諧　振

苏联 И. 格列科夫 著

王 迺 仁
何 文 蛟 譯

人民邮电出版社

И. ГРЕКОВ

РЕЗОНАНС

ГОСЭНЕРГОИЗДАТ 1952

内 容 提 要

本书介紹諧振現象及其在电学、力学和声学方面的应用，幷分析了綫性振动系統的特性。

諧 振

著 者：苏 联 И. 格 列 科 夫

譯 者：王 迺 仁 何 文 蛟

出版者：人 民 邮 电 出 版 社

北京东四6条13号

（北京市书刊出版业营业许可证出字第〇四八号）

印刷者：北 京 市 印 刷 一 厂

发行者：新 华 书 店

开本 787×1092 1/32　　1957年4月南京第一版

印张 3 26/32 页数 61　　1963年11月北京第四次印刷

印刷字数 78,000字　　印数 6,718—9,067册

統一书号：15045・总592—无135

定价：(10)0.60元

目　　録

当我們把收音机接通以后，首先就把它調到我們想要收听的电台。如果調諧旋鈕轉到了准确的位置，那末收音机所收到的并加以放大的，只是这一电台所發出的頻率的振盪；其他頻率的振盪是不会收到的。这时我們說，收音机已經調好了。

所有的乐器——小提琴、吉他、大提琴等，都要調到某个一定的音調，一定的声振动頻率上。收音机、乐器等等的調諧是以一种重要的物理現象**共振**（或**諧振**）为基礎的。共振現象不僅对无綫电技术有着重大的意义，它在一切科学和技术的領域里，只要是能遇到振动的地方，都是很重要的——不管这种振动是机械的、声的振动或是电的振盪，是大鉄桥的振动或是組成原子核的微粒的振动。

本書所要敍述的就是：共振現象的本質是什么，它有些什么特点。关于共振現象具体应用的例子，我們講的不多，因为只要理解了这种現象的本質，每个讀者都能够从他个人的实踐中，从工程技术和自然界中找出几十个这样的例子來。

第 一 章

自 由 振 动

1. 功 与 能

一切物体——无論它是运动着的或是靜止的，在一定的条件下都能作功，因为它們都具有一些能量。

例如，当我們在轉动蒸汽机的大飛輪时，飛輪会推动活塞而使汽缸內的蒸汽受到压縮，这时飛輪就在作功。如果飛輪不动，它就不能象这样來作功了。正在急速行駛着的車箱，可以自己跑上山來，因为它具有一定的速度，因而也具有一定的能量。运动的能量称为**动能**。物体的質量m和速度v愈大，它的动能也愈大；动能等于質量与速度平方的乘積的一半：

$$W_{кин}=\frac{mv^2}{2}。$$

可是靜止的物体內也儲存着能量。例如，有一种結構簡單的壁鐘，它里面的砝碼就具有一定的能量。砝碼逐漸下落，推动着鐘的机件，使它不断地运轉，这样也就在作功。任何一个向上举起的物体：掛在天花板上的重物，向上举起的打樁机等等，如果把它放开，讓它落下來，也能够作功。这种能量与物体的位置有关，称为**位能**。

不僅地面上被举起的物体具有位能，就是被压縮或被拉長的彈簧也具有位能。將一个重物裝在被拉長的彈簧的一端，然后把它放松，彈簧就会往回收縮，使重物發生运动，这样彈簧便作了功。由此可見，只要彈簧处在被拉長的狀态，即使它沒有运动，仍然具有一些能量。彈簧拉得愈長，其圈匝間的距离愈大，它具有的能量也愈大。既然拉長（或压縮）的彈簧的能量与彈簧圈匝之間的相互位置有关，所以这也是一种位能。在許多器械和設备里都利用了压縮彈簧的位能，例如在鐘表里（上鐘的發条），在大多数的自动武器里（冲鋒鎗、机关鎗、速射炮的回动彈簧），以及在許多量計設备里。

当拉長的或压縮的彈簧在运动时，它既有位能（因为它被拉長了或者被压縮了），又有动能（因为它在运动）。可是彈簧的質量很小，因此它的位能要比动能大得多，可以把它的动能略去不計。

动能与位能是一切机械能的兩种不同的形式。除了机械能之外，还有其他形式的能，例如有电能、磁能、化学能、核子力的能（在原子核内）等等。有一条基本的自然規律——能量不滅定律，这个定律說：能量不会消滅，也不会从无中生有，它只能从一种形式轉变成另一种形式。

