

光弹性应力分析

A·柯斯克 G·罗伯逊著

王莹山 黄杰藩 金 炎 黄永权译

上海科学技术出版社

光弹性应力分析

[英] A. 柯斯克 G. 罗伯逊 著

王燮山 黄杰藩 译
金 炎 黄永权

上海科学技术出版社

光弹性应力分析

Photoelastic Stress Analysis

原著者 [英] Albrecht Kuske, George Robertson

原出版者 John Wiley & Sons, 1974 年版

译 者 王燮山 黄杰藩 金 炎 黄永权

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

本书在上海发行所发行 上海市印刷三厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 16.625 字数 442,000

1979年10月第1版 1979年10月第1次印刷

印数 1—9,000

书号: 13119·782 定价: 1.85 元

内 容 提 要

本书系统地介绍了光弹性应力分析方法。这一方法是应用偏振光通过具有特殊光学性质的透明塑料所制成的模型，以测定结构构件或机械零件内各点应力的大小和方向。由于光弹性应力分析方法具有直观性和全场性的优点，可用来分析各种形状复杂的零件和结构物，故不仅用以获得表面应力，也可以获得内部应力，以便于对设计方案进行对比。

本书前几章阐述了光弹性的理论基础，包括应力分析、应变分析、一般光学知识等，后几章全面地介绍了现代光弹性的各个领域，包括全息干涉法、光弹性贴片法、冻结应力法、散射光法、受弯平板和壳体、热光弹性和动态光弹性等，最后一章叙述了光弹性的特殊应用。

本书可供科研单位、工业系统的实验室，以及生产工厂设计部门的技术人员参考，亦可供高等工业学校有关专业及综合性大学物理系师生参考。

译 者 序

自 1816 年布儒斯特发现透明介质在应力作用下具有暂时双折射现象，1852 年麦克斯韦奠定了光测弹性力学基础以来，至今已有一百多年的历史。但直到本世纪二十年代，光弹性应力分析方法才开始在工程上推广应用。由于光弹性应力分析方法具有直观性和全场性的优点，可用来分析各种形状复杂的零件和结构物，故不仅用以获得表面应力，也可以获得内部应力，以便于对设计方案进行对比。同时，此种方法的成果，不但便于与弹性力学理论分析或有限元分析成果进行对比，还可以从中获得启发，推进理论分析的发展。因此，近年来光弹性应力分析方法发展迅速，应用愈益广泛，成为实验应力分析的一个很重要的分支。

在我国，光测弹性力学是解放以后才开始展开研究和应用的。随着社会主义建设的需要和现代科学技术的进展，光弹性应力分析获得了很大发展。1958 年我国即开始自制成套的大型偏振光弹仪。目前，光弹性应力分析方法的应用已遍及机械、水工、土建、航空、化工以及国防工业等部门。

自六十年代激光器问世后，激光全息光弹性方法亦随之迅速发展起来。近年来，我国亦开展了研究和应用，不少单位试制成功了激光全息光弹仪。目前激光全息光弹性方法对解决二维问题已日趋成熟，三维问题尚正在探索之中。

由于各工业部门对实验应力分析要求日益提高，光弹性研究的领域不断扩大，自静态光弹性发展到动态光弹性，自常温下光弹性发展到热光弹性，自各向同性材料问题发展到各向异性材料问题，自杆、板问题发展到壳体问题，自弹性问题发展到弹塑性和塑性问题，自普通弹性力学问题发展到断裂力学问题等等。由于这

样的缘故，我国现有的一些有关光弹性的著作和译本，已难以满足需要。

1974年出版的柯斯克(Albrecht Kuske)和罗伯逊(George Robertson)所著《光弹性应力分析》一书，内容丰富全面，不但系统地阐述了光弹性的理论基础，还比较全面地介绍了现代光弹性的各个领域，包括全息干涉法、光弹性贴片法、冻结应力法、散射光法、受弯平板和壳体、热光弹性和动态光弹性等，同时比较全面地反映了近年来光弹性学科中的新发展和新成就。因此，无论对于初学者或专门从事光弹性应力分析工作的研究人员来说，本书不失为一部颇有价值的参考书。

参加本书翻译工作的有王燮山(原序、第一、四、五、六、八、九、十一章)、黄杰藩(第十、十二、十三、十四、十五、十六、二十章)、金炎(第二、三、七、十八章)和黄永权(第十七、十九章)。全书由王燮山、黄杰藩校订，第七章译稿的校订还得到周永治同志的帮助，在此表示谢意。

