

形变分配法

(一個新的結構分析法)

[捷克斯洛伐克] C. V. 柯劳塞克著

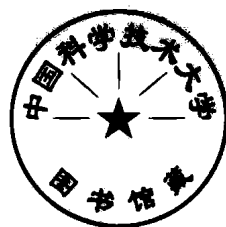
科學技術出版社

形 变 分 配 法

(一個新的結構分析法)

[捷克斯洛伐克] C. V. 柯勞塞克 原著

金寶楨 編譯



科 学 技 術 出 版 社

內 容 提 要

本書原著為超靜定結構中的一個新貢獻，原著為捷克文，茲由英文本節譯而成，惟仍保持原書的系統性與完整性。

本書共分兩部分：第一部分論述無側傾系統的計算，包括樑論；連續梁；連續剛架；閉合系統及多層剛架等章。第二部分論述有側傾系統的計算，包括總論；具有已知角位移 μ 向系統；具有一個未知角 μ 的系統；多層系統的一般討論；用形變分配解答多層懸臂；開式多層系統；雙柱的對稱剛架；對稱的空腹桁架；分層具有相同節點轉角的系統；一般的多層剛架；承受平載的一般多層剛架例題及承受豎載的多層剛架例題等十二章。

本書可供大專學校作為超靜定結構學的補充教材，亦可供土木及水利技術幹部作為自學及設計參考用書。

形 變 分 配 法 DISTRIBUTION OF DEFORMATION

原 著 者 [捷克斯洛伐克] C. V. Klouček

原出版者 Orbis, Ltd. • 1950 年版

編 譯 者 金 寶 楨

*

科 學 技 術 出 版 社 出 版

(上海建國西路 336 弄 1 號)

上海市書刊出版業營業許可證出 079 號

上海市印刷四廠印刷 新華書店上海發行所總經售

統一書號：15119·266

(原中科院印 3,500 冊)

開本 850×1168 耗 1/32 • 印張 13 5/16 • 字數 292,000

1956 年 6 月新 1 版

1957 年 3 月第 2 次印刷 • 印數 1,501—3,500

定價：(10) 2.30 元

前 言

捷克斯洛伐克共和國柯勞塞克(C.V. Klouček)博士所著的“形變分配法”一書在歐洲學術和工程界中贏得了很高的評價。民主德國名教授克蘭洛吉爾(A. Kleinlogel)博士曾這樣說：“它乃是對於已有文獻的一個有價值的貢獻；經驗證明，這個方法可以特別加速複雜設計問題的解答”。柯氏的原著是用捷克文寫出的，在它問世不久就有了德譯本，跟着又有了英譯本。本書是根據1950年在布拉格出版的英譯本（譯者為A.H. Waddel-Zalud 和 F.H. Zalud）編譯的。

為了便於一般讀者的學習和適當縮短本書的篇幅起見，筆者曾從原著的第一部分中刪去不少較為次要的東西，同時也只用最簡單的方法來進行基本公式的推導，而刪去很多複雜的數學式子。因為原著第二部分的理論比較複雜一些，應該儘可能保持其原有的內容，所以這一部分基本上是直譯的。此外，在原著各章中往往沒有明確的分節和標題，因而在編譯時筆者曾酌分節目，以資醒目；又本書第一部分的分章，由於精簡材料的關係，以致跟原書有很大的出入。

筆者曾早在“工程建設”雜誌第34及35兩期（1953年一月及二月）中撰述短文介紹過這個方法，但因限於篇幅只能作一簡略而片面的敘述。後來筆者曾收到若干學校和企業部門的工作同志們來信，都希望能再作一比較詳細而全面的介紹，以供研究，足見這個新解法已引起不少人們的注意與興趣。因此，筆者纔不揣冒昧進

行了這個編譯工作；不過由於筆者崗位工作的繁忙，不能很細緻地做好這件工作，因而一定會有許多不妥當的地方，還請賢達的讀者們不吝指正！

最後，筆者對於原書著者和英譯本譯者表示深切的謝忱；同時，此書承中國科學圖書儀器公司出版，並此致感。

金 寶 楨

一九五四年十月南京

目 錄

第一部分 用形變分配法計算無側傾的系統

第一章 概論..... 1—25

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1-1 形變分配法的基本特點..... 1 | 1-5 基本公式的應用.....14 |
| 1-2 形變方程式..... 1 | 1-6 實際解答問題的進行步驟.....15 |
| 1-3 主形變公式..... 7 | 1-7 鉸承與懸臂的處理.....18 |
| 1-4 次形變公式.....11 | 1-8 簡約的計算步驟.....21 |

