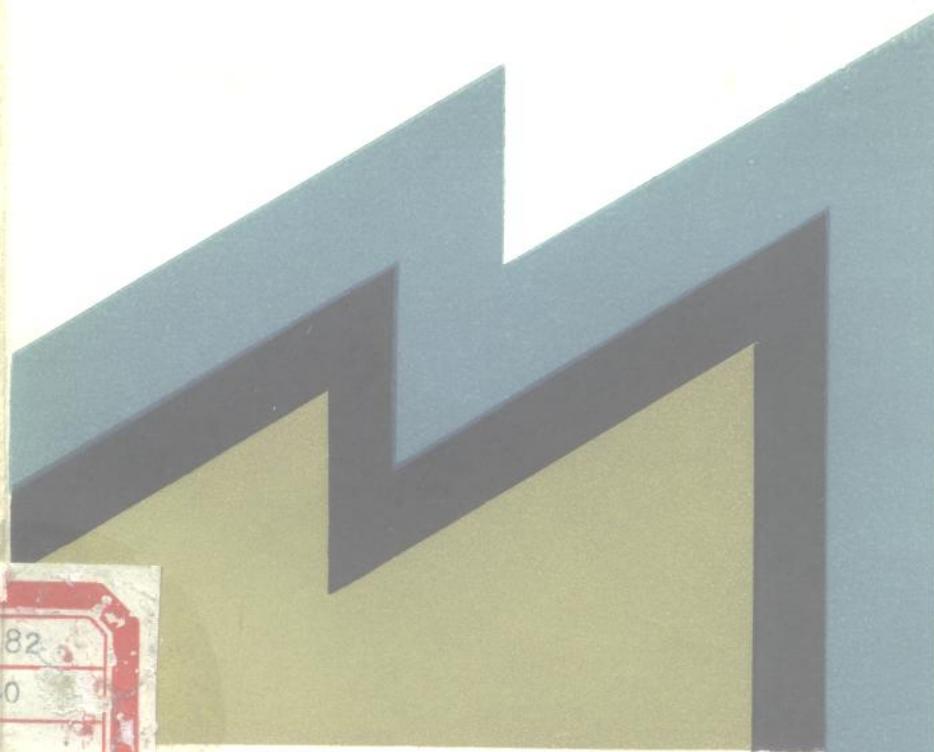


应用工业控制导论

[英] M. G. 辛 格 [法] J. P. 埃洛伊 著
[法] R. 默曾雪夫 [英] N. 芒 罗



73.82
240

应用工业控制导论

〔英〕 M. G. 辛格 〔法〕 J. P. 埃洛伊

著

〔法〕 R. 默曾雪夫 〔英〕 N. 芒 罗

吴观诗 张籁生 戴贵棠 译

陈津侯 校

科学出版社

1987

内 容 简 介

本书对工业控制和微处理机在工业控制的应用作了统一的阐述，取材新颖，提供了现代控制理论与实践之间的桥梁。

全书分为八章。除第一章导论外，包括三大部分：（1）微处理机硬件和软件（第二章与第三章）；（2）用于工业领域的控制算法和先进控制技术（第四章、第五章与第八章）；（3）控制用测量技术和执行机构（第六章与第七章）。

本书适用于工科高等院校控制专业高年级学生和研究生学习，并可供有关专业学生和工程技术人员参考。

Madan G. Singh, Jean Pierre Elloy,
R. Mezencev, Nell Munro

APPLIED INDUSTRIAL CONTROL
An Introduction
Pergamon Press, 1980

DT22 / 17

应用工业控制导论

〔英〕M. G. 辛格 〔法〕J. P. 埃洛伊 著

〔法〕R. 默曾雪夫 〔英〕N. 芒 罗

吴观诗 张蕙生 戴贵荣 译

陈津侯 校

责任编辑 刘兴民 袁放尧

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1987年11月第一版 开本：787×1092 1/16

