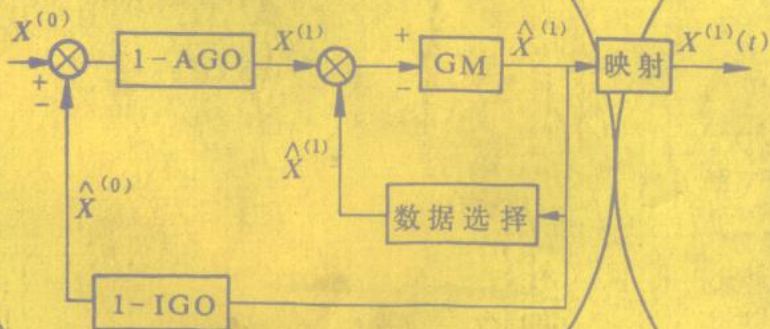


灰色系统理论 及其应用

傅立 编著



434
F

灰色系统理论及其应用

傅 立 编著

科学技术文献出版社

(京)新登字130号

内 容 简 介

本书介绍了灰色系统理论的概念、原理、方法及其最新进展,内容包括灰色GM模型、灰色预测、灰色关联分析、灰色决策等,并列举了一些实际应用例子。书末列出了GM模型的计算机求解程序。本书内容新颖,重点突出,说理透彻,具有较大的应用价值,是研究灰色系统理论的一部很好的工具书。

可供各领域从事科研、管理等人员和大学师生阅读参考。

灰色系统理论及其应用

傅 立 编著

科学技术文献出版社出版

(北京复兴路15号 邮政编码100038)

中国科学技术情报研究所印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

850×1168毫米 32开本 15.5印张 417千字

1992年10月第1版 1992年10月第1次印刷

印数: 1—5000册

科技新书目: 275—126

ISBN 7-5023-1719-8/Z·283

定 价: 8.90元

前 言

部分信息已知、部分信息未知的系统称为灰色系统。灰色系统理论把一般系统论、信息论和控制论的观点和方法延伸到社会、经济、生态等抽象系统,结合运用数学方法,发展了一套解决信息不完备系统的理论与方法。该理论是由我国学者华中理工大学邓聚龙教授于80年代初创立并发展的。目前,灰色系统理论已渗透到农业、气象、环境、水利、军事、经济、交通、人口、生态、石油化工、政策、情报、医学、地质、探矿、煤矿、化工、水产、出版等许多领域,并取得了许多重大成果,受到国内外学术界的瞩目。

为了普及、推广和应用这一理论,笔者结合自己的教学实际和研究工作,总结整理了目前关于灰色系统的基本理论与方法,内容涉及灰色GM模型、灰色预测、灰色关联分析、灰色统计与聚类、灰色决策等的基本概念、方法与原理。在写作方式上,力求简洁易懂,说明与举例并用,以提高其可读性。为充分体现该理论的实用价值、应用的广泛性及其进展,笔者综合参考了国内学者的成果,在书末参考文献中列举了近几年发表的有关论文,以便于读者了解动态。另外,书末给出了用Basic语言编写的建立GM模型的计算机程序,读者可在实际工作中参考使用。

笔者感谢关心本书写作的朋友和同事,是他们促成了本书的完成。另外,笔者要特别感谢吴硕鸿教授,一是因为他在百忙之中抽时间给予指导,并对全书进行了仔细的审阅,二是因为他提供了自己的研究成果及讲稿供笔者参考。

书中不妥及错误之处,请读者批评指正。

编著者

1991.11

目 录

1. 灰色系统理论的建立、应用和发展及其基本概念	(1)
1.1 灰色系统理论的建立、应用和发展	(1)
1.1.1 灰色系统	(1)
1.1.2 灰色系统理论建立的背景	(9)
1.1.3 灰色系统理论的思想特征	(11)
1.1.4 灰色系统理论的应用和发展	(13)
1.2 灰色系统理论的基本概念	(13)
1.2.1 灰色系统理论的两条基本原理	(13)
1.2.2 灰数、灰元、灰关系	(15)
1.2.3 灰的白化	(17)
1.2.4 灰色系统的生成函数	(20)
2. GM模型	(28)
2.1 模型	(28)
2.1.1 数学模型	(28)
2.1.2 建立数学模型的步骤	(29)
2.1.3 模型分类	(30)
2.1.4 灰色模型	(30)
2.2 数据处理	(32)
2.2.1 累加生成	(32)
2.2.2 累减生成	(34)
2.2.3 光滑离散函数	(35)
2.3 一般GM模型	(37)
2.3.1 $GM(n, h)$ 模型	(37)
2.3.2 $GM(0, h)$ 模型	(41)

