

过程数据的 计算机处理

李兰馨

清华大学出版社

MD07A

过程数据的计算机处理

李兰馨 编著

清华大学出版社

内 容 简 介

本书综合介绍测量过程中确定性和随机性物理过程数据处理的基本理论和方法。着重介绍误差分析处理、数字变换技术、数字滤波技术、相关谱分析技术在过程数据处理中的应用,突出数字计算机系统与数据处理的密切关系,简述数据处理在能源、交通研究和检测技术中的应用。

本书十分重视理论和实践相结合,内容包括误差分析处理,拟合曲线及拟合方程的求取,数字变换与数字滤波,随机过程分析等的计算方法,计算程序及框图,分析处理装置,应用实例。

本书可作为大学非电类专业教材,也可供电类工程技术人员参考。

过程数据的计算机处理

李兰馨 编著

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

中国科学院印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本: 787×1092 1/16 印张: 22 字数: 546 千字

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

印数: 0001-5000

ISBN 7-302-00402-1/TF·132

定价: 4.40 元

序 言

数据处理是一门综合性、边缘性的学科,目前已成为自动化领域中的一个重要组成部分,它不仅与计量、精密测量、科学实验、产品质量检验关系密切,而且随着数字计算机和微处理机的普遍应用以及尖端科学的开发,其应用范围愈来愈广泛,已普及到自动控制、人工智能、生物医学、数字通讯、语言通信、遥感、声纳、雷达技术、图象传输、核物理、地震学、振动学、热物理学等各个领域。随着人们对系统动特性研究的重视及电子技术的发展,数据处理系统日趋完善,有在线的实时数据处理系统、离线的非适时数据处理系统、模拟对象的仿真数据处理系统,其中又分模拟装置和数字装置、小型专用装置和大型通用装置。在计算方法上,除已被广泛应用的误差理论,振动谱分析理论,拉氏变换(ST)、Z变换(ZT)、傅里叶变换(FT)外,快速傅里叶变换及最优数字滤波等现代算法,近年又有新的发展和应。目前对瞬时非周期信号的分析处理,已可不经谱分析,而由测量数据直接求模型的新算法。人们几乎能够与过程的同时看到和保存数据处理的结果,以及激励信号加在系统上的动态响应图象。

本书综合应用误差理论、概率统计理论、随机过程理论、数字变换与数字滤波理论、计算机系统等方面的知识,解决过程测量中的数据处理问题,得到对象的静动态特性(数学模型)。并介绍数据处理的计算方法、计算程序、及模拟和数字的数据处理系统,最后介绍能源和交通研究中的一些实例,以使读者得到较为完整的数据处理方面的知识。

本书内容分为四个部分:

第一部分:应用误差理论、概率统计理论和数字计算机,对过程的静态测量数据进行分析处理,以便得到误差的统计特性,输入、输出测量数据的拟合方程。

第二部分:介绍数字变换与数字滤波的基本原理,以及快速傅里叶变换的应用。

第三部分:应用随机过程理论和线性系统分析方法,求随机信号的统计特性及系统的动特性。

第四部分:介绍有关能源、检测、交通等方面的数据处理应用的实例。

书中提供的全部程序均在 PC-8801 机及 IBM-PC 机上多次用过。

本书要求读者有初步的概率统计知识和程序设计能力。

本书内容及章节安排,经清华大学自动化系常迥教授审定。第二、三部分,经清华大学自动化系阎平凡教授评阅。清华大学热能系李桂芳、宋艺新、张效芬三位同志在抄写、绘图方面给予过不少帮助,民政部假肢研究所所长吴忠泽同志也曾给予过帮助,在此一并表示衷心的感谢。

