经济工作者用数学

初级教程

〔英〕J·M·皮尔逊 著

JINGJIGONG
ZUOZHE
YONGSHU
XUE

贵州人民出版社

经济工作者用数学

初级教程

〔英〕J.M.皮尔逊 著
杨敬年 侯维琦 校译
李 奇 王 月 译

贵州人民出版社

经济工作者用数学
〔英〕J·M·皮尔逊 著
李奇 王月 译
贵州人民出版社出版
（贵阳市延安中路5号）
新华书店天津发行所发行 天津牛家牌印刷厂印刷
850×1168毫米 32开本 7.875印张 182千字
印数 1—2,000
1986年5月第1版 1986年5月第1次印刷
书号：4115·175 定价：2.00 元

序

这是一本关于数学的入门教科书，主要是为学习经济学的在校大学生写的，但是那些为了得到学位而需要进修数学的学习社会科学的学生，也会觉得本书有用。

经济学家广泛地使用数学来帮助自己分析经济问题。尽管有些经济学家对越来越多地使用一些比较高深的数学方法感到遗憾，认为这样做会使得真正的经济学意义含混，可是本书所介绍的数学方法却为理解和分析许多经济问题提供了无法衡量的用处。例如，设想有一个公司面临着应当生产多少才能使利润最大化的决策。这是经济学中的一个最主要的问题，所有的经济学家都必须理解。为了分析和解决最大化提出的问题，就要使用微积分的方法。因此，只有很好地掌握了数学，一个经济学家才能成功地精通经济学。经济科学和社会科学的课程中越来越多地引用数学的和定量的方法就是这一事实的反映。

本书为经济学家，为那些数学知识只达到0水平的学生提供一个学期的数学课程。由于达到这个水平在许多人还是几年以前的事，所以我对0水平教学提纲中所包括的题目（集合、图表、方程等）作了一些修改，然后引进学生们为了修读经济学学位需要掌握的一些其他的题目（微分法、最优化、积分法）。本书特别适合仅具有0水平数学知识的学生，他们正在学习一半是数学、一半是统计学的初级水平大学生的《定量分析方法》课程。他们会发现，本书包括了他们所学课程中的大部分数学。本书对那些

仅具备0水平数学知识、正在学习全学年的第一水平数学课程但感到困难的学生也会有用。本书将在0水平（其中大部分需要修改）与那些比较高深的内容之间架起一座“桥梁”。

本书采用“集合”或“现代数学”的方法，尽管它所包括的材料和传统的或“旧数学”的教科书中所包括的材料相同。采用这个方法的原因有二，其一是因为集合论越来越多地被用作分析经济问题的方法，其二是它为书中所论及的题目提供了一个统一的方法。

除了介绍数学方法以外，本书试图说明这些方法在基本经济问题上的某些应用，为此在一些章的末尾包括了《对经济学的应用》一节，分别阐述该章所介绍的数学方法同经济学之间的关系。例如，第二章介绍函数，这一章结尾的应用一节即讨论需求和供给函数、成本、收益和利润函数。第六章介绍函数的最大值和最小值，《对经济学的应用》一节即讨论利润的最大化以及边际成本与边际收益之间的关系，阐明了掌握数学方法对于理解经济学的无可衡量的价值。

第一章讨论集合，它不包括《对经济学的应用》一节，这不是因为集合论不能应用于经济学或在经济学中没有用处，而是因为介绍它的有益的应用所必需的基础，要求有比本书所能容纳的更大的篇幅（读者如对集合论在经济问题方面的应用感兴趣，可参考V．C．沃尔什的《现代微观经济学导论》）。尽管第一章本身是不可缺少的，例如作为对沃尔什书中陈述的思想的一个引论，但是把它纳入本书的主要理由还是因为它提供了一个基础和一个框架，在它上面可以讨论其它的数学方法。正如A．C．姜所指的，“……集合的概念是现代数学每一个分支的基础。”（A．C．姜《数理经济学的基本方法》）。根据这一信念，我列入了这

一章，并且把这一章所阐述的思想作为以后各章讨论的方法的基础。

本书具有几个特点，应能使之吸引许多读者。

首先，与中学讲授的数学的最近发展相一致，它从讲授集合开始，这个题目是大多数近十年来在中学学过数学的人所熟悉的。许多比较早的给经济学家编写的数学教科书不提这个题目，许多讲授这个课程的教师也确实不把这个题目包括进去，这在有“新数学”教养的一代学者看来，似乎是很奇怪的。

其次，本书对于数学题目是作为纯数学来介绍的。许多刚开始学习为经济学家开设的数学引论课程的学生还没有学过经济学，起初还不能应用他们所学的数学方法。这些学生在使用本书时，可以略去《对经济学的应用》一节。当他们学习了一些经济学以后，可以回过头来再学习、利用《对经济学的应用》那一节。反之，许多学生不愿去努力掌握数学方法，除非他们能够看到这样做的意义所在。对这些学生来说，应用部分特别有用，因为他们可以直接看到数学同经济学的关系。应用部分还对那些开始学习这一课程时已经具有一些经济学知识的学生特别有用。