2.3.3	GM(1, h) 模型和贫信息GM(1, h) 模型	(43)
2.3.4	GM(n, 1) 模型	(50)
2.3.5	GM(1, 1)模型	(54)
2.4	GM(1, 1)模型的精度检验及其预测值精度评估	(58)
2.4.1	GM(1, 1)模型的精度检验	(58)
2.4.2	预测值精度评估	(60)
2.5	GM(1, 1)模型群	(64)
2.5.1	全数据GM(1, 1)模型	(65)
2.5.2	部分数据GM(1, 1)模型	(65)
2.5.3	新息GM(1, 1)模型	(68)
2.5.4	等维灰数递补GM(1, 1)模型	(68)
2.5.5	等维新息GM(1, 1)模型	(71)
2.5.6	其它说明	(71)
2.6	负时间数列GM(1, 1)模型	(72)
2.7	双向差分GM(1, 1)模型	(73)
2.8	GM(1, 1)加权模型	(79)
2.9	GM(1, 1)包络模型	(80)
2.10	GM(1, 1)残差模型	(82)
2.11	非等时空距GM(1, 1)模型	(83)
2.11.1	离散型非等时空距GM(1, 1)模型	(83)
2.11.2	连续型直接数据GM(1, 1)模型	(89)
2.12	系统云灰色模型	(93)
2.12.1	SCGM(1, h)模型	(93)
2.12.2	SCGM(1, 1)模型	(95)
2.13	带有线性时间项的GM(1, 1)模型	(97)
2.14	激励GM(1, 1)模型	(98)
2.15	GM窗口模型及离散模型	(99)
2.15.1	GM窗口模型	(99)
2.15.2	GM离散模型	(100)

2.15.3	灰色马尔可夫模型	(101)
2.16	非线性微分动态GM模型	(104)
2.17	组合GM模型	(107)
2.17.1	两项组合GM模型	(107)
2.17.2	一般GM组合模型	(111)
2.17.3	组合模型中常用的其它模型	(112)
3.	灰色预测	(119)
3.1	预测概要	(119)
3.1.1	预测的方法	(119)
3.1.2	预测的步骤	(122)
3.1.3	预测的价值问题	(122)
3.1.4	预测时限及精度要求	(123)
3.2	灰色预测	(123)
3.3	一般预测方法简介	(125)
3.3.1	专家预测的几种方法	(125)
3.3.2	趋势外推法	(125)
3.3.3	指数平滑法	(126)
3.3.4	生长曲线法	(130)
3.3.5	其它	(130)
3.4	灰色数列预测	(131)
3.4.1	预测步骤及注意事项	(132)
3.4.2	应用举例	(134)
3.5	年灾变预测和季节灾变预测	(142)
3.5.1	灾变预测及其特点	(142)
3.5.2	年灾变预测及其应用	(143)
3.5.3	季节灾变预测及其应用	(146)
3.6	拓扑预测	(151)
3.6.1	步骤	(152)
3.6.2	应用	(153)

3.6.3	增趋势和减趋势数列的拓扑预测	(158)
3.6.4	几点说明	(166)
3.7	跳变灰过程的综合预测	(167)
3.8	残差辨识预测	(170)
3.8.1	数据列残差辨识预测	(171)
3.8.2	单区间函数残差辨识预测	(180)
3.8.3	多区间函数残差辨识预测	(180)
4.	灰色关联分析	(185)
4.1	灰色关联分析的意义	(185)
4.1.1	概念	(185)
4.1.2	意义	(186)
4.2	数据列的确定及其处理	(186)
4.2.1	数据列的确定	(186)
4.2.2	数据列的表示方法	(187)
4.2.3	数据列的处理方法	(187)
4.3	灰关联度	(191)
4.3.1	灰关联系数及分辨系数对它的影响	(191)
4.3.2	灰关联度	(197)
4.3.3	关联极性	(204)
4.3.4	其它说明	(205)
4.3.5	关联分析的数学意义	(211)
4.4	加权关联度、改进关联度和B型关联度	(211)
4.4.1	加权关联度	(211)
4.4.2	权数确定方法	(223)
4.4.3	改进关联度	(233)
4.4.4	B型关联度及B型关联分析	(238)
4.5	灰关联聚类	(243)
4.5.1	灰关联聚类 I	(243)
4.5.2	灰关联聚类 II	(247)