第二章 連續梁.....26—44

- | | |
|---------------|-----------------|
| 2-1 總論.....26 | 2-2 計算例題.....30 |
|---------------|-----------------|

第三章 無側傾的連續剛架.....45—56

- | | |
|---------------|-----------------|
| 3-1 總論.....45 | 3-2 計算例題.....48 |
|---------------|-----------------|

第四章 無側傾的閉式剛架.....57—68

- | | |
|---------------|-----------------|
| 4-1 總論.....57 | 4-2 計算例題.....58 |
|---------------|-----------------|

第五章 無側傾的多層剛架..... 69—114

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 5-1 引言.....69 | 5-4 當剛架中所有各層均承受荷載時所採取的步驟.....73 |
| 5-2 當剛架中只有一個桿件承受荷載時所採取的步驟.....70 | 5-5 用係數 k 來計算全部承載的多層剛架.....80 |
| 5-3 當剛架中只有整個一層承受荷載時所採取的步驟.....72 | 5-6 計算例題.....84 |

第二部分 用形變分配法計算具有側傾的系統

第六章 具有側傾的系統總論.....115—121

- | | |
|-----------------|----------------------|
| 6-1 引言..... 115 | 6-2 具有位移結點的形變方程式 117 |
|-----------------|----------------------|

第七章 具有已知位移角 μ 的系統.....122—143

- | | |
|----------------------|------------------------|
| 7-1 引言..... 122 | 7-4 四跨剛架中柱的對稱沉陷... 133 |
| 7-2 對稱連續剛架中單柱的沉陷 124 | 7-5 對稱剛架中溫度的均勻變化 138 |
| 7-3 對稱兩跨剛架中中柱的沉陷 127 | 7-6 由軸應力所引起的次撓矩... 141 |

第八章 具有一個未知角 μ 的系統.....144—180

- | | |
|-------------------------|---------------------------------|
| 8-1 總論..... 144 | 8-5 矩形剛架的側傾..... 169 |
| 8-2 二跨連續剛架..... 151 | 8-6 對稱於水平軸的矩形剛架的
側傾..... 174 |
| 8-3 三跨連續剛架..... 159 | |
| 8-4 具有不等長豎柱的剛架..... 165 | |

第九章 多層系統的一般討論.....181—190

- | | |
|-------------------|-----------------|
| 9-1 前言..... 181 | 9-3 結論..... 187 |
| 9-2 問題示例..... 182 | |

第十章 用形變分配解答多層懸臂.....191—201

- | | |
|-------------------------|-------------|
| 10-1 形變分配的基本公式..... 191 | 討論..... 197 |
| 10-2 關於代替懸臂及節點勁率的 | |

第十一章 開式多層系統.....202—209

- | | |
|------------------|-------------------------|
| 11-1 前言..... 202 | 11-2 開式多層系統的分析..... 202 |
|------------------|-------------------------|

第十二章 雙柱對稱的剛架.....210—227

- | | |
|--------------------|-------------------------|
| 12-1 總論..... 210 | 12-3 多層剛架中軸心力的影響... 220 |
| 12-2 計算例題..... 212 | |

第十三章 對稱的空腹桁架.....228—281

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 13-1 引言..... 228 | 13-4 二跨空腹桁架..... 246 |
| 13-2 最簡單的空腹桁架..... 229 | 13-5 連續三跨空腹桁架..... 264 |
| 13-3 簡單的空腹桁架..... 236 | |

第十四章 分層具有相同結點轉角的系統(倍數原理).....282—299

- | | |
|--------------------|------------------|
| 14-1 總論..... 282 | 14-3 結論..... 299 |
| 14-2 計算例題..... 287 | |

第十五章 一般的多層剛架.....300—349

- | | |
|--|-------------------------|
| 15-1 引言..... 300 | 15-4 懸臂的節點形變的效用.... 330 |
| 15-2 代替勁率 ξk 與 ρk 的決定.. 302 | 15-5 計算步驟的安排..... 339 |
| 15-3 樓面係數 A_n 的決定..... 304 | |

