

龙运佳

混沌振动研究

方法与实践



国家自然科学基金资助项目

清华大学出版社

混沌振动研究

方法与实践

龙运佳

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

混沌振动是机械振动理论正在发展中的分支。本书从工程角度,用科技人员能理解的简明语言,全面系统、由浅入深地介绍其基本概念、理论与方法。书中包括最近的新实践、新应用、新产品。全书图文并茂,内容丰富,分为 5 个部分 21 章、第一部分,概念与方法;第二部分,应用与新例;第三部分,测试与调控;第四部分,产品与专利;第五部分,文献与资料。

本书可供高校师生、科技人员阅读,也可作为大学有关课程的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

混沌振动研究: 方法与实践/龙运佳编著. —北京: 清华大学出版社, 1996

ISBN 7-302-02392-1

I . 混… II . 龙… III . 非线性振动-研究 IV . 0322

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 23710 号

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学校内, 邮编 100084)

印刷者: 北京清华园胶印厂

发行者: 新华书店总店北京科技发行所

开 本: 850×1168 1/32 印张: 5 字数: 113 千字

版 次: 1997 年 4 月第 1 版 1997 年 4 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-02392-1/TB·23

印 数: 0001—2000

定 价: 8.00 元



序

在非线性振动系统中,即使为单自由度系统,当参数满足一定条件时,输入确定性激励后,却输出类似随机的宽频响应。因而,在机械振动理论中,兴起一个新分支——混沌振动。

因从简单的非线性机械系统即可得到这种具有宽频谱的混沌振动,而其振动作业的功效又往往高于简谐振动,故使混沌振动的应用研究吸引了国际、国内、军方、民间的众多学者,其中以美国康奈尔大学的研究较早,但至今尚未见产品。

1996年,我们研制的混沌激振器与混沌振动台产品均取得了国家专利。它们在工业、农业、土建、水利、军备等部门,可用于振动压实,筛选,分离,粉碎,钻进,打桩等各种振动作业。

混沌沟通了有序与无序,确定与随机之间的联系,是人类认识世界的新飞跃,也是改造世界的新科技。混沌振动的普遍应用将是人类利用振动的一次突破性技术进步,其科学价值在于:从实践上证实了混沌振动的普遍性、可控性与可用性。

现在,混沌振动的研究已遍及各工程领域,本书旨在用科技人员能够理解的语言,结合工程力学系统来叙述混沌振动的概念与方法(第一部分),应用与新例(第二部分),测试与调控(第三部分),产品与专利(第四部分),文献与资料(第五部分)。

本专著为中国农业大学研究生“工程系统混沌振动”研究方向

的参考书,由 1995 年原北京农业工程大学研究生“混沌振动”课程
参考书“混沌振动实验识别及其发生机构参数研究”增新而成,可
供机械、力学各专业师生和科研人员参考。

作 者

1996. 3

本研究属国家自然科学基金委员会材料与工程科学部资助项目(59275173)。

• VI •

目 录

序	V
第一部分 概念与方法	1
第 1 章 绪言	1
1.1 工程混沌振动	1
1.2 混沌振动的研究课题	4
1.3 混沌振动产生的数学机理	6
第 2 章 Poincare 映射	7
2.1 相空间与相轨	7
2.2 Poincare 映射与流形	9
2.3 Smale 马蹄	11
第 3 章 分岔	13
3.1 Floquet 指数	13
3.2 Hopf 分岔	14
3.3 叉形分岔	15
3.4 鞍结分岔	16
第 4 章 奇怪吸引子	18
4.1 吸引子	18
4.2 奇怪吸引子	18
4.3 用时间序列重构吸引子	19
第 5 章 Liapunov 指数	21
5.1 连续(时间)系统	21
5.2 离散(时间)系统	22
5.3 数值算法	24
第 6 章 分维	27
6.1 引言	27