由于作者水平有限,书中一定存在不少缺点和错误,欢迎读者批评指正。

目 录

绪 论

第一章 过程数据处理的一般介绍	1
§ 1.1 过程数据处理的基本概念.....	1
§ 1.2 过程数据处理应用实例简介.....	5

第一篇 静态测量数据的计算机处理

第二章 直接测量数据误差的计算机处理	9
§ 2.1 有关误差的基本概念.....	9
§ 2.2 随机误差的性质及其处理方法.....	11
§ 2.3 系统误差的性质及其处理方法.....	25
§ 2.4 粗差性质及其处理方法.....	28
§ 2.5 随机误差、系统误差、粗差的计算机处理.....	31
第三章 间接测量和检测系统误差的分析方法	48
§ 3.1 间接测量误差的分析方法.....	48
§ 3.2 检测系统误差的分析方法.....	52
第四章 输入-输出测量数据的计算机处理	55
§ 4.1 输入-输出测量数据的一般处理方法.....	55
§ 4.2 单变量线性回归分析.....	62
§ 4.3 单变量线性及非线性拟合方程的计算机处理.....	66
§ 4.4 多变量线性及非线性的回归分析.....	73
§ 4.5 多变量线性最小二乘回归方程的计算机处理.....	82
§ 4.6 分析处理测量数据的计算机系统.....	98

第二篇 确定性过程的数据处理

第五章 两类物理过程及其处理方法的一般介绍	101
§ 5.1 物理过程的分类及其特点.....	101
§ 5.2 确定性过程及随机性过程的数据处理方法的一般介绍.....	106

第六章 确定性过程的数字处理方法	108
§ 6.1 信号与系统的描述.....	108
§ 6.2 数字信号与模拟信号之间的转换处理.....	120
§ 6.3 傅里叶级数与傅里叶变换.....	124
§ 6.4 离散周期性序列的傅里叶级数(DFS)和离散非周期性序列的傅里叶变换(DFT).....	146
§ 6.5 快速傅里叶变换的基本原理及计算程序.....	154
§ 6.6 快速傅里叶变换的应用.....	167
§ 6.7 滤波技术与数字滤波器的基本概念.....	180
§ 6.8 数字滤波器的应用.....	189

第三篇 随机过程的数据处理

第七章 随机过程的统计特性	193
§ 7.1 随机过程的一般描述.....	193
§ 7.2 随机过程的数字特征.....	197
§ 7.3 随机过程的概率密度函数与概率分布函数.....	198
§ 7.4 随机过程的相关函数.....	204
§ 7.5 随机过程的功率谱密度函数与凝聚函数.....	212
§ 7.6 由随机信号的统计特性求线性系统的频率响应函数.....	220
第八章 随机过程的统计分析方法	227
§ 8.1 子样的数字特征及概率密度函数.....	227
§ 8.2 统计分析检验方法及其应用.....	237
§ 8.3 由子样估计随机过程参数时的误差.....	245
第九章 随机过程的各种处理方法	250
§ 9.1 随机过程的一般分析处理步骤.....	250
§ 9.2 随机过程的模拟分析处理方法.....	253
§ 9.3 随机过程的数字分析处理方法.....	260
第十章 数据处理系统及其在热能过程研究中的应用	289
§ 10.1 数据处理系统简介.....	289
§ 10.2 数据处理系统在自动检测中的应用.....	296
§ 10.3 数据处理系统在分析电站锅炉装置动特性中的应用.....	298
§ 10.4 数据处理系统在工业炉燃烧研究方面的应用.....	303
§ 10.5 数据处理系统在风力发电装置性能研究中的应用.....	305
§ 10.6 数据处理系统在汽车结构的动特性研究中的应用.....	313
思考题与习题	319
附录	327

附录 1	标准正态分布表.....	327
附录 2	z 分布表.....	329
附录 3	χ^2 分布表	330
附录 4	F 分布表.....	332
参考文献		344

绪 论

第一章 过程数据处理的一般介绍

§ 1.1 过程数据处理的基本概念

一、什么叫过程数据处理

所谓数据处理,是根据实际或模拟运行中的测量数据,采用现代先进的数字或模拟手段,分析和抑制输入、输出及系统本身所存在的噪声,求取接近真实过程参数的最佳测量值及噪声的统计特性,最后以数学形式来描述过程的静态和动态特性——建立静态和动态数学模型。具体地说,不要求知道过程的物理和化学机理或系统的结构,仅根据过程中所测量的各参数值,应用某些理论算法(例如误差理论、概率统计理论、线性系统理论、时域和频域变换理论、随机过程理论),在模拟的或数字的数据处理装置上,分析、估计、校正部分误差,抑制噪声,得到过程参数的真实数值以及系统的静动态数学模型。工程上往往根据需要,将静态处理和动态处理分成两个独立的部分进行。