第十六章 承受水平荷載的一般多層剛架例題.....350—388

第十七章 承受豎向荷載多層剛架的側傾.....389—415

- | | |
|------------------------|-------------------|
| 17-1 總論..... 389 | 載的多層剛架..... 402 |
| 17-2 具有懸臂荷載的對稱剛架.. 393 | 17-4 承受不對稱荷載的一般多層 |
| 17-3 符合倍數原理並承受豎向荷 | 剛架..... 405 |

第一 部 分

用形變分配法計算無側傾的系統

第 一 章

概 論

1-1 形變分配法的基本特點 捷克斯洛伐克共和國柯勞塞克 (C. V. Klouček) 博士所創出的形變分配法是計算剛架的一個簡而有力的新工具,其基本特點如下:

- (1) 它並非一個近似的逐步修正法,而是一個精確的代數法,但可不必通過聯立方程式的解答即能求出各個結點的形變。
- (2) 可用一種簡約步驟使計算所需的時間大為節省,但這樣對於最後撓矩所引起的最大誤差總在 2% 以下。
- (3) 可在剛架的內部就所選擇的部分進行局部的計算。
- (4) 在一定的條件下,可以採用一種簡捷而精確的解答。
- (5) 此法最有利於計算較為複雜的剛架。

1-2 形變方程式 設從一無側傾剛架中取出的一個梁件(圖 1-1),其兩端的撓矩與其形變(轉角)之間的關係可用傾角變位方程式示之如下:

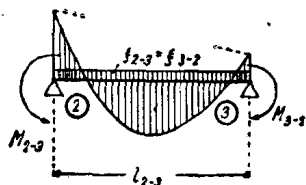


圖 1-1

$$\left. \begin{aligned} M_{2-3} &= \xi_{2-3}(2\varphi_2 + \varphi_3) - \mathfrak{M}_{2-3} \\ M_{3-2} &= \xi_{3-2}(2\varphi_3 + \varphi_2) + \mathfrak{M}_{3-2}, \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

其中 M_{2-3} ——作用於此載荷梁件②-③左端②的撓矩，

M_{3-2} ——作用於此載荷梁件②-③右端③的撓矩，

$\xi_{2-3} \equiv \xi_{3-2} = \frac{J_{2-3}}{l_{2-3}}$ ——梁件②-③的勁率，

$\varphi_2 = 2E \vartheta_2$ ——這裏的 ϑ_2 示連接結點②所有各桿件的共同轉角，

$\varphi_3 = 2E \vartheta_3$ ——這裏的 ϑ_3 示連接結點③所有各桿件的共同轉角，

$\mathfrak{M}_{2-3}$ ——假定梁件②-③的兩端均為固定時在其左端②由於已知荷載所產生的固端撓矩，

$\mathfrak{M}_{3-2}$ ——假定梁件②-③的兩端均為固定時在其右端③由於已知荷載所產生的固端撓矩。

從上式可知，在結點的實際轉角乃是 $\vartheta = \frac{\varphi}{2E}$ 。為簡便起見，以後我們將以 φ 直接代表結點的轉角。

從圖 1-1，如果作用於這被取出梁件末端的撓矩是沿着順時針方向，則此撓矩的向號為正；反此，則其向號為負。例如， M_{3-2} 的向號是正的，而 M_{2-3} 的向號是負的。

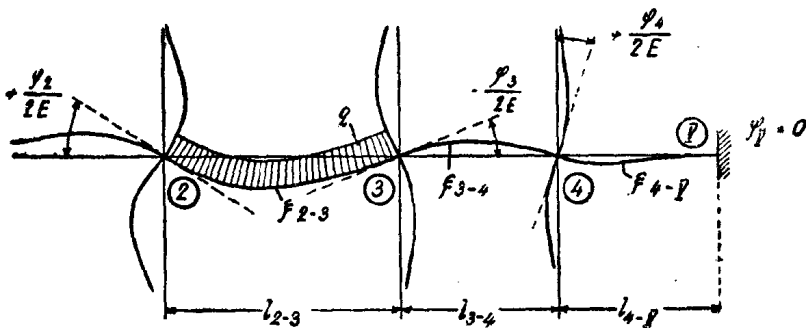


圖 1-2

從圖 1-2, 如果結點②的轉角是沿着順時針方向, 則其最後形變 φ_2 的向號爲正 ($+\varphi_2$); 如果結點③的轉角是沿着反時針方向, 則其最後形變 φ_3 的向號爲負 ($-\varphi_3$); 餘類推。

