连续性假设 假设在构件的整个体积内毫无空隙地充满了物质,即认为材料是密实无空隙的。根据这个假设,一些物理量(如构件内各点的位移)就可用坐标的连续函数表示,并可采用无限小的分析方法。

2)均匀性假设 假设构件的力学性能各处一样,即材料的力学性能与位置无关。根据这个假设,从构件内任何部位截出的微体(微小的立方体)所作的研究可用于整个构件;反之,在试验中对试件所测得的材料性能也可用于任何部位的微体。

3)各向同性假设 假设材料的力学性能沿任何方向都相同,即材料性能与方向无关。钢材、塑料、玻璃、混凝土均可视为各向同性材料。

以上三点假设,有时又归纳为连续均匀、各向同性两点假设。这些假设是材料力学的理论基础。今后研究的构件,就是实际构件经抽象简化为符合小变形,且连续均匀、各向同性的变形固体——线弹性体。

(四)杆件变形的基本形式

等截面直杆在不同形式的外力作用下,其相应的变形形式也不相同。杆件变形的基本形式有四类:轴向拉伸或压缩、剪切、扭转、弯曲。

对于杆件同时承受不同形式外力所产生的复杂变形(组合变形),总可由基本变形组成,这种组合变形将在第八章讨论。

三、材料力学的学习方法

1. 理解理论、重视实践

材料力学是一门理论性和实践性都比较强的技术基础课。要求在掌握好理论的同时,会熟练应用理论解决实际问题(例如习题)。对于概念和理论,重在理解,只有理解了才算真懂,才容易记住。对于习题,只有严格按解题思路、步骤、方法和书写格式认真完成,才能进一步加深和巩固对理论、概念和方法的理解,才能提高运算速度和运算能力。

2. 掌握研究方法,注意理论、公式的适用范围

通过观察实验现象,从几何、物理、静力学三方面进行综合分析,是贯穿在整个材料力学中研究问题的基本方法。这也是材料力学与理论力学的一个显著区别。同时,在小变形范围内,理论力学中有关取隔离体、受力分析、静力平衡等方法在材料力学中仍然适用;而力系的等效代替、力偶的可移性、力的可传性及力的平移原理等,则必须在一定条件下才能应用。这又是材料力学与理论力学之间的有机联系。

此外,还应注意一个力学模型是怎样从实际中抽象出来的,建立一个理论、公式时是如何作简化、假定的,以及理论(结论)、公式的适用条件和范围。

3. 重视学习方法和能力培养

一个好的学习方法和学习习惯的养成,以及自学能力、分析问题和解决问题的能力的培养是比掌握课程本身的理论知识更为重要的一个方面,对于培养一支规模宏大的、跨世纪的合格人才大军至关重要。

第一章 轴向拉伸和压缩

本章通过讨论轴向拉(压)杆的强度、变形计算;材料在拉、压时的力学性能;简单拉、压超静定问题,介绍了在材料力学中具有普遍意义的一些基本概念、基本理论和基本方法。

重点:

- 1) 截面法、内力、应力、强度计算及虎克定律、变形、位移计算。
- 2) 材料的力学性能、低碳钢的应力—应变曲线及其特征点。

难点:拉、压超静定问题是难点又是重点。

一、基本要求

1. 熟练掌握截面法求轴力,绘轴力图。
2. 掌握轴向拉、压杆的强度计算。
3. 熟练掌握轴向拉、压时的虎克定律及变形、位移计算。
4. 了解弹性模量 E 、横向变形系数 μ 。
5. 了解材料力学性能的主要指标。
6. 熟练掌握一次超静定杆系的求解,注意画变形图时轴力与变形一致的原则,以及变形几何条件的建立。

7. 要求牢记和熟练运用的公式

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad \sigma_{\max} = \left(\frac{N}{A} \right)_{\max} \leq [\sigma], \quad \epsilon_1 = -\mu\epsilon$$
$$\sigma = E\epsilon, \quad \Delta l = \frac{Nl}{EA} \text{ 或 } \Delta l = \sum \frac{Nl}{EA}, \quad U = \frac{N^2 l}{2EA} = \frac{EA}{2l} \Delta l^2$$