此外,根据对象的特点(确定的或随机的、线性的或非线性的、平稳的或非平稳的等)及工程和科研的需要(自动检测、仪表智能化、自适应控制等),研究应采用的数据分析处理手段。

二、过程数据处理与其它学科的关系

过程数据处理和数字计算机系统(特别是计算机软件),以及检测估计,系统辨识,数字信号处理,随机过程的统计处理密切相关。其处理得到的模型将直接用于自适应控制,故障诊断,特殊动态检测技术以及仪表智能化等方面。因此,过程数据处理属于自动化领域中一门综合性的、边缘性的学科。下面简单介绍一些与过程数据处理有关的技术名词。

1. 实验误差估计与数据处理

属于过程测量数据的静态处理部分。应用误差理论、采用数字计算机系统,对测量数据进行误差分析处理,以便得到接近实际的最佳值和输入输出测量数据的拟合方程。

2. 数字信号处理

属于确定性过程的时域和频域的动态分析处理。研究用数字的或符号的序列来描述信号,即:信号的抽样和量化处理。并进一步对数字信号进行滤波、变换、运算等处理,削

弱信号中多余的内容,滤除混杂在有用信号中的噪声,以便正确的估计信号的特征参数、或变换成容易分析和辨认的形式,最后还可以得到确定性过程动态数学模型。由于数字信号在时间上和幅值上都是离散的,因此可以直接在数字计算机或专用的数字信号分析仪上进行处理,计算中应用线性系统理论,采用数字变换和数字滤波技术。应用时根据已知条件和需要的不同,数字信号处理又可分成综合和分析两类问题。

综合: 已知输入和输出数据,求系统动态参数(幅值、频带范围、迟延、阶数、…),如图 1.1.1 所示。

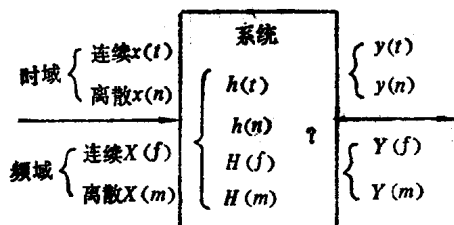


图 1.1.1

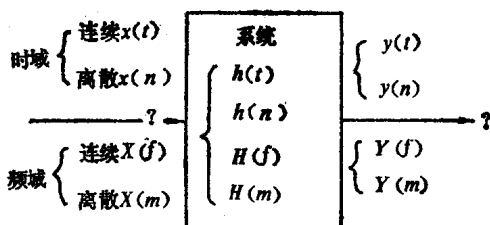


图 1.1.2

分析: 已知输入 $x(t)$ (或 $x(n)$, $X(f)$) 和系统动特性 $h(t)$ (或 $h(n)$, $H(f)$), 求输出 $y(t)$ (或 $y(n)$ 和 $y(n+1)$, $Y(f)$)。反之, 已知输出 $y(t)$ (或 $y(n)$, $Y(f)$) 和系统动特性 $h(t)$ (或 $h(n)$, $H(f)$), 求输入 $x(t)$ (或 $x(n)$, $X(f)$), 如图 1.1.2 所示。

工程上往往需要同时解决上述两类问题,即: 通过测量数据,先综合得到系统经验模型,然后再应用所得模型去预测系统的输出或估计系统的输入,例如故障诊断和快速动态检测。

3. 检测与估计

检测指的是在有噪声和干扰情况下,判决真实信号(目标)是否存在,例如: 水位计波动,是真水位变化,还是假水位变化。估计则是根据含有噪声和干扰的观察结果来恢复真实信号。