由于译者水平所限，译文中难免有错误和不当之处，敬希读者批评指正。

1978年10月

原序

本书旨在介绍应力分析中的光测弹性力学方法。在此领域中，作者合计已积有近六十年的丰富经验。在实际条件的可能限度内，本书的叙述力求广泛。

诚然，在有电子计算机可供使用的地方，某些先前需要用光弹性研究的应力分析问题，现在可以采用有限单元数值解法予以更快速地解决。但在另一方面，由于采用诸如激光器、光电倍增管和电子计算机等器件和设备，加以各种新方法的发展以及各种技术的日臻先进，使光测弹性力学的适用范围大为扩展，并且是一种解决日益增多的问题的最富有生命力的研究手段。其结果是，作为设计的一种辅助手段而言，光弹性应力分析方法的重要性非但不见减少，而是在继续增加。

作者在阐述问题时，力图使本书既满足初学者的要求，又能对有经验的研究工作者有所裨益。

为此，本书的前几章是导论性的。开始的两章介绍应力和应变的理论分析，而与平板的受弯和动态等问题有关的更为专门性的理论，因为并非所有读者都感兴趣，故放到其他有关章节中去论述。接下来的两章介绍光学基础知识，包括光线在晶体中的透射。作者认为，具有扎实的光学基础知识是极为宝贵的，有助于正确地运用所涉及的原理，以及识别和消除因仪器的缺陷或方法的不当而产生的误差。为此，有关这些方面的内容，写得比通常的光测弹性力学著作更为详细。其余的十六章则阐述现代光测弹性力学的理论和实践问题。

本书的独特之处，在于介绍了圆分析法。关于此法的概念及其一般理论基础，均在第十三章中论述，它不但简化了复杂问题中光学方程的推导，同时又提供了一个便于使各种光学现象形象化

的模型。此法可以用来解决某些一般的三维问题，诸如第十七章中所论述的壳体和褶板的分析等。壳体和褶板的分析所需的大量光学数据，业已用电子计算机获得，并记录于八十张曲线图中。作者原拟将这套曲线图在本书中刊出，但由于印制方面的困难，这一愿望难以实现。这套曲线图现已在西德单独出版*。关于 j 圆法在冻结应力法和散射光法中的应用，则分别列于第十五章和第十六章中。

作者期望，本书的其余各章，如干涉测量法（第十章）、横向受弯平板（第十二章）、散射光法（第十六章）、热光弹性（第十八章）以及动态光弹性（第十九章）等，都能引起有关方面的兴趣，并且每一章都力求写得比已有的光测弹性力学著作更为全面一些。

A. 柯斯克
G. 罗伯逊

* 见 A. Kuske, «Photoelastic Research on Shells», Kommisionsverlag Hubert Hövelborn, 5216, Niederkassel-Mondorf。——译者注

目 录

第一章 应力分析	1
§ 1-1 力和应力以及两者的差别	1
§ 1-2 平面应力	4
§ 1-3 平面应力系统中一点的应力	5
§ 1-4 应力莫尔圆	8
§ 1-5 平衡方程	13
§ 1-6 二维平衡方程	14
§ 1-7 用主应力表示的平衡方程	15
§ 1-8 沿主应力迹线的平衡方程	16
§ 1-9 沿最大剪应力线的平衡方程	17
§ 1-10 边界条件	18
第二章 应变分析	20
§ 2-1 直角坐标系中的应变分量	20
§ 2-2 柱坐标系中的应变分量	21
§ 2-3 应力与应变关系。虎克定律	23
§ 2-4 弹性常数之间的关系。体积弹性模量	25
§ 2-5 平面应变	27
§ 2-6 平面内一点的应变。应变莫尔圆	28
§ 2-7 相容方程	32
§ 2-8 二维问题的相容方程	33
§ 2-9 应力函数	34
第三章 一般光学知识	37
§ 3-1 光的本质	37
§ 3-2 简谐运动	38
§ 3-3 基本波动方程	40
§ 3-4 简谐运动的矢量表示法	41
§ 3-5 频率相同的两个共线简谐振动的合成	41