現在再回到振动的問題上吧。讓我們看看，当我們周圍的物体在振动时，其能量是怎样進行轉变的。

2. 自由振动

如果一个物体系統内会發生振动，这个系統就称为**振动系統**。例如：汽車（它在車底彈簧上的振动），吉他（声振动），鐘擺，无綫电的回路（电振盪），任何一种物質的原子（原子内的电振盪能產生光波），原子核等等。

現在來举一个最簡單的例子——裝在彈簧上的金屬小球的振动（圖1）。在这里，振动系統是由質量为m的小球与$Б$端被固定的彈簧$AБ$組成的。小球裝在細長的桿——擺OO'上。設在起始的时刻，小球靜止地懸在平衡位置1。这时彈簧既沒有拉長也沒有压縮；它不受任何的約束。現在我們把小球拉到2的位置；彈簧$AБ$被拉長了，而且產生了彈力。我們用F來表示彈簧的彈力，用S表示它的伸長。当彈簧伸長（或縮短）得很

小时，下面的定律是正确的：彈簧伸長（或縮短）多少倍，其彈力便要增大多少倍。用数学式子寫出來就是：

$$F=k\cdot s,$$

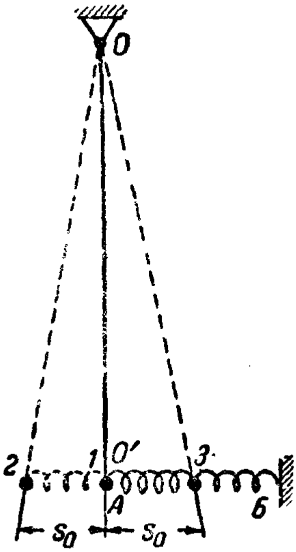


圖 1.

对某一給定的彈簧而言，k 是一个常数，称为彈簧的彈性。

象 F 与 S 这样的关系称为綫性的或比例的关系；也可以这样說：F 与 S 成比例。当 $S=1$ 公分时，彈力 F 在数值上与 k 相等；也就是說，彈簧的彈性在数值上与用來使彈簧伸長 1 公分的力相等。彈性与彈簧的材料、圈匝的多少、圈匝的直徑有关，而且还与用來繞制彈簧的金屬綫的直徑有关。

首先我們会給自己提出这样一个問題：在振动的时候，小球和彈簧的能量会發生怎样的变化呢？

当小球处在 2 的位置时，彈簧有了位能。这个能量 U_0 在数值上与松开它以后所能作的功相等。只要把这个功算出來，就能决定彈簧处在位置 2 时所具有的位能。功等于力 F 与路程 S 的乘積。如果彈力 F 自始至終保持恆定，譬如說，等于 $F=ks_0$，那末功就等于 $A=F\cdot s_0=ks_0^2$。可是彈簧的彈力幷不是恆定的：最初在位置 2 时，它等于 $F_2=ks_0$；以后随着彈簧的縮短而逐漸減小；到位置 1 时，它等于零：$F_1=0$。在計算功时，

应該取它的平均值$F_{cp}=(F_1+F_2)/2=ks_0/2$，再把它和路程相乘，得到：

$$U_0=A=F_{cp}\cdot s_0=\frac{ks_0}{2}\cdot s_0=\frac{ks_0^2}{2}\ 。$$

这样，彈簧处在位置2时所具有的位能为$U=ks_0^2/2$。这时小球的动能等于零，因为小球是靜止的，彈簧已拉到尽头。現在我們把小球放开。在最初的一瞬間，小球的速度等于零，但是不断地作用在小球上的彈力使小球的速度漸漸增大；最后，当小球通过平衡位置时，其速度达到最大值v_0。在这一瞬間，彈簧的位能$U=ks^2/2$等于零（彈簧旣未伸長，也未縮短）；可是小球运动的能量，它的动能$mv^2/2$却达到了最大值。根据能量不滅定律，彈簧在位置2时所具有的位能这时完全变成了小球的动能：

$$\frac{ks_0^2}{2}=\frac{mv_0^2}{2}\ 。$$

当小球繼續往右运动时，彈簧便受到压縮。彈簧內產生了反抗小球运动的彈力；于是小球的速度漸漸降低，小球的动能也漸漸減少。可是彈簧的位能却又增大起來。到極右的位置3时，小球的动能等于零，而彈簧的位能又达到最大値（$U=ks_0^2/2$）：小球的动能完全变成了压縮彈簧的位能。然后小球又开始向左运动——彈簧的位能又变成小球的动能，象这样繼續变換下去。能量以同一頻率反复不断地从一种形式轉变成另一种形式，在我們这个例子里，是从位能轉变成动能，又从动