4. 系统辨识和参数辨识

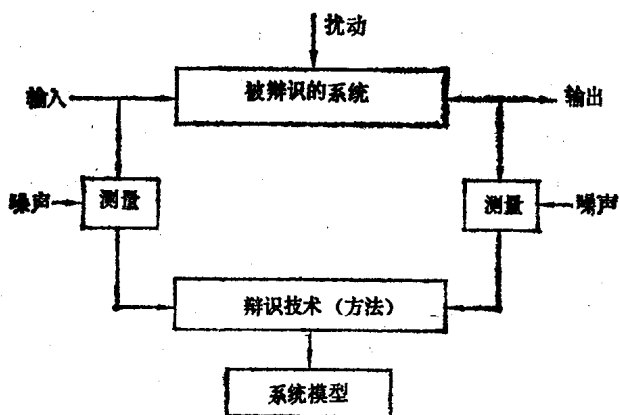


图 1.1.3 系统辨识方块图

系统辨识通常指的是由观察系统的输入-输出关系来建立系统的数学描述形式。由于输入-输出存在测量噪声,以及系统本身存在动态干扰,故系统辨识本质上是寻求一个特殊的数学模型,使之能与具有噪声的观察数据很好的拟合,如图 1.1.3 所示。

如果对系统完全不知(即所谓黑箱系统),或已知系统的基本特性(如线性度,频带

宽),寻找系统动态方程的阶数和有关系数,称为系统辨识。如果已知系统的机理过程或结构,寻找系统的一组动力学方程的参数,则称系统参数辨识。例如:电站锅炉系统的结构和机理均是已知的,辨识存在噪声情况下的动特性,就属于系统参数辨识问题。又如:管道中两相流问题,管道结构参数和热力学、动力学参数均是已知的,需要辨识的也是在具有噪声情况下的系统参数模型。

三、过程数据处理的目的和手段

数据处理涉及到各个领域的科研、生产、实验,但处理的目的是手段则因研究的对象及条件不同而异,本书介绍以下六个方面。

1. 过程中测量数据的自动整理。根据误差理论、概率统计理论,对大量的测量数据进行错误数据的剔除、缺失数据的补充、等效数据的压缩,以及误差的分析、估计、校正,找出测量数据中最大值、最小值、平均值,以便得到正确的测量结果和误差分布的概率密度函数及概率分布函数的经验分布图(统计直方图,或称棒图)。对于输入-输出测量数据,则需要得到拟合曲线和拟合方程,最后还应评定拟合精度。例如:风力发电系统在不同转速下,风速与扭矩的关系;在不同的风速下,转速与气动功率的关系。又如:电站锅炉系统中给水流量与锅炉水位的关系;给水阀门的开度与给水流量的关系;过热器的出口温度与喷水量的关系;风量/燃料量之比与燃烧脉动压力的关系等等。在数字计算机未普及之前,类似上述的大量运行测量数据处理工作,均由繁重的手工计算完成,处理速度慢,容易出差错。现在只需要在大型通用计算机或小型微处理机上,采用实验数据处理标准软件或自编程序,可以自动完成全部处理工作,速度快,准确度高。

2. 确定系统的性能指标及系统参数之间的静态关系,即:建立静态数学模型,以便建立生产规范和设计调节系统的参数。例如:风力发电中,通过对所测风速,转速,扭矩等数据的处理可得到在不同风速下的气动功率与转速的关系曲线,如图 1.1.4 所示。

由此,我们可以确定最佳工况的运行参数,即 1、2、3、4、5、... 各点所对应的参数,由于受发电机的额定功率限制,低风速时,控制风轮机按模型最佳参数运行(虚线所示),高风速时,恒转速运行(非最佳)。

3. 由运行测量数据处理,建立系统的动态数学模型,实现过程的自适应控制。由于随机噪声和干扰的存在,系统运行时均偏离设定的参数值,所以要通过数据处理得到实时的参数之间的关系,然后自动调整给定参数值,实现最佳的自适应控制。否则调节系统可能不稳定,或不是最佳参数控制。目的 2、3 都可以在实时或仿真的计算机系统上进行。