1987年11月第一次印刷 印数：21 1/2

印数：0001—3,000 字数：495,000

统一书号：15031·884

本社书号：4669·15-8

定价：5.05元

译者前言

本书是英国曼彻斯特大学理工学院控制系统中心M. G. 辛格教授、N. 芒罗教授和法国国立高等机械学校自动化实验室 J. P. 埃洛伊助理教授、R. 默曾雪夫教授的国际协作的成果。它对工业控制和微处理机在其中的应用作了统一的阐述，提供了控制理论与工业控制实践之间的桥梁。

本书取材新颖，内容比较全面，理论联系实际，并适于教学和教学参考，可以说是最新的工业控制教科书之一。例如，与六十年代工业控制教科书相比，本书的特点是提出了基于状态空间法的过程控制，并通过实例说明如何具体运用理论来进行计算。另一方面，如与七十年代表达所谓现代控制观点或实用观点的某些书相比，本书除介绍了最新控制技术和切合实用外，同时又可作为教材和教学参考书。

微电子学是新技术革命的主要标志之一，微处理机在控制中的应用现在已使分散控制和递阶控制的实现成为可能，而发展趋势表明，微处理机在工业控制中将起着越来越大的作用。因此，作者在本书中突出了微处理机在过程控制中的重要性，以很大的篇幅阐述了微处理机的硬件、软件的基本原理以及当前的技术水平，测量技术、执行机构因微处理机的引进而获得的改进，还有基于微处理机的先进控制技术。显然，这样的内容是符合工业控制的发展方向和实际应用的。

本书译稿承蒙浙江大学副教授、电机系自动化教研室主任陈津侯同志在百忙中精心校审，提供了许多宝贵意见，提高了译文质量；同时，在本书的翻译过程中，我们还得到了许多单位和同志的鼓励和帮助，我们借此机会一并表示衷心的感谢！

最后，附带说明一下，原文方程中的数学符号和方程编号等都出现了不少印刷错误。我们经过推导和参考有关文献后，已在译文中加以改正。限于我们的水平，译文中差错难免，敬希读者给予批评指正。

译者

1984年7月于杭州

致 谢

本书是曼彻斯特大学理工学院 控制系统中心 (Control Systems Centre at the University of Manchester Institute of Science and Technology)与在南特(Nantes)的国立高等机械学校自动化实验室 (Laboratoire d'Automatique of the Ecole Nationale Supérieure de Mécanique) 的国际协作的成果。它把作者们的不同兴趣汇集成统一形式。我们特别感谢巴巴拉·毕比 (Barbara Beeby) 夫人把一些章节从法语译成英语。我们也感谢伊利莎白·汤 (Elizabeth Tongue) 夫人和维拉·巴特沃思 (Vera Butterworth) 夫人的辛勤和耐心，她们这么好地打出了最后的打字稿；并且感谢罗伯特·柯克 (Robert Kirk) 先生画了大部分插图。我们感谢普罗斯珀·切莫尔(Prosper Chemouil) 博士帮助校对。最后，我们非常感谢伯丽尔·胡利 (Beryl Hooley) 夫人准备索引和迪伊·布朗 (Dee Brown) 小姐的多方面帮助。本书还存在着的差错由我们自己负责。

M. G. 辛格
J. P. 埃洛伊
R. 默曾雪夫
N. 芒罗

序

在1980年，微处理机的四分之一销路是在工业仪表和控制方面。本书致力于从微电子革命的角度来讲授检测仪表和控制。

本书基本上分成八章。在第一章中，我们介绍系统控制的基础概念。我们也描述如何建立系统的模型。第二章和第三章专用于讲述微处理机硬件和软件概念，特别强调实时应用。在第四章中，我们回到控制问题，并推导单变量系统必需的分析和设计技术。我们特别强调工业调节用的技术。