最后，本书对那些感到难于掌握数学方法的学生特别有用，他们在许多大学和工业学校中是大多数。本书对每一个题目阐述全面，对每一要点解释充分、清楚，进度使大多数学生感到容易跟上。书中对有些要点在必要时用图表和例子来说明，而且附有大量习题，可供学生自行应用所学的数学方法，并通过问题解答巩固对本课程的理解。

我非常感谢索尔福德大学乔治·齐斯和迈克尔·萨姆纳教授以及曼彻斯特大学乔恩·斯图尔特的鼓励和评论，没有他们的鼓励，本书不会写成；没有他们作评论，本书会是一部劣等作品。

我还要感谢M. 沃德夫人、J. M. 罗伯逊夫人和B. 马斯特斯夫人的打字技术。最后我要感谢我的妻子，她不仅帮助打字和校对，而且在本书的整个写作过程中给予了鼓励和支持。

J.M皮尔逊

目　　录

第一章 集　　合

本章为以后各章所讨论的大部分数学方法奠定基础。由于篇幅所限，我们不举例说明集合论对于经济学的应用。然而，在学习以后各章时，学生们将会感觉到这一章内容的价值，对于集合论在经济方面的应用感兴趣的学生，可以参阅V. C. 沃尔什所著的《当代微观经济学导论》。

1.1 导　　言

我们全都熟悉“集合”一词在日常生活中的应用，但还是不妨给它下一个正式的定义。

定义　若干个可以互相区分的事物的汇集，叫做集合（集合“Set”简称为集）。

例如，我们可以谈论一个房间内的一套椅子或年龄在65岁以上的一群人，或太阳系内的行星，或（我最喜闻乐见的集合之一）长着蓝眼睛的一群女学生，这些都是集合。以后我们用大写字母A，B，S，X等来表示集合。

有两种描写集合的方法：列举法和描述法。

设A表示一星期内各天的集合，我们可以用列举法把它写出来：

A＝{星期一，星期二，星期三，星期四，星期五，星期六，星期日}，即我们列举这个集合中的所有成员。

有时候采用描述法来描述集合会更方便些。

例 A＝ {a | a是星期中的一天}

我们把上式读作："A是所有这种（小）a的集合，这种（小）a是一星期内的一天。"

注意，集合中成员所具有的"共性"写在竖杠之后。

例 设P为太阳系内行星的集合。用列举法写出来就是：

P＝ {水星，金星，地球，火星，木星，土星，天王星，海王星，冥王星}。也可以用描述法来写出这个集合。

P＝ {p | p是太阳系内的一个行星}

显然，如果集合中的成员越多，用描述法就越方便。的确，有些集合是不可能用列举法写出来的。

例 M＝ {m | m是居住在英国的男人}

这个集合就很难用列举法写出来。

这时我们最好引入另一个定义以及其它一些符号。

定义 集合中的一个事物称为这个集合中的一个元素。

例 对于上面那个集合

M＝ {m | m是居住在英国的男人}

约翰·布朗是M中的一个元素，我们把这个事实记作：

约翰·布朗$\in$M

我们也可以把简·布朗不属于集合M这个事实记作：简·布朗$\notin$M

在进一步阐述集合的概念之前，最好是引入"实数系统"。

1.2 实数系统(The real number system)

定义 我们把用来计数的数字，如1，2，3，4等，称为正整数

（有时也称之为自然数）。类似地，把数字 -1，-2，-3，-4 等，称为负整数。

由所有正整数、负整数再加上零所得到的集合称为整数集合。

用字母Z表示整数集合，则我们可以把该集合写成：

$Z=\{z \mid z\text{是整数}\}$

以及：$2 \in Z$

$-150 \in Z$

$0 \in Z$

进而我们可以得到分数的集合，如 $\frac{3}{4}$，$\frac{7}{8}$，$-\frac{1}{2}$。这些分数与整数合在一起，构成有理数集合。我们用Q来表示这个集合。

于是我们有：

$Q=\{q \mid q\text{是有理数}\}$

以及：$\frac{1}{2} \in Q$

$-\frac{111}{120} \in Q$

$2 \in Q$

说明 有理数（rational）这个词的直接含义是两个整数的“比率”（ratio）。即使整数2也可以设想为 $\frac{2}{1}$ 这个比率。

然而还有另外一些数，比如，$\sqrt{2}$ 和数 π，它们都不能用两个整数的比值来表示。这些数称为无理数集合。事实上，存在着大量的这种无理数，但本书中我们所遇到的数大多属于有理数。

如果用所有的有理数和无理数组成一个集合，我们就得到实数集合。我们用字母R表示实数集合。

于是我们有：

$R = \{r \mid r\text{是实数}\}$

以及：$1 \in R$

$-7 \in R$

$\frac{1}{20} \in R$

$\sqrt{2} \in R$

$0 \in R$

注意：本节中的任何一个集合都不能用列举法来描述。它们都含有无限多的元素，也就是说是列举不完的。

你们可能会认为集合R包括了所有我们可能想到的数，但实际上还有许许多多其它的数，在性质上略为有些神秘，但对数学家来说确实是很有用的，这些数称为“非实数”或“虚数”。当我们试图计算一个负数的平方根时，就会遇到这种数。我们将在第四章讨论虚数。

