



理论物理第一册

古 典 动 力 学

吴 大 獾



理论物理第一册
古典动力学

吴大猷著

科学出版社

1983

内 容 简 介

本书为著名物理学家吴大猷先生的著述《理论物理》(共七册)的第一册。《理论物理》是作者根据长期从事教学实践编写的一部比较系统全面的大学物理教材。本册分甲部(Lagrange 动力学)和乙部(Hamilton 动力学)两部分。甲部内容共分十二章：第一、二章讲述初等动力学的基本概念和基本原理；第三章讲述 Lagrange 方程；第四至第十一章分别讲述 Lagrange 方程对各种力学系统的应用；第十二章讲述 Gauss-Hertz 及 Appell 原理。乙部内容共分八章：第一章讲述变分法；第二章讲述 Hamilton 原理与最小作用量原理；第三、四章讲述 Hamilton 正则方程和正则变换；第五章讲述古典力学中的时间可逆性；第六章讲述 Hamilton-Jacobi 理论；第七章讲述角与作用量变换、缓渐不变性；第八章讲述力学与光学。本书在大多数章节后都附有习题，以供读者研讨和学习。

本书根据台湾联经出版事业公司出版的原书翻印出版。作者对原书作了部分更正，李政道教授为本书的出版写了序言，我们对原书中一些印刷错误也作了订正。

本书可供高等院校物理系师生教学参考，也可供研究生阅读。

理论物理第一册 古 典 动 力 学

吴大猷 著

*

科学出版社出版
北京朝阳门内大街137号

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1983年5月第一版 开本：850×1168 1/32
1983年7月第一次印刷 印张：10 插页：2 千 4

统一书号：13031·2284
本社书号：3124·13-3

定价：布面精装 3.25元
压膜平装 2.50元

序言

吳大猷先生是國際著名的學者，在中國物理界，是和嚴濟慈、周培源、趙忠堯諸教授同時的老前輩。他的這一部《理論物理》，包括了“古典”至“近代”物理的全豹。1977年初，在台灣陸續印出。這幾年來對該省和東南亞的物理教學界起了很大的影響。現在中國科學院，特別是由於盧嘉錫院長和錢三強、嚴東生副院長的支持，決定翻印出版，使全國對物理有興趣者，都可以閱讀參考。

看到了這部巨著，聯想起在1945年春天，我初次在昆明遇見吳老師，很幸運地得到他在課內和課外的指導，從“古典力學”學習起至“量子力學”，其經過就相當於唸吳老師的這套叢書，由第一冊開始，直至第七冊。在昆明的這一段時期是我一生學物理過程中的大關鍵，因為有了紮實的根基，使我在1946年秋入芝加哥大學，可立刻參加研究院的工作。

1933年吳老師得密歇根大學的博士學位後，先留校繼續研究一年。翌年秋回國在北大任教，當時他的學生中有馬仕俊、郭永懷、馬大猷、虞福春等，後均致力物理研究有成。抗戰期間，吳老師隨北大加入西南聯大。這一段時期的生活是相當艱苦的，但是中國的學術界，還是培養和訓練了很多優秀青年。下面的幾

段是錄自吳老師的《回憶》一書：

“組成西南聯大的三個學校，各有不同的歷史。……北京大學規模雖大，資望也高，但在抗戰時期中，除了有很小數目的款，維持一個‘北京大學辦事處’外，沒有任何經費作任何研究工作的。在抗戰開始時，我的看法是以爲應該爲全面抗戰，節省一切的開支，研究工作也可以等戰後再作。但抗戰久了，我的看法便改變了，我漸覺得爲了維持從事研究者的精神，不能讓他們長期的感到無法工作的苦悶。爲了培植及訓練戰後恢復研究工作所需的人材，應該在可能情形下，有些研究設備。西南聯大沒有此項經費，北大也無另款。……我知道祇好儘自己個人的力量做一點點工作了。……請北大在崗頭村租了一所泥牆泥地的房子做實驗室，找一位助教，幫着我把三稜柱放在木製架上拼成一個最原始形的分光儀，試着做些‘拉曼效應’的工作。