在第五章中，论述多变量系统。分析既应用曼彻斯特学派发展的频域技术，又应用最优控制方法。

第六章集中论述工业仪表。我们探讨温度、压力、流量和液位的测量。在每一种情况下，我们描述现有技术，并描述它作为微处理机革命的成果是如何正在被改进的。

第七章用于论述调节器和执行机构。我们既描述电子调节器又描述气动调节器，并且对阀门计算作出详细的分析。

在这里，我们也描述目前的技术发展水平，并以图表说明它由于引进微电子元件的结果所取得的进展。

这样，本书的前面七章对工业控制和微处理机正在其中起着日益增长的作用作出统一的论述。第八章，即最后一章，是更加抽象的。它讨论大规模系统控制的最新进展，并表明将如何利用新的微电子技术来控制日益复杂的系统。

全书是按照工业控制专业的大学生最后一年课程或研究生第一年课程所要求的水平来论述的，它能以中等速度在60学时内讲完。本书给出许多实例，并且也给出应用习题。

本书比标准的控制教科书更加着重应用，而我们希望，本书将为工业控制提供高等院校的理论教学与重实效的实践之间的桥梁。

目 录

译者前言	v
致谢	v
序	vii
第一章 工业控制导论	1
1.1 引言	1
1.2 模型	3
1.3 拉普拉斯变换	5
1.4 传递函数	6
1.5 确定传递函数的一些方法	9
1.6 概率论初步	14
1.7 用非线性滤波的辨识	20
1.8 结束语	29
参考文献	29
第二章 微型计算机硬件	30
2.1 引言	30
2.2 存贮器的结构	31
2.3 定点表示法	33
2.4 存贮器的工艺	35
2.5 处理机的任务	38
2.6 指令系统和存贮器寻址	41
2.7 输入输出交互作用原理	44
2.8 “工业”外围设备	50
2.9 微处理机的概况	52
2.10 过程控制用的微处理机	53
2.11 通用微处理机	55
2.12 高性能的微处理机	56
2.13 微处理机的选择	57
参考文献	58
第三章 小型和微型计算机软件	59
3.1 机器语言和汇编语言	59
3.2 程序操作的各个阶段	63
3.3 操作系统	66
3.4 实时操作系统	69
3.5 结束语	76
参考文献	77
习题	77

第四章 单变量系统的分析与设计	79
4.1 引言	79
4.2 一阶物理系统	80
4.3 二阶系统	84
4.4 任意阶系统	89
4.5 开环和闭环传递函数	95
4.6 稳态误差	100
4.7 稳定性	110
4.8 采用正向通路校正的补偿	118
4.9 多回路调节	132
4.10 例子：锅炉燃烧回路的调节	138
4.11 结束语	142
参考文献	142
习题	142
第五章 多变量控制系统	145
5.1 多变量控制引言	145
5.2 分析	149
5.3 非交互控制	161
5.4 去耦理论	164
5.5 采用状态反馈的极点配置	170
5.6 最优控制	183
5.7 龙伯格观测器	186
5.8 采用输出反馈的极点配置	194
5.9 应用奈奎斯特逆阵法的设计	204
参考文献	214
习题	215
第六章 工业测量技术	217
6.1 温度测量	217
6.2 电阻温度计和热敏电阻	217
6.3 热电偶	220
6.4 光学高温计	224
6.5 压力测量	226
6.6 液位测量	236
6.7 流量测量	241
参考文献	255
第七章 调节技术和执行机构	256
7.1 气动式和电子式PID控制器技术	256
7.2 电子控制器技术	258
7.3 气动控制器技术	268
7.4 控制阀	274
7.5 控制阀的位置和构造	275
7.6 阀门的选择	278

7.7 执行机构和定位器的选择	283
7.8 阀门流量参数的测定	285
7.9 如何计算实际工作条件下的阀门调整值	293
7.10 控制阀的现代发展	299
参考文献	302
第八章 先进控制技术	303
8.1 引言	303
8.2 问题阐述	303
8.3 采用交互作用预测法的解法	304
8.4 以微处理机为基础的控制的实现	306
8.5 例子：江河污染控制	307
8.6 闭环控制	308
8.7 塔缪拉的三级法	311
8.8 塔缪拉时延算法	315
8.9 分散控制	321
8.10 结束语	325
参考文献	328
习题	328
作者索引	330
题目索引	331

