形变分配法

（一個新的結構分析法）

〔捷克斯洛伐克〕C. V. 柯劳塞克著

科学技術出版社

形变分配法

(一個新的結構分析法)

〔捷克斯洛伐克〕C. V. 柯勞塞克原著
金寶楨 編譯

科学技術出版社

內 容 提 要

本書原著为超靜定結構中的一个新貢献，原著为捷克文，玆由英文本節譯而成，惟仍保持原書的系統性与完整性.

本書共分兩部分：第一部分論述無側傾系統的計算，包括概論；連續梁；連續剛架；閉合系統及多层剛架等章. 第二部分論述有側傾系統的計算，包括總論；具有已知角位移 μ 向系統；具有一个未知角 μ 的系統；多层系統的一般討論；用形变分配解答多层懸臂；开式多层系統；双柱的对称剛架；对称的空腹桁架；分层具有相同節点轉角的系統；一般的多层剛架；承受平載的一般多層剛架例題及承受豎載的多层剛架例題等十二章.

本書可供大專學校作为超靜定結構學的補充教材，亦可供土木及水利技術干部作为自学及設計参考用書.

形 变 分 配 法

DISTRIBUTION OF DEFORMATION

原 著 者 〔捷克斯洛伐克〕C. V. Kloucek

原出版者 Orbis, Ltd. • 1950 年版

編 譯 者 金 寶 楨

*

科学技術出版社出版
（上海建國西路 336 弄 1 号）
上海市書刊出版業營業許可證出 079 号

上海市印刷四厂印刷　新華書店上海發行所总經售

統一書号：15119•266
（原中科版印 3,500 册）
开本 850×1168 耗 1/32 • 印張 13 5/16 • 字數 292,000
1956 年 6 月新 1 版
1957 年 3 月第 2 次印刷 • 印數 1,501—3,500

定价：(10) 2.30 元

前　　言

捷克斯洛伐克共和國柯勞塞克(C.V. Klouček)博士所著的"形變分配法"一書在歐洲學術和工程界中贏得了很高的評價. 民主德國名教授克蘭洛吉爾(A. Kleinlogel)博士曾這樣說:"它乃是對於已有文獻的一個有價值的貢獻;經驗證明,這個方法可以特別加速複雜設計問題的解答". 柯氏的原著是用捷克文寫出的,在它問世不久就有了德譯本,跟着又有了英譯本. 本書是根據1950年在布拉格出版的英譯本(譯者爲 A.H. Waddel-Zalud 和 F.H. Zalud) 編譯的.

爲了便於一般讀者的學習和適當縮短本書的篇幅起見,筆者曾從原著的第一部分中刪去不少較爲次要的東西,同時也只用最簡單的方法來進行基本公式的推導,而刪去很多複雜的數學式子. 因爲原著第二部分的理論比較複雜一些,應該儘可能保持其原有的內容,所以這一部分基本上是直譯的. 此外,在原著各章中往往沒有明確的分節和標題,因而在編譯時筆者曾酌分節目,以資醒目;又本書第一部分的分章,由於精簡材料的關係,以致跟原書有很大的出入.

筆者曾早在"工程建設"雜誌第34及35兩期(1953年一月及二月)中撰述短文介紹過這個方法,但因限於篇幅只能作一簡略而片面的敘述. 後來筆者曾收到若干學校和企業部門的工作同志們來信,都希望能再作一比較詳細而全面的介紹,以供研究,足見這個新解法已引起不少人們的注意與興趣. 因此,筆者纔不揣冒昧進