1.3 再论集合

在本节中，我们将引入更多的定义，这可以扩充我们关于集合的思想。

定义 若集合A和集合B包含完全相同的元素，就称集合A与集合B**相等**。

这个定义似乎有些多余，但在本章的后面我们要多次用到这个概念，所以给出它的一个正式的定义还是有必要的。

例 设$A = \{1, 2, 4\}$

$B = \{2, 4, 1\}$

那么 $A = B$

注意：集合中元素的书写顺序是无关紧要的。上例中的集合是由数字组成，而不是由按特定顺序的数字组成。

例 设$A=\{a\mid a$是彩虹的一种颜色$\}$

$B=\{b\mid b$是一种原色$\}$

那么 $A\neq B$

这是因为，比如说“橙色”是集合A中的元素，但它不是集合B中的元素。所以A和B并不包含完全相同的元素。

定义 设有两个集合X和Y。若集合X中的每一个元素也是集合Y中的一个元素，就称X是Y的子集合，也就是说，X被包含在Y之中，我们用符号$X\subset Y$来表示这个事实。

例 设$X=\{1, 2, 3\}$

$Y=\{1, 2, 3, 4\}$

那么，X是Y的子集合，即$X\subset Y$

例 设$A=\{a\mid a$是彩虹的一种颜色$\}$

$B=\{b\mid b$是一种原色$\}$

那么：B是A的子集合，即$B\subset A$。

例 $Z=\{z\mid z$是整数$\}$

$R=\{r\mid r$是实数$\}$

那么：Z是R的子集合，即$Z\subset R$。

说明 如果集合X中只要有一个元素不属于集合Y，则X就不是Y的子集合。事实上，证明一个集合X不是另一个集合Y的子集合的最简单的方法，就是找出X中的一个不属于Y的元素。

例 $X=\{-1, 1, 2\}$

$Y=\{y\mid y$是正整数$\}$

因为，$-1\in X$，但$-1\notin Y$，所以X不是Y的子集合。

说明 任何一个集合都是它自身的一个子集合。

例 $Y = \{1, 2, 3, 4\}$

根据子集合的定义可知，Y是Y的一个子集合，即$Y \subset Y$。

这时我们最好引入一个奇怪的集合——“空集合”。

定义 一个不包含任何元素的集合叫做空集合。我们用符号$\varnothing$来表示空集合。

空集合被认为是任何一个集合的子集合；即$\varnothing \subset A$，A是任意一个集合（若空集合$\varnothing$不是任意集合A的一个子集合，则我们应能找到一个属于$\varnothing$但不属于A的元素。但是$\varnothing$中根本没有元素，所以我们显然找不到一个这样的元素）。

说明 在本章的后面我们将会看到，空集合所起的作用很像数字0在实数系统中所起的作用。可是，我们不应混淆$\varnothing$和$\{0\}$，$\varnothing$不包含任何元素，而$\{0\}$却包含一个元素，即数字0。

1.4 集合的运算

众所周知，任意给定两个数，我们可以通过对它们做加、减、乘、除运算来得到第三个数。

例如，给定数字5和8，我们可以用加法把它们结合起来得到第三个数13，即$5 + 8 = 13$。

用一种不同的运算，如乘法，我们就得到另一个数：$5 \times 8 = 40$。

现在我们来定义集合的运算，即把两个集合结合起来构成第三个集合的方法。有两种运算是我们所要讨论的——并和交。

定义 给定两个集合A和B：这两个集合的并是这样一个集合，其元素或者属于A或者属于B或同时属于A和B。

当把5和8用加法结合在一起时，我们记为$5 + 8$，类似地，当把A和B结合在一起构成二者的并集时，我们记为$A \cup B$。

例 设$A=\{1, 2, 4, 5, 6\}$

$B=\{1, 3, 4, 9\}$

那么$A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$

注意：若一个元素同时属于集合A和集合B，则它也属于集合$A\cup B$，但只能算一个元素。

例 设$M=\{m \mid m$是居住在英国的男人$\}$

$F=\{f \mid f$是居住在英国的女人$\}$

那么：$M\cup F=\{p \mid p$是居住在英国的人$\}$

例 设A是任意集合

那么：$A\cup A=A$

例 设A是任意集合

那么：$A\cup\varnothing=A$

集合上的第二种运算就叫做交。

定义 给定两个集合A和B，则属于A同时又属于B的全体元素所组成的集合，叫做A和B的交。我们用符号$A\cap B$来表示A和B的交。可见交包含两个集合所共有的元素。

例 设$A=\{1, 2, 4, 5, 6\}$

$B=\{1, 3, 4, 9\}$

那么：$A\cap B=\{1, 4\}$

例 对任意集合A

$A\cap A=A$

例 对任意集合A

$A\cap\varnothing=\varnothing$

例 设$M=\{m \mid m$是居住在英国的男人$\}$

$F=\{f \mid f$是居住在英国的女人$\}$

那么：$M\cap F=\varnothing$，也就是说，不存在既属于M同时又属于F