第一章 工业控制导论

1.1 引言

控制系统在增加工业产品产量和提高产品质量方面继续起着重大的作用。控制系统构成自动化过程的基本要素，并随着我们的生产活动越来越自动化，采用更为精确的控制技术的重要性日益明显。我们目前正在经历的最重要的技术进展，是发生在信息处理中的一场革命，而这将对工业控制具有重大的影响。这场革命的基础是微处理机的引进。

微处理机也许是电子工业至少在最近十年内所经历的最重大的开发。微处理系统所提供的主要优点是：费用低，元件少，可靠性高，通用性大。微处理机早就代替了工业控制和仪表中的某些信息处理功能，这些功能以前是用昂贵的硬连线逻辑电路或中央计算机来完成的。今后几年将会看到微处理机在工业仪表和控制的所有方面的应用的扩展。

在本书中，我们研究微处理机在工业控制和仪表中的用途，并且我们既探讨目前的技术发展水平，又探讨它将来的发展方向。本书有三个主要部分，第一部分论述微处理机的硬件和软件，第二部分论述控制算法，而第三部分则用于测量和控制技术。在最后一章中，我们探讨控制的将来发展方向。

本章首先定义由什么构成一个控制系统和我们在控制系统中所碰到的各种信号。

定义

一个控制系统是一些实际部件按某种方式连接或联系起来的一种配置，以便命令、调节或操纵它本身或另一系统。在工业实践上，我们通常把控制系统的含义限于应用到那些系统，它们的主要功能是动态地命令、调节或操纵它本身或另一系统。

在人类环境中有许多控制系统。最早闻名的控制系统似乎是中国古代用的指南车。依靠一组差动齿轮，它可能保持一个特定的方向（在这里是南方）。后来，在十八世纪，风车设计人采用一种控制系统来使风车保持在风的方向。詹姆士·瓦特（James Watt）的飞轮调速器是第一个精确分析过的控制装置（由詹姆士·麦克斯韦（James Maxwell））。现代控制系统是第二次世界大战中伺服马达发展的结果，伺服马达被用来控制重炮的位置。从那时起，这个领域已经扩展得非常快。它在美国空间计划的过程中受到了较大的推动。目前，控制系统和控制概念被用于人类努力从事的大多数领域中。

在考虑控制系统的具体例子之前，我们定义两个术语：有助于辨识或确定控制系统的输入和输出。

输入通常是由一个外部能源施加于一个控制系统的刺激或激励，以便由控制系统产生一个规定响应。

输出是由控制系统得出的实际响应。它可能等于或不等于输入所期望的理想响应。

在某种意义上说，输入和输出都是任意的，而对它们选择得是否明智是控制系统工程师的技巧的一部分。控制系统的目的是辨识或确定输入和输出。输入和输出一经确定，就有可能规定系统部件的性质。

控制系统分成两大类，即开环和闭环。开环和闭环的区别由控制作用确定，控制作用是负责启动控制系统来产生输出的量。

开环控制系统是其中控制作用与输出无关的一种控制系统。

例1 一辆车的驾驶盘的角度位置控制前轮的方向。在这种情况下，驾驶盘的位置是输入，而前轮的方向是输出。控制系统元件由驾驶机构组成。

例2 自动烤炉是一种开环控制系统；烤好面包所需的时间必须由使用人估计，使用人不是这系统的一部分。一经整定好了既是输入又是控制作用的时间，对烤面包质量（输出）的控制就被取消了。

例3 车辆速度控制是一种开环控制系统。加速度踏板的压下是输入，而速度是输出。这样的开环控制系统的两个重要特性是：

1. 它们准确地执行的能力由它们的校准确定。校准的意思是建立（或重建）输入-输出关系，以便得到一个理想的系统准确度。

2. 它们一般不担心稳定性问题，不稳定性是我们以后将更详细讨论的一个概念。

闭环控制系统是其中控制作用以某种方式取决于输出的一种控制系统。

为了把一个控制系统归类为开环或闭环，必须把系统的部件与同系统交互作用但不是系统一部分的部件区别开来。例如，操作人员可能是或不是系统的一部分。在以上所有三个例子中，我们曾经认为操作人员不是系统的一部分。当然，如果认为操作人员是系统的一部分，他（她）使环路闭合，就使得这系统可以被归入闭环控制系统类。