行了這個編譯工作；不過由於筆者崗位工作的繁忙，不能很細緻地做好這件工作，因而一定會有很多不妥當的地方，還請賢達的讀者們不吝指正！

最後，筆者對於原書著者和英譯本譯者表示深切的謝忱；同時，此書承中國科學圖書儀器公司出版，並此致感。

金寶楨

一九五四年十月南京

目　　錄

第一部分　用形變分配法計算無側傾的系統

第二部分　用形變分配法計算具有側傾的系統

第 一 部 分

用形變分配法計算無側傾的系統

第 一 章

概 論

1-1 形變分配法的基本特點 捷克斯洛伐克共和國柯勞塞克(C. V. Klouček)博士所創出的形變分配法是計算剛架的一個簡而有力的新工具，其基本特點如下：

(1) 它並非一個近似的逐步修正法，而是一個精確的代數法，但可不必通過聯立方程式的解答卽能求出各個結點的形變。

(2) 可用一種簡約步驟使計算所需的時間大爲節省，但這樣對於最後撓矩所引起的最大誤差總在 2% 以下。

(3) 可在剛架的內部就所選擇的部分進行局部的計算。

(4) 在一定的條件下，可以採用一種簡捷而精確的解答。

(5) 此法最有利於計算較爲複雜的剛架。

1-2 形變方程式 設從一無側傾剛架中取出的一個梁件(圖 1-1)，其兩端的撓矩與其形變(轉角)之間的關係可用傾角變位方程式示之如下：

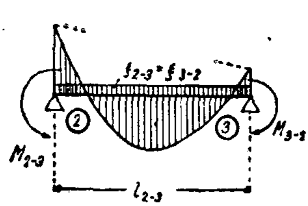


圖 1-1

$$
\left.\begin{aligned}
M_{2-3} &= \xi_{2-3}(2\varphi_2 + \varphi_3) - \mathfrak{M}_{2-3} \\
M_{3-2} &= \xi_{3-2}(2\varphi_3 + \varphi_2) + \mathfrak{M}_{3-2},
\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}1)
$$

其中　M_{2-3}——作用於此載荷梁件②-③左端②的撓矩，

M_{3-2}——作用於此載荷梁件②-③右端③的撓矩，

$\xi_{2-3} \equiv \xi_{3-2} = \dfrac{J_{2-3}}{l_{2-3}}$——梁件②-③的勁率，

$\varphi_2 = 2E\,\vartheta_2$——這裏的 ϑ_2 示連接結點②所有各桿件的共同轉角，

$\varphi_3 = 2E\,\vartheta_3$——這裏的 ϑ_3 示連接結點③所有各桿件的共同轉角，

$\mathfrak{M}_{2-3}$——假定梁件②-③的兩端均爲固定時在其左端②由於已知荷儎所產生的固端撓矩，

$\mathfrak{M}_{3-2}$——假定梁件②-③的兩端均爲固定時在其右端③由於已知荷儎所產生的固端撓矩。

從上式可知，在結點的實際轉角乃是 $\vartheta = \dfrac{\varphi}{2E}$。爲簡便起見，以後我們將以 φ 直接代表結點的轉角。

從圖 1-1，如果作用於這被取出梁件末端的撓矩是沿着順時針方向，則此撓矩的向號爲正；反此，則其向號爲負。 例如，M_{3-2} 的向號是正的，而 M_{2-3} 的向號是負的。

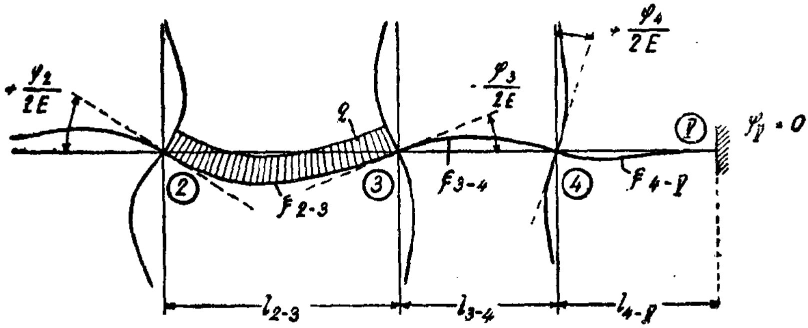


圖 1-2

從圖 1-2，如果結點②的轉角是沿着順時針方向，則其最後形變 φ_2 的向號爲正$(+\varphi_2)$；如果結點③的轉角是沿着反時針方向，則其最後形變 φ_3 的向號爲負$(-\varphi_3)$；餘類推。

爲了加速實際的計算，可用表 1-1 按照已知荷儎的情況直接查出梁件ⓚ，ⓢ-的固端撓矩 $\mathfrak{M}$。

如果對於剛架中任一被割離的結點ⓚ考慮其撓矩的平衡 $(\Sigma M_k = 0)$，則用式(1-1)可得此結點的形變方程式爲

$$\rho_k \varphi_k + \Sigma(\xi \cdot \varphi_s) = \Sigma(\mathfrak{M}_{k-s}) = \mathfrak{M}_k, \qquad (1\text{-}2)$$