二、基本内容、学习指导

(一)重要概念

1) 轴向拉压杆 在沿杆件轴线的外力或外力的合力(含反力)作用下,杆件将产生伸长或缩短。具有这种受力特征和变形特征的杆称轴向拉压杆。

2) 内力 杆件在受到外力作用而发生变形的同时,杆内任意相连的两部分之间所产生的相互作用力,称为内力。在轴向拉压杆中,只有一种沿杆轴作用的内力,这个内力称为轴力。

3) 应力 杆件截面上某点处分布内力的集度称为该点处的应力 p 。垂直于截面的应力分量称为正应力 σ ;与截面相切的应力分量称为剪应力 τ 。

4) 变形 杆件形状和尺寸的变化称为变形。轴向拉压杆的变形指轴向变形 Δl (伸长或缩短)和横向变形 Δb (收缩或膨胀)。

5) 应变 轴向拉压杆单位长度的轴向变形称为轴向应变 $\epsilon = \Delta l/l$ 。同理,横向应变 $\epsilon_1 = \Delta b/b$ 。 ϵ 、 ϵ_1 都是无量纲的量。

6) 横向变形系数 在弹性范围内, ϵ_1 与 ϵ 成正比,但符号相反,即

$$\epsilon_1 = -\mu\epsilon \quad \text{或} \quad \mu = \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right| \quad (1-1)$$

式中, μ 称为横向变形系数或泊松比,也是无量纲的量。由式(1-1)可知,正方形截面杆受拉(或

压)而产生轴向应变 ϵ 时,其截面上对角线和边所产生的横向应变 ϵ_1 相同。

7)抗拉刚度 弹性模量 E 与横截面面积 A 的乘积 EA 称为**抗拉刚度**。它综合反映了杆件抵抗拉、压变形的能力。

8)弹性极限、比例极限、屈服极限和强度极限 在弹性阶段 Ob (图 1-1)上,点 b 的应力称为**弹性极限** σ_e ;在直线 Oa 上,点 a 的应力称为**比例极限** σ_p ;在屈服阶段 cd 上,点 c 的应力称为**屈服极限** σ_s ;强化阶段 de 上最高点 e 的应力称为**强度极限** σ_b 。

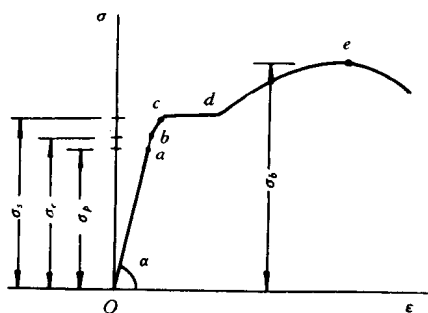


图 1-1

对于钢材和其它金属材料, σ_e 、 σ_p 二者非常接近,通常不加区分而将弹性阶段也称为正比阶段,并认为应力在**比例极限或弹性范围内**($\sigma < \sigma_p$ 或 $\sigma < \sigma_e$),虎克定律均成立。虎克定律 $\sigma = E\epsilon$ 中的弹性模量 E 即直线 Oa (图 1-1)的斜率

$$E = \tan \alpha = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

9)延伸率和截面收缩率 试件被拉断后,标距段 l ($l=10d$ 或 $5d$)的残余变形 $\Delta l = l_1 - l$ 与原长 l 比值的百分数称为**延伸率**

$$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\% \quad (1-2)$$

试件试验前、断裂后,面积之差 $A - A_1$ 与原面积 A 比值的百分数称为**截面收缩率**

$$\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\% \quad (1-3)$$

注意 δ 、 ψ 和 σ_s 、 σ_b 分别是衡量材料塑性和强度的重要指标,并将它们称为材料的**力学性能指标**。把 E 称为**刚度**(EA 、 EI)指标。