4. 系统参数预报,进行故障诊断,例如:汽轮发电机振动测量数据处理,由振动频率和振幅大小的变化,可以判断汽轮发电机是否工作正常。又如:由锅炉水冷壁中两相流

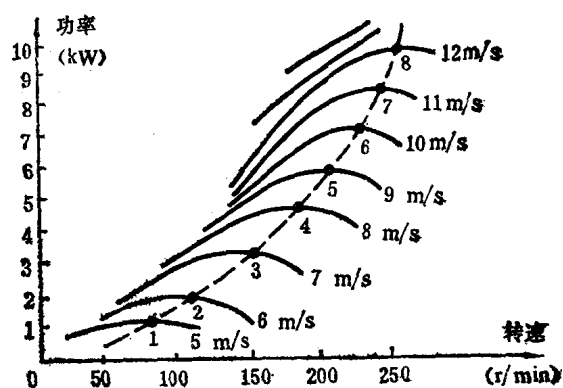


图 1.1.4 风轮机气动特性

的变化,可以判断水冷壁是否将发生爆管事故。再如:在长管道中如发现输送压力有突变,可以判断管道堵、漏故障。

5. 实现某些特定情况下的动态测量。一般说,如果测量装置动态响应跟不上对象的变化或量程小于被测范围时,均不能正确得到过程参数的准确数值,但可通过数据处理加校正环节,解决上述测量问题。

6. 仪表智能化。通过数据处理可以设计检测指示、计算、非线性校正、动态特性校正、调节等多功能,高性能的智能化仪表。例如:一般的温度控制是由检测到的温度偏差进行恒温控制,如果采用数据处理办法,则可以根据其他外界条件的变化(如湿度),自动修正给定温度,以便得到最佳的调节效果。又如:重油流量计,通过对输送重油的压力,温度变化等修正可得到更准确的流量值。总之:通过数据处理可以快速得到具有噪声时的动态数学模型,因而能实现过程的自适应控制和过程参数的预测。

四、数据处理的分类

在一个实际的数据处理系统中,通常不可能严格的分类,而是几种情况同时存在,下面根据不同原则进行一些简单的分类。

1. 按过程的性质不同,分为数字信号分析处理和统计信号分析处理,一般确定性过程采用数字信号分析处理,而随机性过程则采用统计信号分析处理,由于数字计算机的普及和快速傅里叶变换(FFT)的发展,两者在相关谱分析技术上统一起来了。

2. 按处理装置与系统连接方式不同,或者说,信号输入到处理装置的时间不同,可分为在线的实时数据处理,离线的非实时数据处理或模拟系统的数据处理。如:实验结果的静态处理、产品质量和性能检验,往往是离线的非实时处理,而自适应控制,雷达技术、图像传输,气象形势预报、地震预测等领域中有很多数据处理是属于在线的实时处理。近来由于仿真系统的发展,借助于计算机系统模拟真实系统,因而伴随着出现仿真数据处理。

3. 按处理装置的工作原理和结构的不同,可分为模拟的和数字的数据分析处理系统,及模拟数字混合的数据分析处理系统。一般来说模拟的精度高,速度快(指模拟计算机),但使用不灵活,价格贵。数字处理系统由于大面积集成电路的发展,软硬件密切配合,因而速度快,功能强,使用灵活,价格较低,目前似乎已经占绝对优势,

4. 按数据处理系统的功能不同,可分为专用的数据处理系统和大型通用的数据处理系统。专用的数据处理系统有模拟和数字的两种,一般为小型的,特点是功能固定,操作方便,可到现场使用。价格也较低廉,多半在实验室、车间采用。大型通用的数据处理系统一般都是数字的,少数是模拟的或数字模拟混合的。大型数字的数据处理系统具有功能强、速度快、容量大、软件丰富等优点,但价格贵,一般只有在重大科研项目和计算中心才配备。