6.2 容量维	28
6.3 相关维	29
6.4 点形维	30
6.5 分维与 Liapunov 数的关系	31
6.6 奇怪吸引子的分维	32
6.7 阻尼对分维的影响	34
6.8 Takens 定理	36
第 7 章 Melnikov 函数	38
7.1 同宿轨道	38
7.2 Melnikov 函数	39
7.3 应用举例	40
第 8 章 混沌先兆	42
8.1 周期倍化	42
8.2 间歇阵发	43
8.3 拟周期分岔	44
第 9 章 Hamilton 系统的混沌	46
9.1 自治化	46
9.2 可积性	47
9.3 KAM 环面与 Arnold 混沌网	49
第 10 章 胞映射	51
10.1 胞对胞的映射	51
10.2 简单胞映射	52
10.3 广义胞映射	52
第二部分 应用与新例	55
第 11 章 混沌振摆	55
11.1 卫星的混沌振摆	55
11.2 粉碎机锤片的混沌振摆	56
11.3 单摆的混沌振动	61
11.4 倒摆的混沌振动	65
11.5 悬臂屈曲梁的混沌振摆	67
11.6 Freud 摆	70

第 12 章 转子混沌振动	73
12.1 刚度非线性引起的混沌	73
12.2 钻杆的混沌振动	74
第 13 章 切削机床混沌振动	78
13.1 力学分析	78
13.2 数值仿真	79
第 14 章 分段线性系统的混沌振动	81
14.1 简化模型	81
14.2 力学分析	82
第 15 章 冲击系统的混沌振动	85
15.1 冲击振子	85
15.2 打印机的混沌振动	87
15.3 齿轮等机构的混沌振动	89
15.4 农机具的混沌振动	90
15.5 重力双摆的冲击混沌振动	93
15.6 三自由度碰撞振动系统的混沌振动	94
15.7 海上设备的混沌振动	97
第 16 章 地震的混沌振动问题	100
16.1 力学模型	100
16.2 混沌参数	101
第 17 章 心脏的混沌振动	103
17.1 ECG 混沌波	103
17.2 混沌通道	103
第三部分 测试与调控	105
第 18 章 测试	105
18.1 波形图	105
18.2 相轨图	106
18.3 Poincare 图	107
18.4 用外触发测 Poincare 图	110
18.5 多频 Poincare 图	113
18.6 功率谱图	115

18.7	自相关	115
18.8	KS 熵与 Liapunov 指数	117
18.9	概率密度分布	117
18.10	分维测试	119
第 19 章	控制	121
19.1	控制参数	121
19.2	控制子系统	122
19.3	实物试验系统	124
19.4	实验结果	126
第四部分	产品与专利	131
第 20 章	混沌激振器	131
20.1	专利	131
20.2	力学模型与状态方程	131
20.3	偏心盘振动仿真	135
20.4	实测振动	136
20.5	在振动压实中的应用	137
第 21 章	混沌振动台	138
21.1	专利	138
21.2	力学模型	138
21.3	动力学方程	140
21.4	数值仿真	142
21.5	电测结果	144
21.6	在振动筛分中的应用	145
第五部分	文献与资料	146

第一部分 概念与方法

第1章 绪 言

1.1 工程混沌振动

混沌(chaos)指发生在确定性系统中貌似随机的不规则运动。按传统观念,当确定性系统的参数不带随机性时,对确定性激励的响应也必是确定性的。但现已证实,由于系统的非线性,满足一定条件的振动系统,受规则激励后也会产生貌似无规律不重复的振动响应——混沌振动。

混沌研究的鼻祖是法国 H. Poincare(1854~1912),虽然他没用 chaos 这个词。当时他研究能不能从数学上证明太阳系的稳定性问题,发现即使只有三个星体的模型,仍产生明显随机的结果。