4.5.3	灰关联聚类Ⅲ	(252)
4.6	交叉关联分析	(259)
4.7	关联识别及关联优势分析	(262)
4.7.1	最大关联度识别原则Ⅰ	(262)
4.7.2	最大关联度识别原则Ⅱ	(262)
4.7.3	关联优势分析	(263)
4.8	关联层次分析	(264)
5	灰色统计与灰色聚类	(271)
5.1	灰色统计	(271)
5.1.1	基本概念	(271)
5.1.2	基本步骤	(272)
5.1.3	应用举例	(273)
5.2	灰色聚类	(277)
5.2.1	基本概念	(277)
5.2.2	基本步骤	(278)
5.2.3	应用举例	(279)
6	灰色决策	(289)
6.1	概论	(289)
6.1.1	决策的基本概念	(289)
6.1.2	决策基本要素和分类	(291)
6.1.3	决策过程	(292)
6.1.4	决策基本方法	(293)
6.1.5	灰色决策	(295)
6.2	灰色局势决策	(296)
6.2.1	基本概念、原理和方法	(296)
6.2.2	行列协调灰局势决策	(307)
6.2.3	非等权目标灰局势决策	(309)
6.2.4	全局协调灰局势决策	(311)
6.2.5	灰色序贯局势决策	(315)

6.3	灰色线性规划	(324)
6.3.1	线性规划的一般形式	(324)
6.3.2	一般灰色线性规划	(327)
6.3.3	灰色运输问题	(341)
6.3.4	灰色整数线性规划	(345)
6.3.5	0-1型灰色整数规划	(346)
6.3.6	灰色分派问题	(347)
6.3.7	灰色线性目标规划	(362)
6.4	GM决策	(378)
6.5	多维区间灰数的判别决策	(385)
6.5.1	线性区间模型	(386)
6.5.2	两总体判别问题	(387)
6.5.3	应用举例	(391)
6.5.4	判别规则	(395)
6.5.5	多总体判别问题	(397)
6.6	灰色层次决策	(398)
6.6.1	基本概念、原理和方法	(398)
6.6.2	应用举例	(402)
附录	(408)
1.	最小二乘法	(408)
2.	线性微分方程的解法	(410)
2.1	一阶线性微分方程的解法	(410)
2.2	二阶线性微分方程的解法及其解的结构	(411)
2.3	n 阶常系数齐次线性微分方程的解法	(412)
2.4	二阶常系数非齐次线性微分方程的解法	(415)
3.	矩阵的基本运算	(416)
4.	GM模型的计算机程序	(420)
4.1	GM(1, 1)模型的计算机程序	(420)
4.2	GM(2, 1)模型的计算机程序	(445)

4.3	GM(1, N)模型的计算机程序	(458)
4.4	GM(0, N)模型的计算机程序	(464)
4.5	灰色Verhulst模型的计算机程序	(470)
参考文献		(476)

1. 灰色系统理论的建立、应用和发展及其基本概念

1.1 灰色系统理论的建立、应用和发展

部分信息已知、部分信息未知的系统，称为灰色系统。灰色系统理论是研究解决灰色系统分析、建模、预测、决策和控制的理论，是80年代初由我国学者、华中理工大学自动控制与计算机系邓聚龙教授提出并发展的。它把一般系统论、信息论、控制论的观点和方法延伸到社会、经济、生态等抽象系统，结合运用数学方法，发展了一套解决信息不完备系统即灰色系统的理论和方法，对未来学的研究也有重要意义。在短短10余年时间里，灰色系统理论有了飞速的发展，已渗透到自然科学和社会科学的许多领域，完成了一大批农业、气象、环境、水利、军事、经济、交通、人口、生态、石油、化工、政策、情报、医学、材料、水产等许多领域中的重大课题。该理论体系于1985年获得国家教委颁发的科技进步一等奖。

1.1.1 灰色系统

1. 系统

i 系统的概念

系统这一概念来源于人类社会的长期实践。系统一词最早见于古希腊语中，原指事物中的共性部分和每一事物应占据的位置，即部分组成整体的意思。

随着现代科学技术的发展和人类社会实践的积累，人们对系统概念的认识有了进一步的发展，系统这一概念的内涵得以进一步丰

富。在系统科学中，系统通常是由相互作用和相互依赖的若干组成部分（要素）结合而成的有特定功能的有机整体。每一个有机整体（系统）又是它所从属的一个更大系统的组成部分。