10)工作应力、极限应力、容许应力 杆件在外力作用下实际产生的应力称为**工作应力** σ ($\sigma = N/A$);材料破坏时的应力称为**极限应力** σ^0 ($\sigma^0 = \sigma_s$ 或 σ_b),它与材料有关,由试验确定;极限应力 σ^0 除以安全系数 K 称为**容许应力** $[\sigma]$ ($[\sigma] = \sigma^0/K$),它与材料和工作条件有关。

11)静定、超静定 用静力平衡方程能求出全部反力和内力的问题称为**静定问题**。其静力特征是:未知数数目等于独立方程数目;其几何特征是:无多余约束。仅用静力平衡方程不能求出全部反力和内力的问题称为**超静定问题**。其静力特征是:未知数数目超过独立方程数目;其几何特征是:具有**多余约束**。多余约束是指对于维持结构的平衡或维持结构原有几何形状不变是多余的,但对于提高结构的强度、刚度则是必要的。与多余约束相应的未知力称为**多余未知力**。多余约束或多余未知力的个数称为**超静定次数**。

(二)应注意区别的概念

1)外力、内力 在轴向拉压中,外力指轴向外荷载和反力;内力指轴力,它是杆中相连的两部分之间相互作用的力。切勿将某截面上的外力误为该截面某相邻杆段中的轴力!

2)内力、应力 应力是精确描写内力分布情况的物理量,而内力则是由分布内力组成的,且二者量纲不同。

3)变形、位移 在轴向拉压中,变形指杆的伸长或缩短,即长度的改变量 Δl ;位移指在荷载作用下,杆上某点(或杆系结构的节点)在变形后位置移动的距离或位置的改变。

结构不仅在荷载作用下因变形而产生位移,在温度变化、制造误差、支座位移影响下也会

产生位移。

(三)求内力的方法

1. 截面法

用来显示和计算内力的方法称为**截面法**,它是计算内力的普遍方法。求内力的步骤是:

1)取脱离体 用假想的截面截取受力较简单的一部分为脱离体或隔离体。

2)画受力图 在脱离体上除画原作用于该脱离体上的所有外力之外,还应在截面处画上全部未知内力,并将未知内力均设为正向。

3)列平衡方程求内力 求出的内力为正号时,说明内力的实际指向与所设内力方向一致;当为负号时,则与所设方向相反,但不必改变原来所设方向。

轴力正负号规定:产生伸长变形的拉力为正,压力为负。即根据变形(伸长或缩短)来规定内力正负的,在材料力学中内力正负号均是根据变形来规定的。

2. 简化法(直接计算法)

将截面法所列平衡方程移项就可演变出一个直接计算轴力的公式

$$N = \sum X \quad (1-4)$$

即任意截面的轴力等于该截面一侧脱离体上所有外力在杆轴 x 方向上投影的代数和。等号左边的轴力 N 已设为正的拉力,总和号内的投影以离开截面的投影取正,指向截面的投影取负(或与正轴力反向的取正,同向的取负)。

注意 简化法是由截面法(基本方法)演变而来的,虽然免去了取脱离体、画受力图和列平衡方程,但用式(1-4)求轴力时,在头脑里仍需装有一个确定的脱离体和受力图。

(四)求内力应注意的问题

1. 截面法求内力与理论力学中求反力的方法、步骤相同,且求内力前通常应先求反力。

2. 若截面上的内力设为正的,则同一截面上内力的大小及正负号,不会因所取脱离体是该截面的哪一侧的杆件而发生变化。

3. 在取脱离体之前,理论力学中力的可传性、力偶的可移性、力的平移原理及力系的静力等效等原理均不得应用(即它们的应用是有条件的)。否则,平衡状态(外效应)虽然不变,但却改变了内力和变形(内效应)。

4. 轴力只与荷载及截面位置有关而与截面尺寸和材料无关。因此,轴力必须严格按(三)中所述求内力的方法进行计算,切勿将截面上的外力误为该截面相邻杆段中的轴力,以免混淆内力、外力的概念性错误。