§ 3-6 频率相同的两个相互垂直的简谐振动的合成	42
§ 3-7 自然光	47
§ 3-8 偏振光	48
§ 3-9 白光和单色光	48
§ 3-10 平面表面的反射和折射	48
§ 3-11 全内反射	50
§ 3-12 光通过平面平行板的折射	51
§ 3-13 光通过棱镜的折射	52
§ 3-14 色散	53
§ 3-15 惠更斯原理	53
§ 3-16 反射和折射的波动理论	54
§ 3-17 反射偏振和折射偏振	55
§ 3-18 菲涅耳方程	56
§ 3-19 由反射引起的位相变化	59
§ 3-20 光程差或相对滞后。干涉	60
§ 3-21 相干波和非相干波	62
§ 3-22 薄膜产生的干涉	62
§ 3-23 白光与单色光的干涉	66
§ 3-24 无反射薄膜	67
§ 3-25 复光束干涉	67
§ 3-26 干涉滤色镜	68
§ 3-27 叠加引起的布儒斯特条纹	69
第四章 光线通过晶体的透射	71
§ 4-1 双折射	71
§ 4-2 折射率椭球体	72
§ 4-3 晶体内的光程差或相对滞后	74
§ 4-4 光线速度曲面	75
§ 4-5 双折射晶体的惠更斯作图法	77
§ 4-6 起偏振棱镜。尼科耳棱镜	80
§ 4-7 二向色性。偏振片	80
§ 4-8 四分之一波片	81
§ 4-9 半波片	81
§ 4-10 等色面	82

第五章 光弹性光学	85
§ 5-1 暂时或人工双折射	85
§ 5-2 应力光学定律	85
§ 5-3 平面偏振仪	90
§ 5-4 受应力平板在平面偏振仪中的效应	91
§ 5-5 等倾线条纹与等色线条纹的区别	95
§ 5-6 四分之一波片的效应	95
§ 5-7 圆偏振仪	98
§ 5-8 受应力平板在圆偏振仪中的效应	99
§ 5-9 半波片的效应	102
§ 5-10 材料条纹值	103
第六章 光弹性资料的量度与解释	104
§ 6-1 等色线级数的确定	104
§ 6-2 色谱	105
§ 6-3 巴俾涅补偿器及巴俾涅-索列尔补偿器	107
§ 6-4 简易补偿器	109
§ 6-5 利用四分之一波片进行补偿	111
§ 6-6 光度法	117
§ 6-7 边界应力的符号	121
§ 6-8 偏振光弹仪的结构	122
§ 6-9 等色条纹的倍增和条纹细化	128
§ 6-10 模型的成果在原型中应用	135
§ 6-11 应力集中和疲劳	137
第七章 光弹性模型材料	141
§ 7-1 塑料的力学性质	141
§ 7-2 多相理论	142
§ 7-3 模型材料的选择	148
§ 7-4 初应力。退火	148
§ 7-5 时间-边缘效应	149
§ 7-6 模型材料的性质	150
第八章 二维光弹性	160
§ 8-1 等倾线	160
§ 8-2 各向同性点和奇点	161

§ 8-3	主应力迹线	163
§ 8-4	主应力迹线的特性	166
§ 8-5	等剪应力线	168
§ 8-6	二维系统中一点的应力	168
§ 8-7	两个以上应力状态迭加的光弹性效应	175
§ 8-8	用光弹性方法研究单轴和双轴应力状态的实例	178
第九章	主应力的分离	190
§ 9-1	分离主应力的剪应力差法	190
§ 9-2	不用等倾线分离共面力系作用下的平板内的主应力	204
§ 9-3	等和线及其图解法	213
§ 9-4	确定等和线的数值法	225
§ 9-5	确定等和线的实验法	231
第十章	干涉测量法	235
§ 10-1	引言	235
§ 10-2	光弹性干涉测量的光学基础	235
§ 10-3	实际应用	238
§ 10-4	马赫-赛恩达干涉仪	238
§ 10-5	迈克尔逊干涉仪的应用	239
§ 10-6	串联干涉仪的应用	240
§ 10-7	组合干涉图案	241
§ 10-8	光度计干涉度量法	244
§ 10-9	干涉测量法实例	247
§ 10-10	全息照相	251
第十一章	双折射贴片法	257
§ 11-1	引言	257
§ 11-2	反射式偏振光弹仪	257
§ 11-3	贴片的应用	258
§ 11-4	仿型薄片法	259
§ 11-5	数据的记录和分析	259
§ 11-6	双折射试条法	261
§ 11-7	误差来源	262
§ 11-8	实际应用	264
§ 11-9	双折射贴片法的实例: 对纤维增强复合材料的应用	264