系统这一概念的定义，目前学术界尚未统一，这里列举出几个较流行的定义：

1° 把系统定义为抽象集上的关系，即

$$S \subset \times \{V_i \mid i \in I\}$$

其中

\times 为笛卡尔积

I 为指标集

V_i 为关系的各分量

当 I 为有限集时，可表达成

$$S \subset V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$$

2° 把系统定义为可识别的、独立的各个部分的集合：

$$S = \{s_i \in S \mid i = 1, 2, \dots, n\}$$

其中

s_i 为系统的各部门

3° 把系统定义为 5 元集合：

$$S = \{X, U, Y, \delta, \beta\}$$

其中

X 为状态空间

U 为输入空间

Y 为输出空间

δ 为动态转移函数

β 为输出函数

利用 δ ，可求出系统的状态方程；利用 β ，可求出系统的输出方程。

ii 系统与信息

信息是信息论中的元概念。

维纳认为，信息既不是能量也不是物质，是依赖于物质和能量

才能存在的東西，是一個整體在不同層次、不同方面的表達，即是同一種東西的不同表現。可以認為

1° 信息是無序和有序的總和。

2° 信息是一切系統的基元之一。

3° 信息是內在於系統的，但可以通过反映過程表現出來，任何反映都是信息傳輸過程。

4° 信息的物質承擔者是各種信號。

一般地說，系統与信息有如下關係存在：

1° 系統結構 = 系統組成要素 + 信息

2° 系統功能 = 系統的活動 + 信息

3° 系統 = 活動 + 要素 + 信息

iii 系統的描述

系統描述，從描述手段上分，有語言描述和數學描述；從描述方法上分，有定性描述和定量描述；從描述方式上分，有內部描述和外部描述。

這裡，我們簡單地介紹系統的內部描述與外部描述兩種方法。

1° 內部描述

內部描述又稱為結構描述，是指用各狀態變量及其之間的相互關係即用一組狀態方程來描述一個系統。

如設某一系統可表示為 n 階常係數線性微分方程：

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_n \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = u(t)$$

其中

$y(t)$ 是系統的輸出

$u(t)$ 是系統的輸入

其狀態變量可設為

$$x_1(t) = y(t)$$

$$x_2(t) = \frac{dx_1(t)}{dt}$$

$$\dot{x}_n(t) = \frac{dx_{n-1}(t)}{dt}$$

由此得系统的状态方程为

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = x_3(t)$$

⋮

$$\frac{dx_n(t)}{dt} = -a_0x_1(t) - a_1x_2(t) - \cdots - a_{n-1}x_n(t) + u(t)$$

写成矩阵形式，即为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{U}$$

其中

$$\dot{\mathbf{X}} = (\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n)^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

$$\mathbf{U} = (0, 0, \dots, u)^T$$

2° 外部描述

外部描述又称为功能描述或输入—输出描述。输入转换为输出的机制，通常用传递函数来表示。

例如，考虑系统

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + \cdots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u$$

其中

$y(t)$ 为输出

$x(t)$ 为输入

a_i, b_j 为常数, $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$, 且 $m \leq n$ 。

对方程用拉普拉斯(拉氏)变换得

$$(a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0)Y(s) = (b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0)U(s)$$

当初始条件为零时, 系统的传递函数:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

3° 内部描述与外部描述的关系

原则上说, 系统的内部描述与外部描述是可以互相转化的, 即

(1) 由状态方程可求出传递函数;

(2) 由传递函数可求出状态方程。

iv 系统的分类

系统的分类有多种标准, 如按现实系统的实际内容, 可分为:

一般自然和具体系统

天然系统、人造系统和半天然系统

自然、社会、思维系统

物质系统和概念系统

生命系统和非生命系统

等等。

按系统的数学模型来分, 有

封闭系统和开放系统

静态系统和动态系统

线性系统和非线性系统

连续系统与离散系统

确定性系统与不确定性系统(包括非概率不确定的模糊系统)

黑色系统、白色系统与灰色系统

简单系统和复杂系统

等等。

2. 灰色系统

i 定义

控制论中，常借助颜色来表示研究者对系统内部信息和对系统本身的了解及认识程度。“黑”表示信息完全缺乏，“白”表示信息完全，“灰”表示信息不充分、不完全。由于黑、白、灰是相对于一定认识层次而言的，因而具有相对性。由此，我们可以定义：

1° 所谓**白色系统**（White System；简称W系统）是指，相对于一定的认识层次，所有信息都已确知的系统。

2° 所谓**黑色系统**（Black System；简称B系统）是指，相对于一定的认识层次，关于系统的所有信息都是未知的，除了可以知道该系统外在的输入—输出关系外。

3° 所谓**灰色系统**（Grey System；简称G系统）是指，相对于一定的认识层次，系统内部的信息部分已知，部分未知，即信息不完全。

从定义可知，W系统是全开放性的，B系统是全封闭性的，G系统则介于W、B两系统之间，是半开放半封闭性的。

一般来说，系统内部的信息是指：

1° 关于系统因素的信息

2° 关于因素关系的信息

3° 关于系统结构的信息

4° 关于系统作用原理的信息

因而，信息不完全即是以上诸种信息的不完全。

目前，W系统和B系统已有一套较成熟的方法来处理，G系统则可用近年来发展起来的灰色系统理论来处理。

ii W系统、B系统、G系统的相互转化

在灰色系统理论产生之前，W、B、G系统分别称为白箱、黑箱和灰箱。

从认识论上来讲，黑箱理论是从我们对所研究的对象一无所知为出发点的。然而，人类的认识史表明，它实际上是一个不断深