爲了加速實際的計算, 可用表 1-1 按照已知荷載的情況直接查出梁件①, ②-的固端撓矩 $\mathfrak{M}$ 。

如果對於剛架中任一被割離的結點①考慮其撓矩的平衡 ($\Sigma M_k = 0$), 則用式(1-1)可得此結點的形變方程式爲

$$\rho_k \varphi_k + \Sigma(\xi \cdot \varphi_s) = \Sigma(\mathfrak{M}_{k-s}) = \mathfrak{M}_k, \quad (1-2)$$

其中 ξ ——連接結點①各個桿件的勁率,

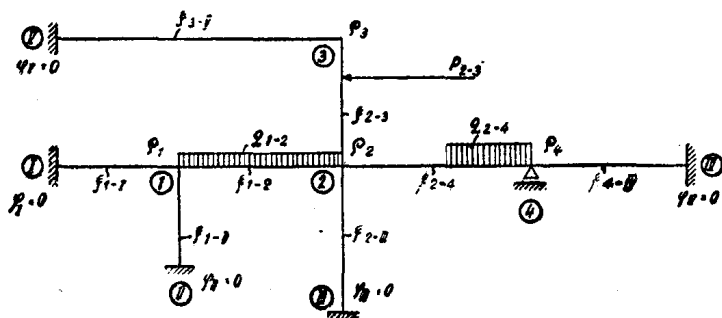
ρ_k ——結點①的勁率, 其數值等於連接結點①所有各桿件的勁率之和的兩倍, 即 $\rho_k = 2\Sigma(\xi)$,

φ_k ——結點①的最後轉角,

φ_s ——相鄰各結點的個別轉角,

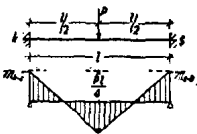
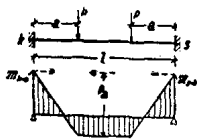
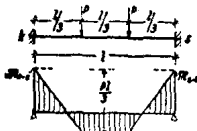
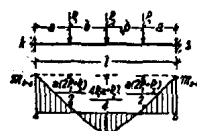
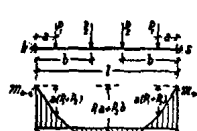
$\mathfrak{M}_{k-s}$ ——相連各承載桿件在結點①的個別的固端撓矩(可從表 1-1 中查出),

$\mathfrak{M}_k$ ——在結點①的合固端撓矩, 其數值等於所有各 $\mathfrak{M}_{k-s}$ 的代數和。

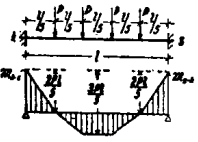
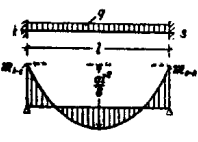
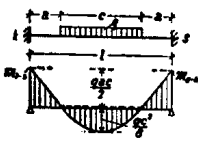
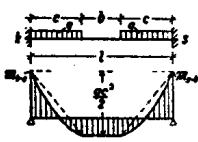
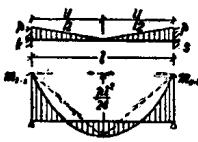
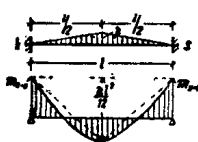


對 稱 的 荷 載

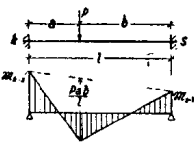
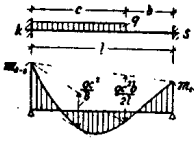
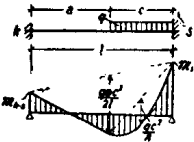
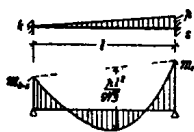
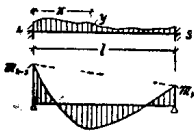
表 1-1