能轉变成位能，这种能量的轉变过程就是一切振动的基礎。

在振动过程中某些最有代表性的瞬間，小球的偏移和速度如表 1 所示。在这个表內，我們把向左的偏移和速度算作正的，把向右的偏移和速度算作負的。

現在我們來作一个振动的曲綫圖。先画兩条互相垂直的軸（圖 2），在水平軸上以某一种比尺作出时間的标度（例如，以每公分代表 1 秒）；在垂直軸上作出小球离开平衡位置的偏移 S 的标度。小球偏移的标度——正的向上，負的向下。然后从标示着每一时間瞬刻的点上引一根垂直綫，又在这根垂直綫上标出小球偏移的数值。將所得的点用一条平滑的曲綫联接起來，这条曲綫就表示

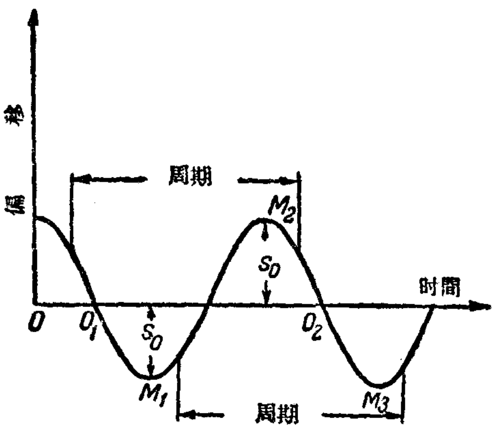
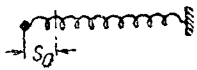
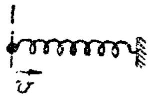
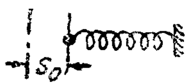
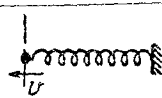
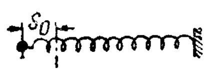


圖 2.

偏移和时間的关系。点 M_1 和 M_2 相当于小球的極端位置，而 O_1 与 O_2 則相当于平衡位置。小球走完一段路程又回到原出發点，例如从 O_1 出發，經过 M_1、M_2 到 O_2，所經歷的时間称为振动的周期，用字母 T 來表示。周期的倒数 $f=1/T$ 称为頻率，它表示在一秒鐘內所作的全振动的次数。頻率用赫來度量，1 赫相当于每秒 1 次全振动。如果頻率很高，就用千赫來度量，1 千赫相当于每秒1000次全振动。能够表明振动的特征的，除了

表 1

时間	振动系統的位置	偏移	速度	彈力	能量	
					位能	动能
0		$+s_0$	$v=0$	$F=-ks_0$	$U=\frac{ks_0^2}{2}$	$W=0$
$\frac{T}{4}$		0	$v=-v_0$	$F=0$	$U=0$	$W=\frac{mv_0^2}{2}$
$\frac{T}{2}$		$-s_0$	$v=0$	$F=ks_0$	$U=\frac{ks_0^2}{2}$	$W=0$
$\frac{3}{4}T$		0	$v=v_0$ 因为小球向左移动，速度为正。	$F=0$	$U=0$	$W=\frac{mv_0^2}{2}$
T		$+s_0$	經过一整周期，一切都回到原来的情况，同时幷开始和第一个振动完全一样的第二个振动。		$U=\frac{ks_0^2}{2}$	$W=0$

頻率以外，还有它的幅度S_0，就是它的最大偏移，也称为振幅。如果振动与时間具有象圖2那样表示的关系，这种振动就称为正弦振动或諧和振动，而这曲綫本身$O_1M_1M_2M_3$則称为正弦曲綫。

就圖 1 这个例子來說，諧和振动的頻率和振幅与什么有关呢？

振幅与系統在起始瞬間所儲存的能量有关，也就是說，与彈簧的伸長S_0有关。在起始时把小球拉得愈开，彈簧就伸長得愈長，它傳給小球的动能也愈大，当小球作反向运动时，就会使彈簧压得愈緊，可以象这样类推下去。

有一点要着重指出：振动的振幅与產生初始偏移S_0的外力F成比例；既然$F=ks$（这里k是个常数），所以外力F增大多少倍，振动的振幅S_0也要增大多少倍。

相反地，振动的頻率与振动物体所儲存的能量无关，与偏移的大小无关，而决定于振动物体本身的性質：小球的質量与彈簧的彈性。这一点很容易看出來。例如，設小球在开始的时候具有較多的能量，因而它的偏移增大为十倍：不是S_0，而是$10S_0$。小球在一次振动中所要走的路程也增加为十倍。这样看來，用來走完这一段路程的时間似乎也要加到十倍，也就是說，振动的周期必須加長才行。然而并不是这么一回事；現在既然偏移是$10S_0$，彈簧促使小球回到平衡位置的彈力也要增大为十倍（因为它和偏移成比例$F=ks$）。彈力增大了，小球得到的加速度也增大了，因此小球走完路程$10S_0$所花的时間与它以前走完路程S_0所花的时間相同。一个补償了另一个，結果，尽管偏移的大小不同，而完成一次振动所需的时間却是一样