因此,如何选择数据处理系统应根据对象特点(计算的速度、数据的容量、噪声大小、处理精度要求),经济条件而定。

§ 1.2 过程数据处理应用实例简介

一、过程测量数据的误差分析处理

误差分析是数据处理中最广泛的一种。例如：有关能源研究的各种实验数据处理，其中包括重油粘度分析，煤粉发热量分析，以及比热系数，风力发电中的风能利用系数，功率系数等测量时的误差分析。目前大多数实验室都配备微型计算机系统，可引用标准的实验数据处理软件。例如：数据统计分析程序包，能进行如下工作：选择字样的大小、计算平均值、找出最大值、最小值，计算方差、计算标准偏差、计算偏差分布、绘出统计直方图，计算自相关和互相关系数、最小二乘法的系数，多重相关系数，回归系数，方差矩阵，偏相关矩阵等，也可以根据工作的需要自行编制程序进行一些特殊的分析。

二、动态测量和检测装置

通过数据处理，可以解决热工动态测量中的一些特殊问题，如检测快速变化的瞬时值及超出测量元件范围的输入值，非线性的动态补偿等。

目前，能源研究中已利用相关原理测量粉末流量（如图 1.2.1 所示），以及汽车、船舶的行驶速度。利用燃烧时微压脉动的功率谱，分析研究燃烧效率。由气泡的概率密度，检测两相流中的气泡份额等。

此外，相关技术已广泛应用于地震学、声学、水声学、机械振动学、雷达技术中，在此就不一一列举。

三、研究系统的滞后时间和频率响应函数

目前，可以通过数字信号分析仪（或通用计算机），采用相关谱分析方法，根据运行测量数据求取各环节的迟延和传递函数，来分析系统的动态特性，例如：分析过热器，给水系统，燃烧系统等的频率响应函数，而不必采用古典方法中的阶跃扰动，或输入专门的正弦波信号，后者将影响生产系统的正常运行，扰动量太小则求不出各动态参数。统计方法和数字分析方法相结合的数据处理也可引用标准的，具有如下功能的数据处理程序包：加不同窗函数、消除数据段中的直流分量、快速傅里叶变换、计算自（互）相关函数或系数、计算自（互）功率谱、计算相干（凝聚）函数、计算传递函数。也可以自行编制程序，完成上述任务。

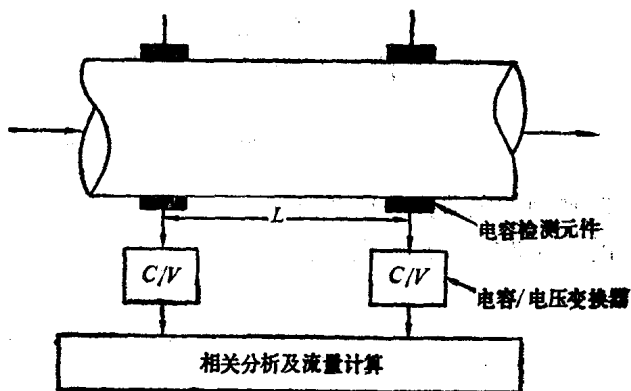


图 1.2.1 相关流量计

递函数，来分析系统的动态特性，例如：分析过热器，给水系统，燃烧系统等的频率响应函数，而不必采用古典方法中的阶跃扰动，或输入专门的正弦波信号，后者将影响生产系统的正常运行，扰动量太小则求不出各动态参数。统计方法和数字分析方法相结合的数据处理也可引用标准的，具有如下功能的数据处理程序包：加不同窗函数、消除数据段中的直流分量、快速傅里叶变换、计算自（互）相关函数或系数、计算自（互）功率谱、计算相干（凝聚）函数、计算传递函数。也可以自行编制程序，完成上述任务。

四、系统参数的辨识

系统参数的辨识是动态学研究的一门独立分支。除较早的研究动态学的古典方法，

如：时域中的阶跃或脉冲响应，频域中的幅相特性分析方法外，近年来基于随机过程的相关谱分析技术，滤波技术，以及最小二乘方法、最大似然方法、辅助变量法等辨识方法估计动态过程参数都有新的发展，而且都在数字计算机上得到很好的应用，因此数据处理、系统参数辨识，仿真等都是互相联系的。