荷 載 型 式	$M_{k-s} = M_{s-k} = M$
	$M = \frac{Pl}{8}$
	$M = \frac{Pa(l-a)}{l}$
	$M = 2P \frac{l}{9}$
	$M = \frac{(a+b)}{l^2} \cdot [2P_1a(a+2b) + P_2(a+b)^2]$
	$M = \frac{5Pl}{16}$
	$M = \frac{1}{l} [P_1a(l-a) + P_2b(l-b)]$

對 稱 的 荷 載 表 1-1 (續)

荷 載 型 式	$M_{k-s} = M_{s-k} = M$
	$M = \frac{2Pl}{5}$
	$M = \frac{ql^2}{12}$
	$M = \frac{qc}{12l}[6a(l-a) + c^2]$
	$M = \frac{qc^2}{6l}(3b + 4c)$
	$M = \frac{pl^2}{32}$
	$M = \frac{5pl^2}{96}$

不 對 稱 的 荷 載 表 1-1 (續)

荷 載 型 式	M_{k-s}	M_{s-k}
	$M_{k-s} = \frac{Pab^2}{l^2}$	$M_{s-k} = \frac{Pa^2b}{l^2}$
	$M_{k-s} = \frac{qc^2}{12l^2} \cdot (6b^2 + 4bc + c^2)$	$M_{s-k} = \frac{qc^2}{12l^2} \cdot (4b + c)$
	$M_{k-s} = \frac{qc^2}{12l^2} \cdot (4a + c)$	$M_{s-k} = \frac{qc^2}{12l^2} \cdot (6a^2 + 4ac + c^2)$
	$M_{k-s} = \frac{pl^2}{30}$	$M_{s-k} = \frac{pl^2}{20}$
	$M_{k-s} = \frac{1}{l^2} \int_0^l yx \cdot (l-x)^2 dx$	$M_{s-k} = \frac{1}{l^2} \int_0^l yx^2 \cdot (l-x) dx$

將每一個 $\mathfrak{M}_{k-s}$ 代入式 (1-2) 時, 不僅代入其由於已知荷載的絕對值, 還要給以適當的向號。任一 $\mathfrak{M}_{k-s}$ 的向號應決定於它對於被割離的結點所要迴轉的方向; 如果它將使這結點沿着順時針迴轉, 則給它一個正號。例如從圖 1-3 所示的一般情況, 其結點①至結點④的形變方程式可分別寫出如下。

對於被割離的結點①(參看圖 1-4), 則得

$$\rho_1 \varphi_1 + \xi_{1-2} \varphi_2 = + \mathfrak{M}_{1-2} = \mathfrak{M}_1,$$

其中

$$\rho_1 = 2(\xi_{1-I} + \xi_{1-II} + \xi_{1-2}).$$

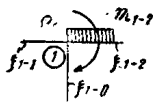


圖 1-4

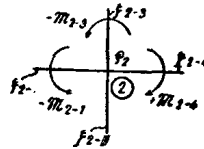


圖 1-5

同樣, 對於被割離的結點②(參看圖 1-5), 則得

$$\begin{aligned} \rho_2 \varphi_2 + \xi_{2-1} \varphi_1 + \xi_{2-3} \varphi_3 + \xi_{2-4} \varphi_4 = \\ - \mathfrak{M}_{2-1} - \mathfrak{M}_{2-3} + \mathfrak{M}_{2-4} = \mathfrak{M}_2. \end{aligned}$$

又對於結點③及④, 則得

$$\rho_3 \varphi_3 + \xi_{3-2} \varphi_2 = + \mathfrak{M}_{3-2}$$

$$\rho_4 \varphi_4 + \xi_{4-2} \varphi_2 = - \mathfrak{M}_{4-2}.$$

如果用傾角變位法來解答這個問題, 就需要從上列四個聯立方程式解出 φ_1 至 φ_4 四個未知轉角(包括向號), 然後再把它們代入像式 (1-1) 所列的各方程式中, 即可求出各桿件的端矩。

1-3 主形變公式 圖 1-6 示一無側傾的剛架, 其中③, ④及⑤是三個彈性結點。設有外矩 $\mathfrak{M}_4$ 作用於結點④, 則此結點的形變方程式為