的。由此便得出兩点結論。第一、振动的頻率与初始偏移无关。不管我們把彈簧上的重物推得重些或是推得輕些，一次振动所持續的时間是不会改变的。第二、經过最初的推动以后，振动就要开始衰減，振幅会漸漸地減小，但是它的頻率和周期仍保持不变（因为頻率和周期与偏移 S 无关）；也就是說，当振幅在改变时，周期和頻率仍和以前一样。振动的这个特点是很重要的。例如，在音乐里它就起着很重要的作用。音乐中音調的高度决定于振动的頻率；每一种音調都有它相应的頻率。要是一根弦的振动頻率与振幅有关，那我們就无法預先說出，这根弦到底会發出什么音調，因为一切全要看我們撥击的輕重如何，要看弦最初偏离的大小如何。照着乐譜彈奏是不可能的。这还不算；要是頻率与振幅有关，那末任何声音都要一面減弱一面改变音的高度。譬如說，有个歌手唱的是男高音的調子。当声音傳到我們耳里时，它的振幅減小了，頻率也变低了，結果男高音变成了男低音。在这种情况下，音乐眞要变成稀奇古怪的东西了。

如果知道了振动物体的性質——它的質量和彈性，怎样來計算振动的頻率呢？

物体的質量愈大，在一定的彈力下，用來使物体加速而使它走完某一段路程的时間也愈大。同样的，小球的質量愈大，彈簧用來使小球回到平衡位置的时間也愈大。而小球从某个極端位置走回平衡位置所花的时間是一个周期的四分之一，因此，質量愈大，振动的周期則愈大，而頻率則愈低（因为 $f = 1/T$）。可是彈簧的彈性对振动周期則發生相反的影响。如果

彈簧的彈性增大了，那末使小球回复平衡位置的力也要增大这么多倍。小球受到的力大了一些，它走起來也更快一些。因此，彈簧的彈性愈大，小球振动的周期則愈小，而頻率則愈高。

只要進行一些不太复雜的数学演算，就能証实我們的推斷是不錯的，并会得到下列小球振动頻率的公式：

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\ 。\tag{1}$$

这里，π 是一个常数，等于3.14。

我們这里所研究的振动称为自由振动或固有振动。外力只不过是給小球一次起始的能量儲蓄；以后它就不再起作用了。小球和彈簧不再受外力的約束，而是它們本身在進行振动。我們能把这种振动称为固有振动，是因为这种振动的特征（周期以及如圖 2 所示的波形）与外力无关，而是与系統本身的性質——振动物体的質量和彈性有关。

3. 衰　　減

圖 2 所示的振动的振幅并不隨时間而改变，可是从实驗中我們知道，自由振动是会逐漸衰減的，它的振幅会不断地減小。我們推斷的錯誤究竟在哪里呢？問題就在于直到現在为止我們还沒有考慮到摩擦；我們曾假定在振动时，全部动能都要轉变成位能，反过來，全部位能也都要轉变成动能。在这样的假定下，当然所有的振幅都是相等的。然而，不管作什么样的运动，媒質的阻力总是存在的，摩擦总是有的；因此每振动一次，就有一部分动能沒有轉变成位能，而消耗在摩擦上，結果振动便漸漸衰減下來（圖 3）。圖 3 所繪的振动曲綫与圖 2 的諧和振

动曲綫所不同的地方，只是前者的振幅是随时間而減小的；曲綫其余部分的形狀幷沒有什么兩样。但是这种振动不能称为諧和振动，因为諧和振动的振幅是恆定的。

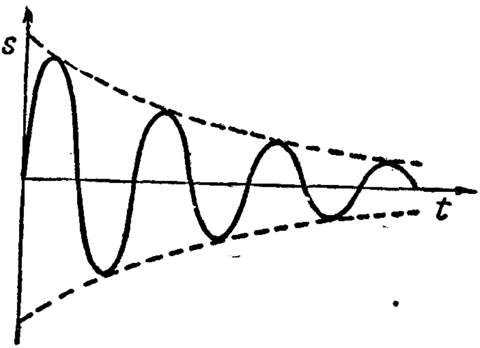


圖 3.