5. 所画受力图应与原杆件相应位置对齐,轴力图的基线应与杆轴平行。轴力图上应注明轴力数值及正负号,并应注意截面位置与轴力的对应关系,正确读出与截面对应的轴力值。

6. 在集中力作用的截面上轴力是不确定的,而在该截面稍左、稍右的截面上的轴力不仅数值不同,而且正负号也可能不同。即在集中力处轴力图有突变,突变值等于该集中力。

以上各点,在扭转、弯曲变形中仍应注意,只是那时的内力不再是轴力,而是与扭转、弯曲相应的内力。

(五)拉压杆的应力、变形计算公式及其适用条件

1. 正应力计算公式

通过试验,观察轴向拉压杆表面的变形现象,可对杆件内部的变形作出变形的**平面假设**(即变形后,杆的横截面仍保持为平面,并垂直于杆轴)——变形的几何条件;由连续均匀及平

面假设,可知横截面上各点应力 σ 相等,即应力在横截面上均匀分布——力与变形的物理条件;再由静力等效条件——平衡条件($\sigma A=N$),推导出正应力计算公式

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (1-5)$$

正应力正负号规定与轴力正负号规定一致。

可见,正应力计算公式是综合分析了几何、物理、静力学三方面的条件导出的,即采用了材料力学中分析应力的基本方法,而求解超静定问题也是采用这种分析方法的。

2. 虎克定律——变形的计算公式

试验表明,只要材料在弹性范围内(或者 $\sigma < \sigma_p$),虎克定律

$$\sigma = E\epsilon \quad \text{或} \quad \Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad (1-6)$$

才成立。式(1-6)是拉压虎克定律的两种表达形式。

当轴力 N 、截面面积 A 、弹性模量 E 中任何一个沿杆长变化时,应分段应用式(1-6)求各段的变形,而杆的总变形为

$$\Delta l_s = \sum \frac{Nl}{EA} \quad (1-7)$$

3. 位移的计算

计算静定结构的位移时,除应画好受力图外,还应注意在小变形情况下利用垂线代圆弧的方法画好变形图。在求解超静定问题时应根据受力与变形一致的原则画好受力图和与之对应的变形图,以便利用变形图上的几何关系建立几何条件。

4. 式(1-5)、(1-6)的应用条件(适用范围)

式(1-5)中的应力 σ 与轴力 N 及截面尺寸(A)有关,而与截面形状、材料、应力是否在弹性范围内无关,即式(1-5)适用于平面假设成立,且外力或外力的合力沿等截面直杆轴线作用(即应力 σ 在横截面上均匀分布)的情况,以及距集中荷载作用点较远的部分。

式(1-6)、(1-7)适用于外力沿等截面直杆轴线作用,并应在弹性范围内。

(六)强度条件、强度计算

1. 强度条件

杆件强度与应力和材料有关。为了保证杆件能安全可靠地工作,杆内最大工作应力不得超过容许应力,即

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{N}{A} \right)_{\max} \leq [\sigma] \quad (1-8)$$

式(1-8)称为拉压杆的强度条件。满足了强度条件,杆件就具备了足够的强度。

2. 强度计算

根据强度条件,可解决三类强度计算问题:强度校核;选择截面;求容许荷载。强度计算的步骤是:

1) 计算反力 当能直接计算轴力时可以不求反力。

2) 计算轴力 用截面法或适当选取脱离体,由平衡方程求轴力,必要时还应绘出轴力图。

3) 建立强度条件 由危险截面上的最大工作应力 $\sigma_{\max}$ 按式(1-8)建立强度条件后,即可按要求进行某一类的强度计算。

作强度计算时应注意两点:

1)关于超应力问题 在强度校核中,应对可能的危险段(例如,当某段的轴力大,面积也大,而另一段轴力虽小,但面积也较小时,则此二段都可能是危险段)进行强度校核。当出现工作应力 $\sigma_{\max} > [\sigma]$ 时,只要工作应力不超过容许应力的 5%,即满足

$$\frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \times 100\% \leq 5\%$$