“我想在二十世紀，在任何實驗室，不會找到一個拿三稜柱放在木架上做成的分光儀的了。我們用了許多腦筋，得了一些結果。……

“1941年秋，有一位燕京大學畢業的黃昆，要來北大當研究生隨我工作，他是一位優秀的青年。我接受了他，讓他半時作研究生，半時作助教，可以得些收入。那年上學期我授‘古典力學’，下學期授‘量子力學’。班裏優秀學生如楊振寧、黃昆、黃授書、張守廉等可以說是一

個從不易見的羣英會。……

“1945年日本投降前，是生活最困難的時期。每月發薪，紙幣滿箱。因為物價飛躍，所以除了留些做買菜所需外，大家都立刻拿去買了不易壞的東西，如米、炭等。……我可能是教授中最先擺地攤的，……抗戰初年，託人由香港、上海帶來的較好的東西，陸續的都賣去了。等到1946年春復員離昆明時，我和冠世的東西兩個手提箱便足夠裝了。”

就在1946年春，離昆明前吳老師還特為我們一些學生，在課外另加工講授“近代物理”和“量子力學”。當時聽講的除我以外，有朱光亞、唐敖慶、王瑞駛和孫本旺。

在昆明時，吳老師為了北京大學的四十週年紀念，寫了《多原分子的結構及其振動光譜》一書，於1940年出版。這本名著四十多年來至今還是全世界各研究院在這一領域中的標準手冊。今年正好是中國物理學會成立的五十週年，科學出版社翻印出版吳大猷教授的《理論物理》全書，實在是整個物理界的一大喜事。

李政道

1982年8月

寫於瑞士日內瓦

總序

若干年來，由於與各方面的接觸，筆者對台灣的物理學教學和學習，獲有一個印像：（一）大學普通物理學課程之外，基層的課程，大多強納入第二第三兩學年，且教科書多偏高，量與質都超過學生的消化能力。（二）學生之天資較高者，多眩於高深與時尚，不知或不屑於深厚基礎的奠立。（三）專門性的選修課目，琳瑯滿目，而基層知識訓練，則甚薄弱。

一九七四夏，筆者擬想以中文編寫一套筆者認為從事物理學的必須有的基礎的書。翌年夏，得褚德三、郭義雄、韓建珊（交通大學教授）三位之助，將前此教學的講稿譯為中文，有（1）古典力學，包括 Lagrangian 和 Hamiltonian 力學，（2）量子論及原子結構，（3）電磁學，（4）狹義與廣義相對論等四冊。一九七六年春，筆者更成（5）熱力學，氣體運動論與統計力學一冊。此外將有（6）量子力學一冊，稿在整理中。

這些冊的深淺不一。筆者對大學及研究所的物理課程，擬有下述的構想：

第一學年：普通物理（力學，電磁學為主）；微積分。

第二學年：普通物理（物性，光學，熱學，近代物理）；高等微積分；中等力學（一學期）。

第三學年：電磁學（一學年）及實驗·量子論（一學年）。

第四學年：熱力學（一學期）；狹義相對論（一學期）；量子力學（引論）（一學年）。

研究院第一年：古典力學（一學期）；分子運動論與統計力學（一學年）；量子力學（一學年）；核子物理（一學期）。

研究院第二年：電動力學（一學年）；專門性的課目，如固體物理；核子物理，基本粒子；統計力學；廣義相對論等，可供選修。

上列各課目，都有許多的書，各有長短。亦有大物理學家，集其講學精華，編著整套的書，如 Planck, Sommerfeld, Landau 者。Landau-Lifshitz 大著既深且博，非具有很好基礎不易受益的。Sommerfeld 書雖似較易，然仍是極嚴謹有深度的書，不宜輕視的。筆者本書之作，是想在若干物理部門，提出一個綱要，在題材及著重點方面可作為 Sommerfeld 書的補充，為 Landau 書的初階。

筆者深信，如一個教師的講授或一本書的講解，留給聽者或讀者許多需要思索、補充、擴展、涉獵、旁通的地方，則聽者讀者可獲得較多的益處。故本書風格，偏於簡練，課題範圍亦不廣。偶以習題的方式，引使讀者搜索，擴大正文的範圍。