摩擦通常与物体的速度有关；但是場合不同，这种关系也各不相同。在大多数情况下，可以認为摩擦力是与速度成比例的，也就是說，速度增大多少倍，对速度起反作用的摩擦力也要增加多少倍。我們所討論的只限于这种关系，至于那些摩擦和速度的关系比这更复雜的系統（空气的漩渦，水面的波浪等等），我們不打算研究。例如，对于在粘性液体（油或甘油）中作緩慢运动的物体來說，摩擦力就是与速度成比例的。

值得注意的是，摩擦对于自由振动的頻率也稍微有些影响。例如，振动是在甘油內進行的，而且摩擦是这样大，以致过一个周期以后，振幅就大約減少三分之一（圖 3）。实际上这样的振动过四、五个周期就停止了。在甘油內的振动周期要比空气里的大一些，可是大得很有限，只不过大0.3%。总之，在一个周期內，摩擦使振幅大約減少35%，而頻率却只減少0.3%。

所有这些都是完全可以理解的：摩擦会減少系統中儲存的机械能，而振幅恰好又是由机械能（压縮彈簧的能量，小球运动的能量等等）儲存的多少來决定的，因此摩擦首先影响到的

就是振动的振幅。而頻率却与系統的性質——彈性、慣性（質量）和摩擦系数有关。可是現在，一周期內消耗在摩擦上的能量只佔振动物体的全部能量（与彈性联系着的位能，以及与質量联系着的动能）的很小一部分，因此頻率主要是决定于質量和彈性。它与不計算摩擦时的振动頻率相同[公式（1）]。只有当摩擦很大时（参看第55頁），才能既影响到振动的波形，又影响到振动的頻率。实际上，在我們所遇到的大多数的情况下，摩擦对頻率的影响是可以忽略的。至于那些衰减得很厉害的振动（在粘性媒質內的振动，例如在油內），那是很少見的。

4. 綫性系統和非綫性系統

彈簧与重物的振动是一个簡單而容易了解的例子。可是首先使我們感到兴趣的却是另外一些在自然界中和技术上更加重要的振动（飛机的振动，机器的軸和支座的振动，鐘擺的振动等等）。在这些更加复雜的場合下，彈簧小球的振动規律还正确嗎？自由振动的頻率是不是仍象以前所講的那样，只与質量和彈性有关，而与振幅无关呢？这时發生的振动仍是諧和振动嗎？摩擦对振动的影响也是象以前那样的嗎？如果振动系統所具有的特点和我們这个最簡單的例子一样，那末所有这些規律对于它來說也都是正确的。可是我們指的究竟是哪些特点呢？很明顯的，我們是指小球和彈簧的那些特点，在研究小球和彈簧的振动規律时，就是用这些特点來作为基礎的。讓我們來想想这是些什么特点吧。

第一、我們認为，小球的質量与速度无关，也与偏移无关。

第二、我們曾指出，彈簧的彈性是恆定的，与彈簧的伸長无关。就这一点來說，彈力一定要与偏移成綫性关系，也就是要遵从 $F=ks$ 定律。如果彈力不等于 ks，譬如說，而是等于 ks^2，那末彈簧的彈性(彈力与伸長的比值)就該是 $F/s=ks^2/s=ks$，也就是說，彈性是与伸長有关的。在振动时，彈簧的伸長不断地在改变着，这时彈簧的彈性也要發生变化了。只有当 $F=ks$ 时，彈性 $F/s=ks/s=k$ 才与伸長无关。实驗告訴我們，当彈簧的伸長不很大时（伸長半倍到一倍），彈性实际上是与伸長无关的，可是当伸長大得很多时，彈性就要漸漸增大起來。

第三、我們認为，摩擦系数，即摩擦力与速度的比值 F_{mp}/v，与速度无关，因而它在振动的过程中是不会改变的。就这一点來說，摩擦力必須与速度成綫性关系 $F_{mp}=\mu v$。如果不是这样，例如 $F_{mp}=\mu_1 v+\mu_2 v^2$，那末摩擦系数就等于：

$$\frac{F_{mp}}{v}=\frac{\mu_1 v+\mu_2 v^2}{v}=\mu_1+\mu_2 v\ ,$$

也就是說，摩擦系数与速度有关，而且在振动的过程中是会改变的。

如果我們想把适用于彈簧上重物的振动規律应用到别的振动系統上，那末我們首先就应該考慮，所有这三个条件是否都滿足了。但是在許多情况下根本就沒有彈性。例如，鐘擺并不是靠彈力來回复到平衡的位置，而是靠重力；对于磁針來說，是靠地球磁場的力。不管怎样，总要有回复力，否则就不会發生振动。只要这种回复力与位移成綫性关系，振动的規律就和