1963 年,美国 E. N. Lorenz 对一个完全确定的三阶常微分方程用计算机作数值计算,却得到杂乱的解。当时计算机速度很慢,Lorenz 出去喝了一杯咖啡,就算出完全不同的结果。他还以为机器出了毛病,后来认识到是由于喝咖啡前将中间计算结果送进机器,因初值微异所致。Lorenz 发现混沌的同时,发现了混沌对初条件的极端敏感。

1971 年,法国 Ruelle 和荷兰 Takens 一起创造了“奇怪吸引子”这个术语,他们形容为“一簇曲线,一团斑点,有时展现为光彩夺目的星云或烟火,有时展现为非常可怕和令人生厌的花丛,数不清的形式有待探讨,有待发现。”

1973 年,日本京都大学上田(Y. Ueda)在用计算机研究非线性振动时,发现了一种杂乱振动形态,称为 Ueda 吸引子。

1975 年,李天印(T. Y. Li)和 J. A. Yorke 在他们的论文中,首先提出 chaos(混沌)这个词,并为后来的学者所接受。

1978 年,M. J. Feigenbaum 用手摇计算器彻夜工作,发现一类周期倍化通向混沌的道路中的普适常数。这个结果太奇怪了,使杂志拒登其论文达 3 年之久。

1979 年美国 P. J. Holmes 作了磁场中曲片受简谐激励时的振动实验,发现激励频率和振幅超过特定值后,就出现混沌振动。

1980 年,意大利 V. Franceschini 用计算机研究流体从平流过渡到湍流时,发现了周期倍化现象,验证了 Feigenbaum 常数。

1981 年,美国麻省理工学院 P. S. Lindsay 第一次用实验证明了 Feigenbaum 常数。

现在,各工程学科都有混沌振动的实例,迄今已有论文上千篇,开过多次国际会议,如:

1981 年 8 月,在丹麦召开的第 16 届国际理论与应用力学大会(ICTAM),混沌是其主要论题之一;

1989 年,在前苏联基辅举行了全球的第 4 届非线性力学大会,重点讨论了混沌问题;

1989 年,召开美苏混沌讨论会;

1990 年,在德国专门召开了分岔与混沌研讨会;

1991 年 4 月,在日本由联合国大学与东京大学共同召开“混沌对科学与社会的影响”的国际会议;

1991 年 10 月,在美国召开了首届实验混沌研讨会。

作为机械振动理论的新分支,混沌振动正成为一个很活跃的研究领域。

以往,在工程中之所以对混沌没加注意是因为:

1. 混沌振动数学理论深奥,鲜为工程人员所知;
2. 工程人员的力学知识,以确定论为主,如理论力学,又以线性论为主,如线性振动,模态分析;

3. 工程人员用计算机计算的能力还没有得到今天这样的突破；
4. 信号处理机的应用还没有达到今日如此之普及；
5. 误认为混沌不可控，没法用。

但实际工程中的很多现象，要用混沌振动才能得到恰当解释，如下列的非线性系统之振动：

- 机器人手臂振动；
- 多自由度摆的振动；
- 振动造形机的碰撞振动；
- 多级透平扭振；
- 多索吊桥摆振；
- 火车蛇行振动；
- 汽车导向轮摆振；
- 打印机打字头的振动；
- 管道振动；

.....

当速度达到一定后，会产生混沌振动。

一般，在各种工程振动系统中，若含有

1. 几何非线性或运动关系非线性；
2. 力非线性；
3. 本构关系（由归纳实验数据所得反映宏观物质性质的数学关系）的非线性；
4. 约束条件的非线性；
5. 有多个平衡位置，

就很可能存在混沌振动。近几年，国内外学者重视研究分岔现象的原因之一，就是分岔有可能引起复杂的运动——混沌，见文献[59]。

现代混沌的发现被认为是 20 世纪的三大成就（相对论、量子

力学、混沌)之一,见文献[12]。它冲破了牛顿力学确定论的约束。它对全部科学(包括自然科学与社会科学乃至哲学)所起之作用相当于微积分学在18世纪对数理科学的影响。它在工程中有广阔的应用前景。