其中　ξ——連接結點ⓚ各個桿件的勁率，

ρ_k——結點ⓚ的勁率，其數值等於連接結點ⓚ所有各桿件的勁率之和的兩倍，即 $\rho_k = 2\Sigma(\xi)$，

φ_k——結點ⓚ的最後轉角，

φ_s——相鄰各結點的個別轉角，

$\mathfrak{M}_{k-s}$——相連各承載桿件在結點ⓚ的個別的固端撓矩（可從表 1-1 中查出），

$\mathfrak{M}_k$——在結點ⓚ的合固端撓矩，其數值等於所有各 $\mathfrak{M}_{k-s}$ 的代數和。

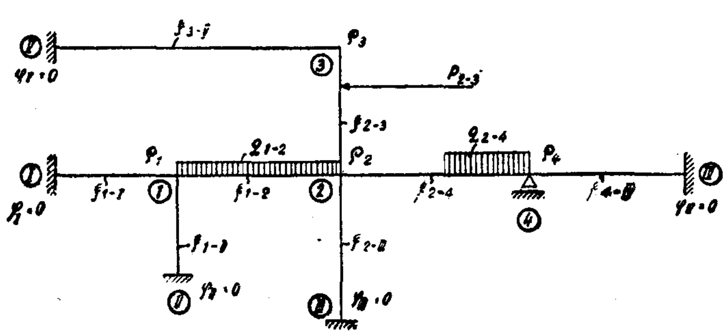
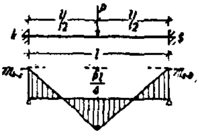
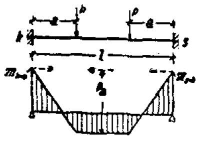
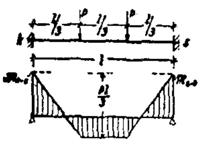
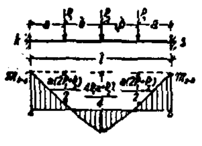
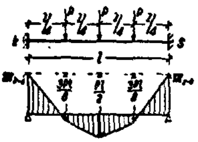
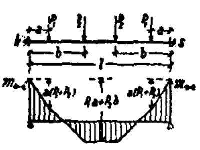
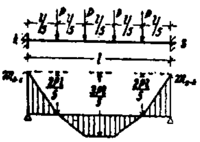
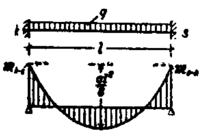
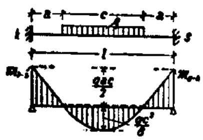
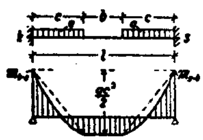
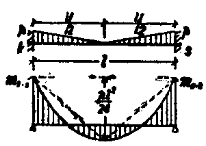
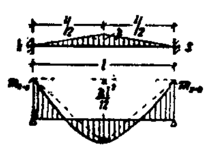


圖 1-3

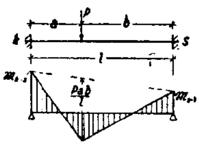
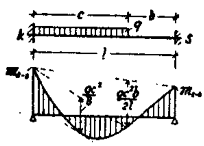
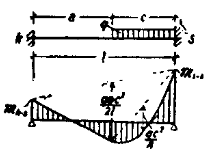
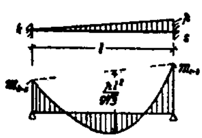
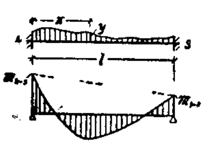
對　稱　的　荷　儎　　表 1-1

荷　儎　型　式	$\mathfrak{M}_{k-s} = \mathfrak{M}_{s-k} = \mathfrak{M}$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{Pl}{8}$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{Pa(l-a)}{l}$
	$\mathfrak{M} = 2P\dfrac{l}{9}$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{(a+b)}{l^2} \cdot [2P_1a(a+2b) + P_2(a+b)^2]$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{5Pl}{16}$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{1}{l}[P_1a(l-a) + P_2b(l-b)]$