闭环控制的例子

1. 一个自动驾驶机构和它所控制的飞机是一种闭环（反馈）控制系统。它的目标是不管大气变化而保持一个规定的飞机航向。它依靠连续测量实际的飞机航向和自动调节飞机操纵机构（方向舵、副翼等）来完成这一任务，以便使实际的飞机航向与规定航向一致。预先整定自动驾驶仪的驾驶员不是控制系统的一部分。

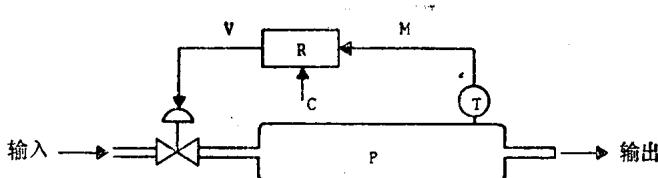


图 1.1

2. 工业压力控制系统 图1.1表示一个压力控制系统。传感器 T 测量打算控制的压力“ P ”，并送一个模拟信号 M （压力或电信号）到调节器 R 。这个调节器把 M 与它的预整定理想值 C 相比较。调节器修正模拟信号 V ， V 控制阀门的开闭，阀门的开闭是 M 与 C 之差的一个函数。

由此我们引出反馈概念。

反馈是闭环控制系统区别于开环控制系统的特性之一。

反馈是闭环系统的性质，它使输出（或系统的另外某个受控变量）能与系统的输入（或其他某内部部件的一个输入，或总系统某个子系统的输入）相比较，因此可以使适当的控制作用成为输出和输入的某一函数。

通过我们的前面两个例子可以清楚地说明反馈概念。在压力控制系统的情况下，输入是预整定理想值 C ，而输出是测量仪表所测定的压力 P 。调节器 R 连续比较 P 与 C ，并利用其差值，以便供给一个信号来控制调节压力的阀门。

就自动驾驶机构来说，输入是可以在飞机控制板的一只标度盘上整定的规定航向，而输出是自动测量仪表所确定的实际航向。一个比较装置连续地监测输入和输出。当二者一致时，不需要控制作用。当输入与输出之间存在一个差值时，比较装置送一个控制作用信号给控制器，这控制器就是自动驾驶机构。控制器提供适当信号给控制面，以便降低输入-输出差值。反馈可以用由测定航向的导航仪表到比较装置的一种机械连接或电气连接来实现。

反馈的特性

出现反馈所赋予一个系统的最重要特征，是下面几项：

1. 提高准确度，即提高精确地达到理想输出值的能力。
2. 降低系统特性曲线中输出与输入变化量之比的灵敏度。
3. 降低非线性和畸变效应。
4. 增大带宽。一个系统的带宽是系统将令人满意地作出响应的(输入的)频率范围。
5. 振荡和不稳定性的倾向。

为了设计大多数过程的控制装置，必须建立一个模型。下面，我们考虑模型问题。

1.2 模型

为了求解一个系统问题，必须把系统配置及其部件的技术要求或描述表达为适合于分析、设计和评价的形式。

一个动态系统对一个输入的响应的根本特征是，它现在的行为受它过去的状态影响。因此，我们不能单纯用输入与输出之间的瞬时关系式来表示动态系统的行为。有必要引进一组附加变量来考虑系统的过去状态。这些附加变量叫做系统的状态变量。因此，一个动态系统的基本描述由输入、输出和状态变量这三组系统变量之间的关系式组成。状态变量是输入变量和它们本身的函数。这样，如果 $\{u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)\}$ 是一个输入变量集，而 $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$ 是一个状态变量集，并且如果我们取可能的、最简单的泛函关系式，即积分，第 i 个状态变量将以下面形式表达：

$$x_i(t) = \int_{-\infty}^t f_i(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_r, t) dt \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.1)$$