第十二章 横向受弯平板	269
§ 12-1 弯曲引起的应力分布	269
§ 12-2 薄板中力矩与位移之间的关系	270
§ 12-3 应力与力矩之间的关系	273
§ 12-4 平衡方程	275
§ 12-5 光弹性方法对受弯薄板的应用	275
§ 12-6 模型的制备	277
§ 12-7 光弹性数据的解释	278
§ 12-8 边界条件	279
§ 12-9 主应力或主弯矩的分离	280
§ 12-10 横向受弯平板中应力分布的规律	286
§ 12-11 横向受弯平板的实例	287
第十三章 <i>j</i>圆法	298
§ 13-1 <i>j</i> 圆的光学基础	298
§ 13-2 二维光弹性现象的表示方法	303
§ 13-3 主应力变方向时的分析方法	305
§ 13-4 用图解法确定光学数据	308
§ 13-5 叠置双折射体的光学效应	312
§ 13-6 组合的四分之一波片	316
§ 13-7 用数值法确定光学数据	317
§ 13-8 特殊情况下的光学现象	317
第十四章 冻结应力法	322
§ 14-1 引言	322
§ 14-2 实验步骤	322
§ 14-3 光学数据的确定	324
§ 14-4 锥光观测: 锥光镜	325
§ 14-5 旋转台法	329
§ 14-6 光学数据的解释	331
§ 14-7 斜射	335
§ 14-8 主应力的分离	340
§ 14-9 主应力分离的实验方法	350
§ 14-10 冻结应力法实例	351
第十五章 冻结应力法的特殊应用	366

§ 15-1	冻结应力法对扭转问题的应用	366
§ 15-2	楔法	367
§ 15-3	切片法	372
§ 15-4	纵半剖分法	275
§ 15-5	翘曲应力	377
§ 15-6	离心应力和重力应力问题	377
§ 15-7	j 圆对冻结应力法的应用	380
第十六章	散射光法	382
§ 16-1	散射光	382
§ 16-2	条纹图案的形成	383
§ 16-3	圆偏振光入射	385
§ 16-4	条纹图案的解释	386
§ 16-5	条纹级数的确定	386
§ 16-6	次主应力轴的确定	388
§ 16-7	散射光偏振光弹仪	389
§ 16-8	散射光法的应用	391
§ 16-9	j 圆在散射光法中的应用	393
§ 16-10	以散射性能作为起偏镜用	399
§ 16-11	散射光法实例	401
第十七章	壳体与褶板	407
§ 17-1	壳体与褶板中的应力	407
§ 17-2	光弹性方法对壳体和褶板的应用	408
§ 17-3	光学数据的确定	408
§ 17-4	透射法	410
§ 17-5	反射法	413
§ 17-6	曲线图的实际应用	414
§ 17-7	壳体和褶板的实例	415
第十八章	热光弹性	426
§ 18-1	热应力	426
§ 18-2	光弹性方法的应用	426
§ 18-3	模型律	427
§ 18-4	实验方法	428
§ 18-5	主应力的分离	429

§ 18-6 热光弹性实例	429
第十九章 动态光弹性	443
§ 19-1 引言	443
§ 19-2 应力波的传播	444
§ 19-3 球体碰撞的赫兹理论	450
§ 19-4 动态问题的分类	452
§ 19-5 动态问题的光弹性研究	453
§ 19-6 瞬时光学数据的记录	454
§ 19-7 照相法	454
§ 19-8 狹缝照相法	457
§ 19-9 低弹性模量材料的应用	457
§ 19-10 频闪法	458
§ 19-11 光源	458
§ 19-12 光度法	459
§ 19-13 光弹性材料的动态特性	466
§ 19-14 动态研究的模型律	467
§ 19-15 动态问题的主应力分离	468
§ 19-16 动态光弹性实例	473
第二十章 光弹性的特殊应用	483
§ 20-1 光弹性应变计	483
§ 20-2 嵌入式光弹性应力计	486
§ 20-3 对非内粘物质的应用	489
§ 20-4 塑性的和弹塑性的应力和应变	491
参考文献	497
英汉人名对照表和索引	503
专名对照表和索引	505

第一章 应力分析

§ 1-1 力和应力以及两者的差别

作用在物体上的外力可分为两类: 面力^{*}和体力。面力是由物体与物体(包括流体)之间的物理接触所产生的, 且仅作用于外表而。体力则直接作用于物体内部的每一个质点上。重力和惯性力就是体力的最普通的实例。