對稱的荷儎　　表 1-1 (續)

荷儎型式	$\mathfrak{M}_{k-s} = \mathfrak{M}_{s-k} = \mathfrak{M}$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{2Pl}{5}$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{ql^2}{12}$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{qc}{12l}[6a(l-a) + c^2]$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{qc^2}{6l}(3b + 4c)$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{pl^2}{32}$
	$\mathfrak{M} = \dfrac{5pl^2}{96}$

不 對 稱 的 荷 儎　表 1-1（續）

荷 儎 型 式	$\mathfrak{M}_{k-s}$	$\mathfrak{M}_{s-k}$
	$\mathfrak{M}_{k-s}=\frac{Pab^2}{l^2}$	$\mathfrak{M}_{s-k}=\frac{Pa^2b}{l^2}$
	$\mathfrak{M}_{k-s}=\frac{qc^2}{12l^2}\cdot(6b^2+4bc+c^2)$	$\mathfrak{M}_{s-k}=\frac{qc^3}{12l^2}\cdot(4b+c)$
	$\mathfrak{M}_{k-s}=\frac{qc^3}{12l^2}\cdot(4a+c)$	$\mathfrak{M}_{s-k}=\frac{qc^2}{12l^2}\cdot(6a^2+4ac+c^2)$
	$\mathfrak{M}_{k-s}=\frac{pl^2}{30}$	$\mathfrak{M}_{s-k}=\frac{pl^2}{20}$
	$\mathfrak{M}_{k-s}=\frac{1}{l^2}\int_0^l yx\cdot(l-x)^2dx$	$\mathfrak{M}_{s-k}=\frac{1}{l^2}\int_0^l yx^2\cdot(l-x)dx$

將每一個 $\mathfrak{M}_{k-s}$ 代入式(1-2)時，不僅代入其由於已知荷儎的絕對值，還要給以適當的向號．任一 $\mathfrak{M}_{k-s}$ 的向號應決定於它對於被割離的結點所要廻轉的方向；如果它將使這結點沿着順時針廻轉，則給它一個正號． 例如從圖 1-3 所示的一般情況，其結點①至結點④的形變方程式可分別寫出如下．

對於被割離的結點①(參看圖 1-4)，則得

$$\rho_1\varphi_1 + \xi_{1-2}\varphi_2 = +\mathfrak{M}_{1-2} = \mathfrak{M}_1,$$

其中

$$\rho_1 = 2(\xi_{1-I} + \xi_{1-II} + \xi_{1-2}).$$

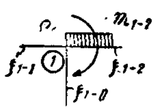


圖 1-4

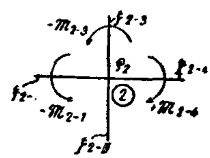


圖 1-5

同樣，對於被割離的結點②(參看圖 1-5)，則得

$$\rho_2\varphi_2 + \xi_{2-1}\varphi_1 + \xi_{2-3}\varphi_3 + \xi_{2-4}\varphi_4 =$$

$$- \mathfrak{M}_{2-1} - \mathfrak{M}_{2-3} + \mathfrak{M}_{2-4} = \mathfrak{M}_2.$$

又對於結點③及④，則得

$$\rho_3\varphi_3 + \xi_{3-2}\varphi_2 = +\mathfrak{M}_{3-2}$$

$$\rho_4\varphi_4 + \xi_{4-2}\varphi_2 = -\mathfrak{M}_{4-2}.$$

如果用傾角變位法來解答這個問題，就需要從上列四個聯立方程式解出 φ_1 至 φ_4 四個未知轉角(包括向號)，然後再把它們代入像式(1-1)所列的各方程式中，即可求出各桿件的端矩．

1-3 主形變公式　圖 1-6 示一無側傾的剛架，其中③，④及⑤是三個彈性結點． 設有外矩 $\mathfrak{M}_4$ 作用於結點④，則此結點的形變方程式為

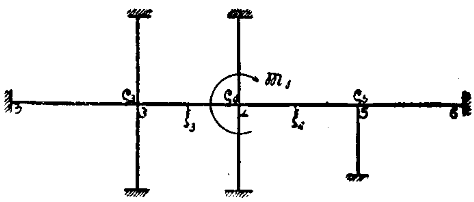


圖　1-6

$$\rho_4\varphi_4 + \xi_3\varphi_3 + \xi_4\varphi_5 = \mathfrak{M}_4. \qquad \text{(a)}$$