式中函数集 f_i 规定动态系统行为的性质。方程(1.2.1)的意思是，状态变量满足一阶常微分方程组

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_r, t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.2)$$

我们只要规定如何由状态和输入变量得出一个输出变量集 $\{y_1(t), \dots, y_m(t)\}$ ，就完成了系统的模型。例如

$$y_j(t) = g_j(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_r, t) \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (1.2.3)$$

方程(1.2.2)，(1.2.3)定义一个动态系统的标准状态空间模型。通常用向量记法来

表示这种模型最方便，即当

$$\begin{aligned} \underline{x} &\in R^n, \quad \underline{u} \in R^m \\ \dot{\underline{x}}(t) &= f(\underline{x}, \underline{u}, t) \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

和

$$\underline{y}(t) = g(\underline{x}, \underline{u}, t), \quad (1.2.5)$$

下面，我们研究方块图和以后出现在控制系统分析中的各种信号。

方块图

方块图或是一个实际系统的原理图的简化图示，或是表征这系统各个部件的数学方程组的简化图示。

方块图的最简单形式，是一个带单输入和单输出的单一方块。

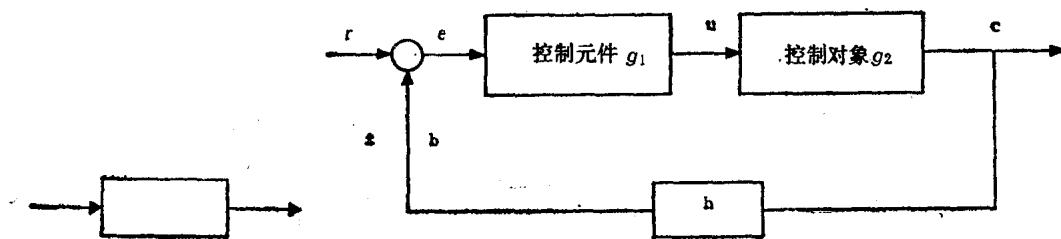


图 1.2

图 1.3

表示方块的矩形的里面通常含有元件的描述或名称，或对输入进行运算来产生输出的运算符号。箭头表示单向信息流或信号流的方向。

图1.3表示一个反馈控制系统的方块图。必须强调，图1.3中连接一个方块到另一方块的控制环路的箭头表示控制能量或信息的流动方向，而不是系统的主能量流动方向。

定义

控制对象 g_2 ，也叫做受控系统，是其某个特定量或状况必须加以控制的物体、过程或机器。

控制元件 g_1 ，也叫做控制器，是产生适当的控制信号施加于控制对象所需的部件。

反馈元件 h ，是建立一次反馈信号 b 与受控输出之间的函数关系所需的部件。

基准输入 r （或给定值），是为了指挥控制对象的一个规定动作而施加于反馈控制系统的一个外部信号。

受控输出 c ，是控制对象的被控制的量或状况。

一次反馈信号 b 是这样一种信号，它是受控输出 c 的一个函数，并与基准输入 r 代数相加来得出作用信号 e 。

作用信号 e ，也叫做误差或控制作用，是由基准输入 r 减（或加）一次反馈 b 组成的代数和。

控制变量 u （控制信号），是控制元件 g_1 施加于控制对象 g_2 的量或状况。

扰动 p 是影响受控输出 c 的值的、不希望有的一种输入信号。它可能与 r 相加或通

过一个中间点进入控制对象。

正向通路，是从作用信号 e 到受控输出 c 的传输通路。

反馈通路，是从受控输出 c 到一次反馈信号 b 的传输通路。

传感器是把一种能量形式转换成另一种能量形式的一种装置。

负反馈意味着求和点是一个减法器：

$$e = r - b$$

正反馈意味着求和点是一个加法器：

$$e = r + b$$

一个系统或元件的时间响应，是在规定工作条件下随着施加一个规定输入发生的、表现为一个时间函数的输出。

下面，我们研究拉普拉斯变换和传递函数模型，因为这些将用作我们分析的重要工具。

1.3 拉普拉斯变换

定义

令 $f(t)$ 为定义在 $t > 0$ 时的一个实变量 t 的一个实函数。那么

$$L[f(t)] = F(p) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \epsilon \rightarrow 0}} \int_{\epsilon}^T f(t) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \quad 0 < \epsilon < T$$