就认为满足强度要求。

2)关于容许荷载的计算 在计算容许荷载时,为了避免出现主观性的错误,例如认为轴力较大的杆是最危险的杆,或认为容许轴力 $[N]$ 较小的杆是最危险的杆,或认为各杆轴力均同时达到其容许轴力等,应严格按以下步骤计算容许荷载:

- ①由平衡方程求各杆轴力;
- ②由各杆的强度条件确定容许荷载(见题 1-7)。

(七)斜截面上的应力及破坏现象分析

1. 斜截面上的应力

应用截面法、静力等效条件 $p_a A_a = N_a = N$ 及正交分解,可得任意斜截面上的应力公式

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_a &= \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (1-9)$$

2. 最大应力

由式(1-9)可见,在轴向拉压杆中,最大正应力 $\sigma_{\max} = \sigma$,发生在横截面上;最大剪应力 $\tau_{\max} = \sigma/2$,发生在与杆轴成 45° 的斜截面上。

3. 破坏现象分析

由最大应力 $\sigma_{\max}$ 、 $\tau_{\max}$ 所作用的截面可知:铸铁试件受拉时沿横截面断裂破坏,是因为该面上的最大正应力所引起的;铸铁试件受压断裂破坏时的断口,以及低碳钢试件受拉屈服破坏时出现的滑移线均与轴线约成 45° ,都是因为该面上的最大剪应力所引起的。

(八)塑性、脆性材料的比较

材料名称 性能	塑性材料	脆性材料
塑性指标	破坏前有明显塑性变形,塑性好,延伸率 $\delta \geq 5\%$	破坏前无明显塑性变形,塑性差, $\delta < 5\%$
强度指标	σ_s, σ_b	σ_b
极限应力 σ^0	σ_s	σ_b
抗拉压强度	$[\sigma_+] = [\sigma_-]$	$[\sigma_+] < [\sigma_-]$
典型材料	A3 钢、铝等	铸铁、混凝土等

(九)拉压杆的轴向变形能

1. 功能原理

若不计能量损失,外力功 W 将全部转化为变形能 U ,即

$$U = W \quad (1-10)$$

式中,外力功

$$W = \frac{1}{2} P \cdot \Delta l = \frac{1}{2} N \cdot \Delta l$$

2. 变形能

由功能原理,并引用虎克定律 $\Delta l = Nl/EA$,可得拉压杆的轴向变形能 U 和比能 u :

$$U = \frac{N^2 l}{2EA} = \frac{EA}{2l} \Delta l^2 \quad (1-11)$$

$$u = \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{E}{2} \epsilon^2 \quad (1-12)$$

式中 u ——单位体积的变形能,称为比能。

注意 由于 U 是 N 或 Δl 的二次函数,故变形能不能叠加。

(十) 拉压杆超静定问题

1. 变形几何条件、受力图和变形图

解决超静定问题,必须综合考虑几何、物理、静力学三方面的条件,列出补充方程才能求解。求解拉压杆系的超静定问题的难点在于建立各拉压杆变形间的几何关系即变形几何条件。为突破这一难点,应画好两个图:

- 1) 受力图 根据杆的轴力与变形一致的原则画出结构的受力图。
- 2) 变形图 根据结构的受力及约束情况画出结构变形后的几何位置即变形图。

2. 求解拉压杆超静定问题的步骤

- 1) 判断是否超静定问题,确定超静定次数。
- 2) 去掉全部约束,画受力图和变形图。
- 3) 由受力图列静力平衡方程。
- 4) 由变形图上各杆变形间的几何关系列变形几何条件。
- 5) 根据虎克定律将各杆变形与轴力间的关系列成物理条件。
- 6) 将物理条件代入几何条件得补充方程。
- 7) 解补充方程、平衡方程求未知反力或轴力。

须指出:对于只有一根轴向拉压杆的超静定问题,可以只去掉多余约束,代以多余未知力(例如,题 1-15 可只去掉支座 B 代以多余未知力 R_B),且不画变形图、不列平衡方程,仅由补充方程即可求出多余未知力。多余未知力求出后,余下的问题便可迎刃而解了。