下面简单介绍一些实际的数据处理系统。

1. 模拟电站数据处理系统

如图 1.2.2，利用该系统可以完成电站锅炉、汽机、发电机等装置的启停，正常运行，事故处理等动态过程的数据处理。

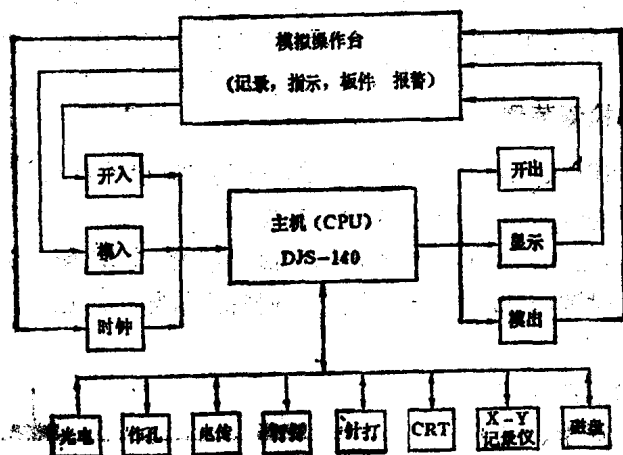


图 1.2.2 电站仿真数据处理系统

2. 风力发电数据处理系统

如图 1.2.3，利用该系统，可以完成风力发电过程中下列各项数据的处理。

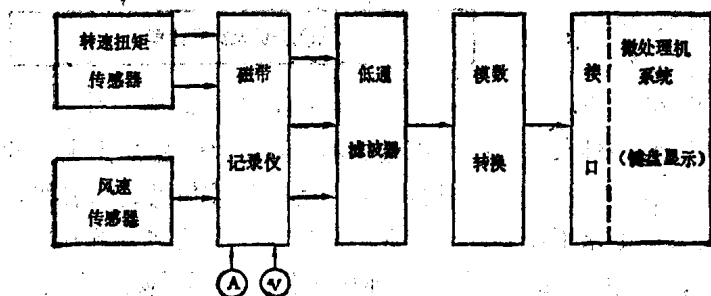


图 1.2.3 风力发电数据处理系统

(1) 各项性能指标的测试及误差分析。包括叶尖速比、风能利用系数、功率系数、前进比和轴输出功率等，以及空气密度、风能、风能利用系数、功率系数等的测量误差。

(2) 求输入-输出关系之间的静态特性，其中包括求不同转速下风速与扭矩、风能利

用系数与叶尖速比、功率系数与前进比之间关系的拟合曲线和拟合方程。

(3) 求系统的统计特性及频率特性,包括不同时间样本的均值、方差、概率密度分布函数、自(互)相关函数、自(互)功率谱、以及风机、发电机等的频率响应函数。

(4) 为设计控制系统提供依据。例如:多大风速下启停风轮机,什么情况下采用负荷控制方案,即最佳模型控制;什么情况下采取恒转速控制方案等。

3. 汽车性能实验数据处理系统



图 1.2.4 汽车性能实验数据处理系统

如图 1.2.4, 利用该系统可以测量汽车的行驶速度及通过性能实验数据处理得到座椅的动态参数, 驾驶盘的操纵性能, 并可以诊断故障。



第一篇 静态测量数据的计算机处理

摘 要

本篇主要介绍静态测量数据的计算机处理方法,根据误差理论,概率统计理论,采用统计分析方法及数字计算机系统,对直接和间接测量数据的三类误差:随机误差,系统误差,粗差进行处理,估计误差范围和测量结果,求取统计直方图和输入/输出测量数据的拟合曲线和拟合方程。

第二章 直接测量数据误差的计算机处理

§ 2-1 有关误差的基本概念

任何测量过程由于仪器本身的误差,测量环境(温度、湿度、气压、振动、电磁场等)的变化,操作人员的技术水平,都会给测量结果带来误差,甚至错误。因此除了选用准确度高的测量仪器,提高人员的技术水平、改善测量环境来尽量减少测量误差外,还必须对测量数据进行处理,也就是应用误差理论分析和判断存在何种性质的误差,对测量结果的误差进行修正和估计。