筆者以為用中文音譯西人姓名，是極不需要且毫無好處之舉。故除了牛頓，愛恩斯坦之外，所有人名，概用西文。^{*}

* 商務印書館出版之中山自然科學大辭典中，將 Barkla, Blackett, Lamb, Bloch, Brattain, Townes 譯為巴克納，布拉克，拉目，布勞克，布勞頓，湯里士，錯誤及不準確可見。

本書得褚德三，郭義雄，韓建珊三位交通大學教授之助，覃
越（清華大學）教授的校閱，筆者特此誌謝。

吳大猷

1977年元旦

目 錄

甲部 Lagrangian 動力學

第一章 初等動力學大綱.....	1
1. 引言.....	1
2. 基本概念.....	2
A. 時間、空間、速度與加速度.....	2
B. 質量、力及動量.....	3
3. Newton 運動定律	4
4. 功、動能與位能.....	5
5. 守恒定理及 Hamiltonian 函數對時、空位移的不變性	6
6. Galileo-Newtonian 相對性原理	8
7. 轉動座標系統與 Coriolis 定理.....	9
8. 剛體的轉動.....	13
第二章 虛功 (Virtual work) 原理; d'Alembert 原理.....	21
1. 虛功原理.....	21
2. d'Alembert 原理	25
第三章 Lagrange 方程式	31
1. 廣義座標.....	31
2. Lagrange 方程式之推導.....	33
1) 由 Newton 第二定律導出.....	33
2) 由 d'Alembert 原理導出	33

3. Lagrange 方程式之首次積分：循環座標	34
4. Lagrange 方程式之首次積分：能量原理	36
5. 藉首次積分降低 Lagrange 方程式的階次：Routh 函數.....	37
第四章 Lagrange 方程式：含循環座標之系統	45
1. 循環座標系統.....	45
2. 等循環座標系統.....	47
3. 緩漸運動.....	49
第五章 Lagrange 方程式：轉動座標系統	51
1. Coriolis 及運輸 (transportation) 加速度	51
2. 相對地球之運動，Foucault 擺.....	54
3. Larmor 定理	58
第六章 Lagrange 方程式：微小振動.....	61
1. 微小振動的普遍理論	61
2. 三角形 YX_2 系統之簡正振動 (normal vibration)	64
3. 簡正振動問題之矩陣解法.....	70
第七章 Lagrange 方程式：剛體動力學	79
1. 運動學的參數：Euler 及 Cayley-Klein 參數；Euler 角.....	79
2. Euler 的剛體動力學方程式	84
3. 無外力作用之剛體（繞固定點）轉動：對稱陀螺 (Euler 陀螺)	85
4. 重力場中的對稱陀螺 (Lagrange 陀螺)：旋進(Precession)	

與章動 (Nutation).....	91
5. Foucault 嶼轉器與嶼轉羅盤.....	99
6. Kowalevski 陀螺	102
第八章 Lagrange 方程式: 嶼轉力	117
1. 嶼轉力.....	117
2. 廣義「嶼轉力」	122
1) 由循環座標引起的嶼轉力.....	123
2) 由座標系轉動所引起的嶼轉力.....	123
3) 由變化的約束條件 (Varying constraints) 所產生的嶼轉力.....	123
4) 對穩定運動之微小振動(Vibration).....	124
5) 在約束下之微小振盪 (Oscillation).....	127
第九章 Lagrange 方程式: 電流	129
1. 作用於電路上之機械力.....	130
2. 電流之感應.....	131
3. 電容器之放電.....	132
4. 網路理論: 具有約束條件之 Lagrange 方程式.....	133
第十章 Lagrange 方程式: 非完全系統 (Non-holonomic Systems)	137
1. 非完全系統之 Lagrange 方程式.....	138
2. 粗糙面上圓盤之滾動.....	140
3. 粗糙面上圓盤之滾動: Appell 方法.....	144
4. 第 1 節之方法 2) 對完全系統之推廣.....	147

第十一章 Lagrange 方程式：準座標；相對論力學；電磁 場.....	149
1. 準座標.....	149
2. 相對論力學.....	152
3. 電磁場.....	153
第十二章 Gauss-Hertz 及 Appell 原理	157
1. 最小曲度原理 (Gauss 及 Hertz 原理).....	157
2. Appell 的運動方程式.....	161
3. 最小曲度原理與 Appell 方程式之關係	164