1.2 混沌振动的研究课题

以前,国内外对混沌的研究,以理论研究居多,当今的趋势是:混沌振动的研究已从抽象的数学,转向各领域的工程问题。如在国家自然科学基金委员会资助下的项目有:

- 黄克累(北京航空航天大学),非线性陀螺系统的稳定性,分岔与混沌(1992~1994);
龙运佳(北京农业工程大学),混沌振动实验识别及其发生机
构参数研究(1993~1995);
褚亦清(北京理工大学),非线性振动控制系统的分岔与混沌
(1992~1994);
黄文灶(北京大学),动力系统的分岔与混沌及其应用(1992~
1994);
张伟(天津大学),参数与强迫激励联合作用下非线性振动
系统的分岔与混沌(1992~1994);
严宗达(天津大学),板壳强迫振动中的混沌现象研究(1993~
1995);
陈予恕(天津大学),非线性参数振动系统的全局分岔及其通
往混沌的道路(1993~1995);
吴雅(华中理工大学),非线性机械振动中的分形几何与小
波分析的研究(1993~1995);
黄毓瑜(北京航空航天大学),声环境的分维模拟(1993~
1995);

赵晓华(云南大学),广义哈密顿扰动系统的分岔和混沌研究
及在力学中的应用(1993~1995);

段 雄(中国矿业大学),岩石截割破碎载荷谱的混沌力学模
拟(1993~1995);

一般,混沌振动研究的问题有:

1. 机理——研究混沌振动出现的原因;
2. 参数——研究混沌振动出现的条件,估计出现混沌时系统
之参数;
3. 通道——研究从规则振动通往混沌振动的道路;
4. 识别——研究混沌振动的定性特征与定量特征,识别的方
法与手段;
5. 控制——由混沌振动的多样性(柔性),控制系统参数,灵
活地得到所需之各种不同的稳定运动状态;
6. 模拟——用混沌振动装置,作为简单可靠的拟随机振动发
生机构,用混沌信号模拟噪音环境。

直接开发利用混沌造福人类的研究,国内外均没有系统展开。
混沌振动发生机构在某些工程(机械,土建,运输)的某些振动作业
(振动分离,振动筛选,振动检验)中有广阔的应用前景。曾用混沌
振动筛做过一个实验:以 18 号筛网筛选 24 号粗砂,以 90 号筛网
筛选 100 号细砂,发现在同样能量下,因混沌振动比柔和的简谐振
动变化剧烈,而可提高生产率(20~70)%,且网孔越细,效果越明
显。

其他相关的研究课题,有与分维有关的一些题目,如下列的国
家自然科学基金资助项目:

吴国璋(合肥工业大学),颗粒复合材料断口的分形维数与其
静摩擦系数关系的研究(1993~1995);

江来珠(华中理工大学),颗粒型复合材料中颗粒表面分数组
对强韧性影响的研究(1993~1995);

1.3 混沌振动产生的数学机理

混沌振动之所以产生是由于非线性振动系统对初始条件的敏感性。为什么初始条件的微小差别会产生捉摸不定的混沌，可以从以下代表离散的非线性动力系统之非线性差分方程看出：

$$x(n+1) = \begin{cases} 2x(n) & (0 \leq x(n) < 0.5) \\ 2x(n-1) & (0.5 \leq x(n) \leq 1) \end{cases} \quad (1-1)$$

x 为动态变量。取初值 $x(0) = 11/32$, 二进制记作 $x(0) = 0.01011\dots$

逐次迭代得：

$$x(1) = 0.1011\dots$$

$$x(2) = 0.011\dots$$

$$x(3) = 0.11\dots$$

.....