常用拉普拉斯变换表

$F(p)$	$f(t)$	$F(p)$	$f(t)$
$1/p$	1	$p/(p^2 + \omega^2)$	$\cos \omega t$
$1/p^2$	t	$\omega/(p^2 + \omega^2)$	$\sin \omega t$
$1/p^n$	$t^{n-1}/(n-1)$	$(p+a)/[(p+a)^2 + \omega^2]$	$e^{-at} \cos \omega t$
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}	$\omega/[(p+a)^2 + \omega^2]$	$e^{-at} \sin \omega t$
$\frac{1}{(p+a)^2}$	te^{-at}		

叫做 $f(t)$ 的拉普拉斯变换。 p 是用下式定义的一个复变量：

$$p = \sigma + j\omega$$

这些结果一般用分部积分得出。

基本性质

如果 $L[f(t)] = F(p)$, $L[g(t)] = G(p)$

(a) 线性迭加

那么

$$L[\alpha f(t) + \beta g(t)] = \alpha F(p) + \beta G(p)$$

(b) 微分

如果 $f(0) = 0$,

$$L\left[\frac{df}{dt}\right] = pL[f(t)]$$

$$L\left[\frac{d^2f}{dt^2}\right] = p^2L\left[\frac{df}{dt}\right] = p^2L[f(t)]$$

如果 $f(0) \neq 0$,

$$L\left[\frac{df}{dt}\right] = pL[f(t)] - f(0^+)$$

当 t 从大于 0 趋于 0 时, 式中 $f(0^+) = \lim f(t)$.

(c) 延迟

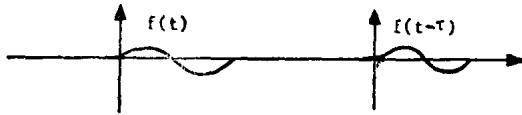


图 1.4

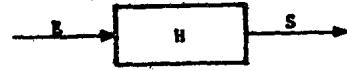


图 1.5

$$L[f(t-\tau)] = e^{-p\tau}F(p)$$

(d) 初值与终值

$$f(0^+) = \lim_{p \rightarrow \infty} pF(p)$$

$$f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$$

已经定义拉普拉斯变换和考虑过它们的基本性质后, 我们现在能够定义传递函数。

1.4 传递函数

实际系统经常可以用微分方程, 特别是以下类型的 n 阶线性微分方程来描述:

$$B_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + \dots + B_1 \frac{ds(t)}{dt} + B_0 s(t) = A_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + \dots + A_1 \frac{de(t)}{dt} + A_0 e(t) \quad (1.4.1)$$

作为一个例子, 我们可以取一阶微分方程

$$T \frac{ds}{dt} + s = e \quad (1.4.2)$$

如果初始条件都是零, 那么一取方程(1.4.1)两边的拉普拉斯变换, 我们就得到

$$B_n p^n S(p) + \dots + B_1 p S(p) + B_0 S(p) = A_m p^m E(p) + \dots + A_1 p E(p) + A_0 E(p)$$

或

$$S(p) = \frac{A_m p^m + \dots + A_1 p + A_0}{B_n p^n + \dots + B_1 p + B_0} E(p)$$

或

$$S(p) = H(p)E(p)$$

这里 $H(p)$ 叫做这系统的传递函数。

作为一个例子, 让我们考察一阶系统。

例1 一阶系统

一个一阶系统用下面的关系式来表征：

$$T \frac{ds}{dt} + s = e$$

阶跃响应 这样一种系统的阶跃响应是：

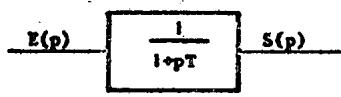


图 1.6

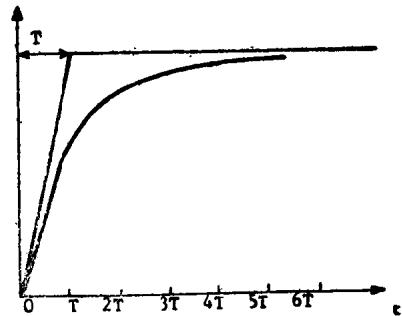


图 1.7

$$s(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad \frac{ds(0)}{dt} = \frac{1}{T}$$