当物体承受外力作用时, 其效应通过体内的材料传递, 这就引起了内力。其结果是使物体内任一截面上, 这一侧的材料一般都对另一侧材料施加一个作用力。若作用在面积为 A 的截面上的合内力为 F , 则定义 $\sigma_m = F/A$ 为该截面的平均应力。截面上的内力强度通常都是逐点地变化的, 为了确定一点的应力, 应考察截面上任意微单元面积 δA , 并假设此微面积上传递的内力为 δF (图 1.1)。当 δA 围绕一点趋近于零时, 定义比值 $\delta F/\delta A$ 的极限值为该点的合应力。在一般情况下, 内力 δF 与 δA 是斜交的, 故可分解为垂直于截面的分量 δN , 以及沿着截面的分量 δS 。现定义 $\delta N/\delta A$ 和 $\delta S/\delta A$ 的极限值分别为正应力和剪应力, 并分别以 σ 和 τ 表示。在截面平面内的剪力 δS 的方向, 取决于 δF 的方向, 通常用它的分量 δS_1 和 δS_2 来代替较为方便, 它们分别沿平面内的 Ox 、 Oy 两个正交轴线的方向。当 δA 趋近于零时, $\delta S_1/\delta A$ 和 $\delta S_2/\delta A$ 的极限值即为沿该二轴的剪应力分量, 并分别用 τ_{xz} 和 τ_{zy} 表示。在此记号中, 第一个脚标代表剪应力所在面的法线方向, 第二个脚标则代表剪应力在该平面内的方向。正应力则仅需一个脚标, 它代表该应力的作用方向。在图 1.1 中, Oz 轴垂直于 δA 平面, 并与正应力平行, 则该正应力便相应地记为 σ_z 。

σ_z 、 τ_{xz} 和 τ_{zy} 这三个值不能完全确定所考察点的应力状态, 因

* 又称表面力。——译者注

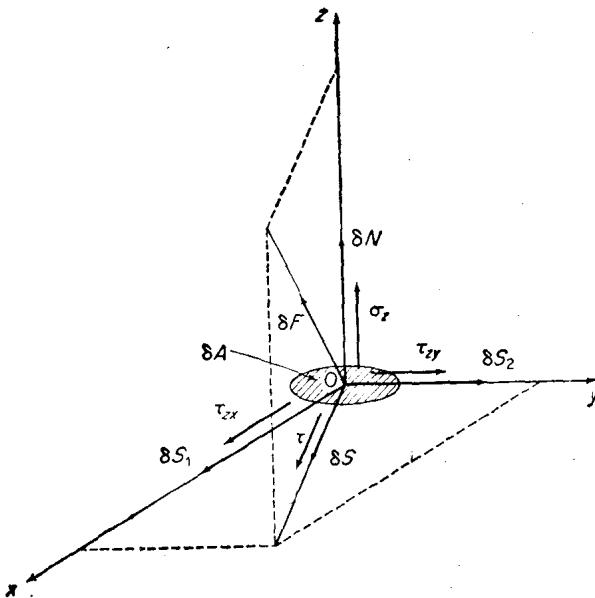


图 1.1 内力与应力的分量

为它们显然取决于截面的方向，而截面则是可以任意选定的。由于作用在一点上的数个力可用矢量法相加，并以单一矢量来表示，因而要完全说清楚一点的应力状态，就需要列出通过该点的三个不同平面上的应力分量。如果这三个平面相互正交，且分别垂直于 x 、 y 、 z 轴，则可获得三个正应力 σ_x 、 σ_y 、 σ_z ，以及六个剪应力 τ_{xy} 、 τ_{xz} 、 τ_{yz} 、 τ_{yx} 、 τ_{zx} 、 τ_{zy} 。它们称为应力的九个分量，均示于图 1.2 中一点附近的无限小的平行六面体单元上。不过，其中的六个剪应力分量并不是完全独立的，只要依次将单元体上的力对每个坐标轴求力矩，即可发现这一点。

在求力矩时，单元体内的体力效应，以及单元体表面的应力变化量均可略去不计，因为它们产生的力矩与剪应力的力矩相比为高阶微量，且在极端情况下为零。于是就得到

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx},$$

即，与通过此点的两个正交平面的交线相垂直的剪应力，彼此相等。于是可以看到，要完全地表明一个力，需要三个值，例如力的