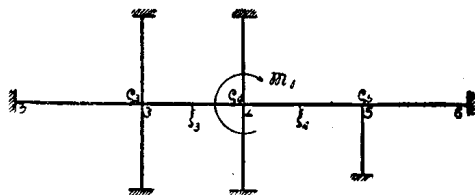


圖 1-6

$$\rho_4 \varphi_4 + \xi_3 \varphi_3 + \xi_4 \varphi_5 = M_1 \quad (a)$$

又結點③及⑤的形變方程式各為

$$\left. \begin{aligned} \rho_3 \varphi_3 + \xi_3 \varphi_4 &= 0 \\ \rho_5 \varphi_5 + \xi_4 \varphi_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

從式(b)得

$$\left. \begin{aligned} \varphi_3 &= -\frac{\xi_3}{\rho_3} \varphi_4 \\ \varphi_5 &= -\frac{\xi_4}{\rho_5} \varphi_4 \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

將式(c)的關係代入式(a),則

$$\rho_4 \varphi_4 - \frac{\xi_3^2}{\rho_3} \varphi_4 - \frac{\xi_4^2}{\rho_5} \varphi_4 = M_1,$$

即

$$\rho_4 \left[1 - \left(\frac{\xi_3^2}{\rho_3 \rho_4} + \frac{\xi_4^2}{\rho_4 \rho_5} \right) \right] \varphi_4 = M_1,$$

故

$$\varphi_4 = \frac{M_1}{\rho_4 \left[1 - \left(\frac{\xi_3^2}{\rho_3 \rho_4} + \frac{\xi_4^2}{\rho_4 \rho_5} \right) \right]};$$

今命

$$a_{3-4} = \frac{\xi_3^2}{\rho_3 \rho_4}, \quad a_{4-5} = \frac{\xi_4^2}{\rho_4 \rho_5},$$

則上式變為

$$\varphi_4 = \frac{M_1}{\rho_4 [1 - (a_{3-4} + a_{4-5})]} \quad (1-2)$$

上式中的 a_{3-4} 及 a_{4-5} 各叫做桿件 3~4 及 4~5 的形變常數。所以，一個桿件的形變常數是等於這桿件的勁率的平方而以其兩端的 ρ 值之積除之。如一桿件具有一個固定端，因此端的 $\rho = \infty$ ，故此桿件的 $a = 0$ 。

像圖 1-6 及式 1-2 所示的情況， φ_4 是單純由於結點 ④ 的 $\mathfrak{M}_4$ 使這同一結點所產生的形變，這樣的形變叫做結點 4 的主形變。不過應當注意的是，式 (1-2) 只正確地適用於那種情況，就是與所求主形變那個結點相鄰的各“彈性”結點都必須是“最後的”彈性結點始可。例如，對於圖 1-6 中的結點 ④ 來說，結點 ③ 和結點 ⑤ 都是與它相鄰的最後彈性結點。在此情況下，可從式 (1-2) 把任一結點 k 的主形變寫成爲如下的一般形式

$$\varphi_k^0 = \frac{\mathfrak{M}_k}{\rho_k [1 - \Sigma(a)]}, \quad (1-3)$$

其中所以把 φ_k 寫成 φ_k^0 是爲了着重地表示它乃是一個“主”形變。

又從圖 1-7，設有外矩 $\mathfrak{M}_1$ 作用於結點 ①，而結點 ②，③，④，⑤ 都是與它相鄰的最後彈性結點，則結點 ① 的主形變可用式 (1-3) 寫出如下：

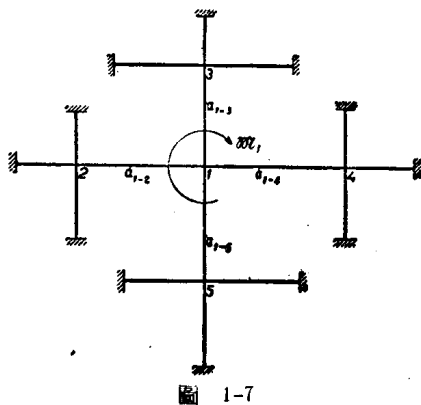


圖 1-7

$$\varphi_1^0 = \frac{\mathfrak{M}_1}{\rho_1 [1 - a_{1-2} - a_{1-3} - a_{1-4} - a_{1-5}]}$$

對於結點 ④ (圖 1-6) 的右部來說，如果結點 ⑥ 不是一個最後的彈性結點，亦即在它的右邊 (實際上也可能在它的上邊或下邊) 還