T 是系统的时间常数。它是在原点的切线与稳态值(SS)的交点。

$$\text{当 } t = T \text{ 时, } s = 1 - \frac{1}{e} = \frac{2}{3} \text{ SS}$$

当 $t = 3T$ 时, $s = \text{SS}$ 值的 95%。

谐波响应 当输入的形式为 $E = E_0 \sin \omega t$ 时, 稳态状况由下式给出:

$$S = S_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

式中

$$S_0 = \sqrt{\frac{E_0}{1 + \omega^2 T^2}}$$

而

$$\varphi = -\tan^{-1} \omega T$$

例2 二阶系统

方程和阶跃响应

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 u(t)$$

初始条件为零时, 这可以改写成

$$p^2 X + 2\xi\omega_n p X + \omega_n^2 X = -\frac{\omega_n^2}{p}$$

或

$$X(p) = \frac{1}{p} - \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$$

这里

$$x(t \rightarrow \infty) = 1, \quad \frac{dx(0)}{dt} = 0$$

取决于判别式

$$\Delta = \xi^2 \omega_n^2 - \omega_n^2 = \omega_n^2 (\xi^2 - 1)$$

的值，这里有三种情况：

1. a $\xi < 1$

$$X = 1 + A e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t + \varphi)$$

$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}, \cos \varphi = \xi, A = -\frac{1}{\sin \varphi} = -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

这样，我们得到一个按 $e^{-\xi \omega_n t}$ 衰减、角频率为

$$\omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

的振荡响应。

1. b $\xi > 1$

$$x = 1 + A e^{-at} + B e^{-bt}$$

式中 $-a$ 和 $-b$ 都是 $p^2 + 2\xi \omega_n p + \omega_n^2 = 0$ 的根；

$$A = \frac{b}{a-b}, B = \frac{-a}{a-b} \quad (A, B, a, b > 0)$$

这产生一个带两个时间常数的非周期性瞬变过程。

1. c $\xi = 1$ (临界阻尼)

$$x = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t)$$

我们定义无阻尼频率为 $F_n = \omega_n \cdot \frac{1}{2\pi}$

我们定义基频为 $F_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

我们定义谐振频率为 $F_r = \frac{\omega_r}{2\pi}$, $\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2}$ 。

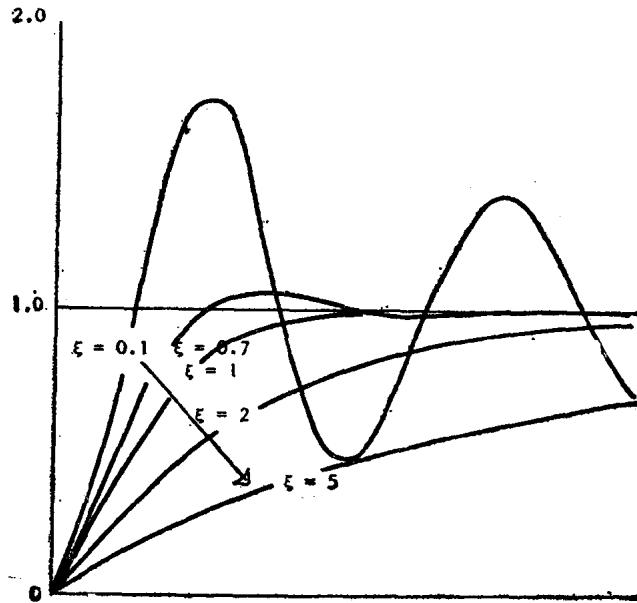


图 1.8