3. 超静定结构的特征

- 1) 内力与刚度有关,增大某杆的刚度(例如增大 EA),该杆内力便会增大;反之,减小某杆的刚度,该杆内力将减小(见题 1-15b)。
- 2) 温度变化、制造误差、支座位移等会在结构中产生应力。温度变化、制造误差所产生的应力分别称为温度应力、装配应力(见题 1-19、1-21)。

三、材料力学的解题思路

在材料力学中,进行强度、刚度计算时,应首先判断是静定或是超静定问题。

1. 静定问题的解题思路

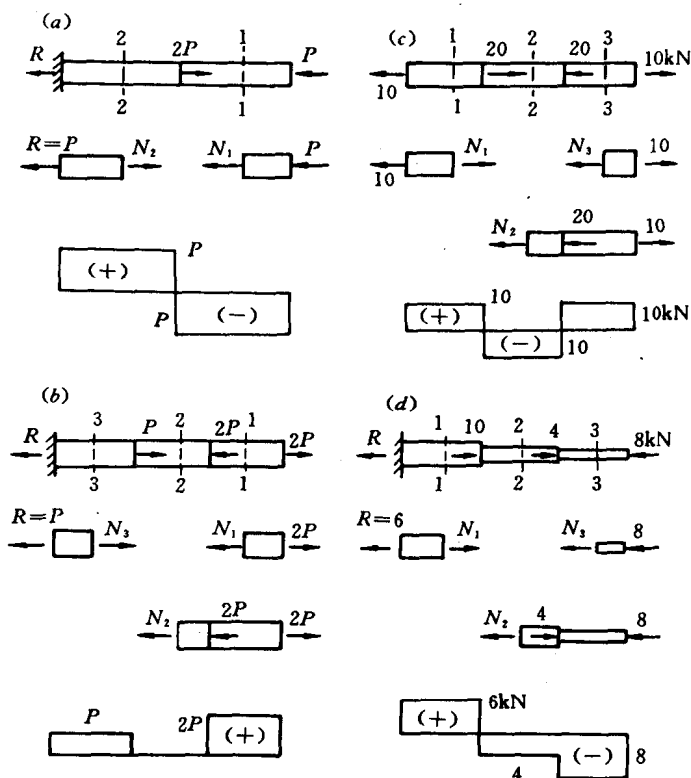
$$\text{外力(含反力)} \rightarrow \text{内力} \begin{cases} \text{应力} \rightarrow \text{强度计算} \\ \text{变形} \rightarrow \text{刚度计算} \end{cases}$$

2. 超静定问题的解题思路

几何条件] → 补充方程 → 外力或内力 — [应力 → 强度计算
物理条件] [变形 → 刚度计算

四、习题分析

题 1-1 (“教”P. 63*) 求图示各杆指定截面上的轴力, 并画轴力图。



题 1-1 图

解 1) 求反力

题 a、b、d 中各杆反力如题 1-1 图所示。

2) 求轴力 由各截面截取的脱离体、受力图, 列出投影方程即可求得各指定截面的轴力。

图 a $N_1 = -P$ (压), $N_2 = P$

图 b $N_1 = 2P$, $N_2 = 2P - 2P = 0$, $N_3 = P$

图 c $N_1 = 10\text{kN}$, $N_2 = 10 - 20 = -10\text{kN}$ (压), $N_3 = 10\text{kN}$

图 d $N_1 = 6\text{kN}$, $N_2 = 4 - 8 = -4\text{kN}$ (压), $N_3 = -8\text{kN}$ (压)

3) 画轴力图 各小题的轴力图如图所示。

题 1-2 题 1-1 图 c、d 所示杆件, 已知图 c 中杆的横截面积 $A = 400\text{mm}^2$, 图 d 中杆的横截面积: $A_1 = 400\text{mm}^2$, $A_2 = 300\text{mm}^2$, $A_3 = 200\text{mm}^2$ 。试求二杆各指定截面上的正应力。

• “教”P. 63 指自学考试教材第 63 页。下同。