又結點③及⑤的形變方程式各爲

$$\left.\begin{aligned} \rho_3\varphi_3 + \xi_3\varphi_4 &= 0 \\ \rho_5\varphi_5 + \xi_4\varphi_4 &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(b)}$$

從式(b)得

$$\left.\begin{aligned} \varphi_3 &= -\frac{\xi_3}{\rho_3}\varphi_1 \\ \varphi_5 &= -\frac{\xi_4}{\rho_5}\varphi_4. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(c)}$$

將式(c)的關係代入式(a)，則

$$\rho_4\varphi_4 - \frac{\xi_3^2}{\rho_3}\varphi_4 - \frac{\xi_4^2}{\rho_5}\varphi_4 = \mathfrak{M}_4,$$

即
$$\rho_4\left[1 - \left(\frac{\xi_3^2}{\rho_3\rho_4} + \frac{\xi_4^2}{\rho_4\rho_5}\right)\right]\varphi_4 = \mathfrak{M}_4,$$

故
$$\varphi_4 = \frac{\mathfrak{M}_4}{\rho_4\left[1 - \left(\frac{\xi_3^2}{\rho_3\rho_4} + \frac{\xi_4^2}{\rho_4\rho_5}\right)\right]};$$

今命
$$a_{3-4} = \frac{\xi_3^2}{\rho_3\rho_4}, \quad a_{4-5} = \frac{\xi_4^2}{\rho_4\rho_5},$$

則上式變爲

$$\varphi_4 = \frac{\mathfrak{M}_4}{\rho_4[1 - (a_{3-4} + a_{4-5})]}. \qquad \textbf{(1-2)}$$

上式中的 a_{3-4} 及 a_{4-5} 各叫做桿件 3～4 及 4～5 的形變常數. 所以, 一個桿件的形變常數是等於這桿件的勁率的平方而以其兩端的 ρ 值之積除之. 如一桿件具有一個固定端, 因此端的 $\rho = \infty$, 故此桿件的 $a = 0$。

像圖 1-6 及式 1-2 所示的情況, φ_4 是單純由於結點④的 $\mathfrak{M}_4$ 使這同一結點所產生的形變, 這樣的形變叫做結點 4 的主形變. 不過應當注意的是, 式 (1-2) 只正確地適用於那種情況, 就是與所求主形變那個結點相鄰的各"彈性"結點都必須是"最後的"彈性結點始可. 例如, 對於圖 1-6 中的結點④來說, 結點③和結點⑤都是與它相鄰的最後彈性結點. 在此情況下, 可從式(1-2)把任一結點 k 的主形變寫成爲如下的一般形式

$$\varphi_k^0 = \frac{\mathfrak{M}_k}{\rho_k[1 - \Sigma(a)]}, \tag{1-3}$$

其中所以把 φ_k 寫成 φ_k^0 是爲了着重地表示它乃是一個"主"形變.

又從圖 1-7, 設有外矩 $\mathfrak{M}_1$ 作用於結點①, 而結點②, ③, ④, ⑤都是與它相鄰的最後彈性結點, 則結點①的主形變可用式(1-3)寫出如下:

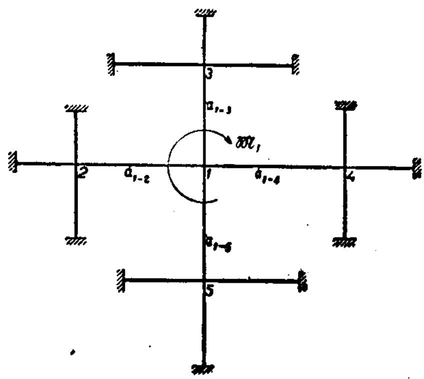


圖 1-7

$$\varphi_1^0 = \frac{\mathfrak{M}_1}{\rho_1[1 - a_{1-2} - a_{1-3} - a_{1-4} - a_{1-5}]}.$$

對於結點④(圖 1-6)的右部來說, 如果結點⑤不是一個最後的彈性結點, 亦卽在它的右邊(實際上也可能在它的上邊或下邊)還