乙部 Hamilton 動力學

第一章 變分法.....	167
1. 定義.....	168
2. Euler 方程式	170
3. 變分問題的另一形式.....	173
4. Hilbert 氏的「獨立積分」S.....	177
5. 最小值的必需及充足條件.....	179
第二章 Hamilton 原理與最小作用量原理	185
1. Hamilton 原理	185
2. 最小作用量原理.....	187
3. Helmholtz 變分原理	191
第三章 Hamilton 正則方程式.....	197
1. 正則方程式與 Lagrange 方程式的演繹關係; Legendre 變換	197
2. 正則方程式與 Hamilton 原理之演繹關係.....	200
3. 正則方程式的積分.....	204
第四章 正則變換.....	207
1. 正則變換之定義.....	207
2. 一個動力系統的運動與連續展開的正則變換.....	211
3. Poincaré 純對積分不變量, Liouville 方程式.....	213

4. 相對積分不變量.....	216
5. Lagrange 括號、Poisson 括號與 Poisson 定理	219
6. 正則變換之群性.....	231
7. 正則變數 t 與 $-E$	232
第五章 古典力學中的時間可逆性.....	239
1. 時間的觀念，「時矢」.....	239
2. 時間的逆轉視作正則變換.....	242
第六章 Hamilton—Jacobi 理論.....	247
1. Hamilton—Jacobi 理論.....	247
2. Hamilton 函數與時間無關的動力系統	250
3. 具有循環坐標的動力系統.....	253
4. Hamilton 力學的變換理論	259
第七章 角與作用量變數，緩漸不變性.....	265
1. 單一週期系統、角與作用量變數.....	265
2. 緩漸不變性原理.....	272
3. 可分離的多重週期系統.....	276
1) 非簡併系統.....	279
2) 簡併系統.....	280
第八章 力學與光學.....	285
1. 波及線光學（或物理及幾何光學）	285
2. 幾何光學：反射及折射定律.....	288
3. 力學與光學：Hamilton, de Broglie 與 Schrödinger...	292
索引.....	297

第一章

初等動力學大綱

1 引言

物理現象的研究，必須由某些基本的觀念着手。（在力學中，這些觀念係空間、時間及質量）。然後，由於經驗的累積，我們可引入其他觀念，用這些基本概念表示出來。實驗的結果，乃是藉這些觀念間的關係式敘述之。由經驗結果所得來的各觀念間的關係，經過歸納及普遍化的程序，即成為物理定律。

但僅用些許觀念和他們間的關係來描述各物理現象，是不够滿足能獲得對各種現象有簡單的一統的敘述的企求的。任何物理上的理論應該包括：（1）某些基本概念，及由經驗的累積所得的，以這些基本概念為基礎而推導出來的其他觀念，（2）關於這些物理觀念，所假定的一些假設或原理，及（3）所有從這些假定，按邏輯推展出來的結論。一個成功的理論的必需條件為：其所有推演出的結論，務皆與經驗上的結果相符合。滿足這標準的理論

中，我們可選擇其較簡單及能預告更多的新結果的。但這所謂「簡單」也者，並無不變的意義，且有時只是因人而異的喜惡觀點和其他的考慮而定的。

力學的理論，有幾個不同的形式。最著名的就是牛頓所完成的。牛頓力學係以運動方程式的形式，表示出一些基本的假定。但其他含義完全相同的形式，如 Lagrange 方程式，Hamilton 原理，以及正則方程等，皆可以作為動力學理論的起點。這些理論，內容相同而祇是形式的不同，他們的不同處，僅是在對不同目的的應用上的方便而已。對一比較簡單的問題，Newton 運動方程式是比較方便的。然在比較高深領域的研討，則變分原理及其他的形式，較為適宜。

本書的目的，主要是提供動力學原理的各不同表示法。甲部是 Lagrange 方程式和其應用，乙部是變分原理，包括 Hamilton-Jacobi 理論，及其在量子論中的應用。

2 基本概念

A 時間、空間、速度與加速度

空間係我們最基本的觀念之一，因此很難用其他更為基本的概念來解釋它。在實際問題上，空間的一維間距可用標準的剛體尺來度量。時間也是最基本的概念之一，在實際問題上，通常可以一週期性發生的事件（如地球繞日，或分子振動等具有不變的週期者）度量之。