可见迭代一次，原信息就损失一位，若 $x(0)$ 有 n 位信息，经 n 次迭代，就完全损失原有信息。

由于迭代 n 次后，原来小数点后第 n 位，迭代成第一位，则两个仅有小数点 n 位后微小差别的初值，迭代 n 次后，差别就变大，故非线性系统对初条件的微小差别十分敏感。正如 Poincare 所说，“初条件的微小差别，最终导致根本不同的现象，未来难以预测。”这就是混沌产生的数学机理。

第 2 章 Poincare 映射

2.1 相空间与相轨

若非线性系统,由状态方程表示为

$$\dot{X} = f(X) \quad (2-1)$$

其中 X 为由 n 个状态变量 (x_1, x_2, \dots, x_n) 组成的向量, 它决定了系统的一个状态, 也叫相。状态变量组成的空间叫状态空间或相空间。

对二阶振动系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = F(x_1, x_2) \end{cases} \quad (2-2)$$

则 $X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$, 其中 x_1 为位移 x , x_2 为速度 \dot{x} , 由 x, \dot{x} 组成相平面, 如图 2-1 所示。

式(2-2)的解在相平面上的曲线叫相轨, 相轨上箭头表示时间增加的方向。若测出 x_1, x_2 , 则可用绘图机画出相轨。

2.1.1 Duffing 振子的相轨

对这类振子,(2-2)中的 F 为:

$$F = x_1 - x_1^3 + \epsilon(\alpha \cos \omega t - \mu x_2) \quad (2-3)$$

其中, ϵ 为小参数, μ 为阻尼系数, ω 为激励频率, α 为激励振幅, t 为时间。

当激励较小时, 画出相轨为图 2-1 封闭曲线, 作简谐振动。

当激励较大时, 画出相轨为图 2-2 自相交的封闭曲线, 作倍周

期振动，其周期是激励周期的 m 倍。在图 2-2 中， $m=2$ ，称为 2 周期振动，在图 2-1 中， $m=1$ ，称为 1 周期振动。

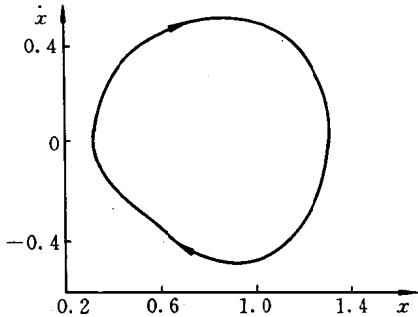


图 2-1

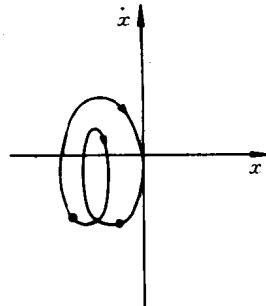


图 2-2

2.1.2 Van Der Pol 振子的相轨

对这类振子，式(2-2)中的 F 为：

$$F = \alpha x_2(1 - \beta x_1^2) - \omega_0^2 x_1 \quad (2-4)$$

画出相轨为极限环，如图 2-3，环内、环外的轨线均趋于此环，以环为极限。

此振子若受高频(ω_1)简谐激励($\omega_1 \gg \omega_0$)，且 ω_1/ω_0 为无理数，则响应为

$$x = r_0 \cos \omega_0 t + r_1 \cos \omega_1 t \quad (2-5)$$

其相轨不封闭，失去周期性，故称拟周期振动，但非混沌。混沌功率谱应为连续功率谱，而式(2-5)的功率谱为两条离散谱线。设 $\phi_0 = \omega_0 t$, $\phi_1 = \omega_1 t$ ，若在水平面上，用极坐标 r_0, ϕ_0 ，在沿 r_0 方向的垂直面上，用极坐标 r_1, ϕ_1 ，则式(2-5)可用 r_0, ϕ_0, r_1, ϕ_1 表示，其相轨绕满在一个像面包圈一样的环面上，见图 2-4。