一、测量值 (x_i)、真值 (μ_x)、算术平均值 ($\bar{x}$)

为了得到正确的测量结果,即求接近真值的估计值 ($\hat{\mu}_x$),首先必须知道测量值、真值、算术平均值三者之间的关系。

1. 测量值:由传感器仪表检测到的过程参数值(其中包含各种测量误差),是需处理的原始数据。测量值经过数据处理后,可以得到真值的近似估计,即真值的估计值 ($\hat{\mu}_x$)。

2. 真值:通过测量是得不到过程参数的绝对真值的,因此在理论上和实际中都对真值有许多规定,如“约定真值”是国际上的一些基准单位。“理论真值”是根据过程机理建立的数学模型经计算得到的参数值或者由大量统计得到的经验模型计算得到的参数值。“相对真值”是在检验标定时,规定用高精度仪表指示值作为低精度仪表指示值的真值。“估计真值”是由大量测量数据处理得到的近似真值,工程上用算术平均值 $\bar{x}$ 作为真值 (μ_x) 的估计值 ($\hat{\mu}_x$)。

3. 算术平均值: 算术平均值的计算公式如下:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.1.1)$$

如果测量数据是等精度(独立测量)的,子样容量 N (测量次数)足够大,则 $\bar{x}$ 是 μ_x 的无偏估计值。

二、误差的基本概念

1. 误差的定义: 误差是测量值与真值之偏差,但是由于误差产生的原因不同,计算方法的不同,表现的性质不同,描述误差的方法也不同。

工程上常用的误差计算公式为:

(1) 绝对误差(δ_i): 与偏差的概念相同。

$$\text{理论上: } \delta_i = x_i - \mu_x \quad (2.1.2)$$

$$\text{工程上: } \delta_i = x_i - \bar{\mu}_x \quad (2.1.3)$$

实际上很难得到 μ_x ,所以数据处理时均采用式(2.1.3)计算绝对误差。而绝对误差不能客观地反映误差大小,因此求绝对误差是分析误差时的一个中间步骤。

(2) 相对误差(ρ): 能较客观地反映误差大小,因为计算时考虑了测量数据值的影响,所以数据处理时计算相对误差的结果,也可作为误差处理时的误差控制量,其计算公式如下:

$$\text{理论上: } \rho_i = \frac{\delta_i}{\mu_x} \times 100\% \quad (2.1.4)$$

$$\text{工程上: } \rho_i = \frac{\delta_i}{\bar{\mu}_x} \times 100\% \quad (2.1.5)$$

同样,由于实际上得不到 μ_x ,故数据处理时采用式(2.1.5)计算相对误差。

(3) 母体均方误差(σ_x^2)和子样均方误差($\sigma_{\bar{x}}^2$): 均方误差是一个反映随机误差大小的量。由于大多数测量数据的误差是随机性的,其统计规律服从正态分布,因此工程上用均方误差评定和预报测量精度,数据处理时一般不作为误差的控制量。由于我们是对一个测量数据的子样进行分析,因此不可能得到母体的均方误差,只能得到它的近似估计值($\sigma_{\bar{x}}^2$),由统计理论可证: 由式(2.1.6)可得 $\sigma_{\bar{x}}^2$ 的有偏估计值,

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.1.6)$$

一般记为 $S_{\bar{x}}^2$,即 $S_{\bar{x}}^2 = \sigma_{\bar{x}}^2$,表明 $S_{\bar{x}}^2$ 将是 $\sigma_{\bar{x}}^2$ 的有偏估计。如果对式(2.1.6)稍加修改,用子样均方差 S^2 ,即:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.1.7)$$

作为 $\sigma_{\bar{x}}^2$ 的估计值,即令 $S^2 = \sigma_{\bar{x}}^2$,将得到无偏、有效、一致的估计。

2. 误差的分类