百·卷·本·经·济·全·书

JJQS

顾问：刘国光 高尚全 王梦奎 黄范章 主编：胡晓林 张莉 副主编：顾海良 姚开建

经济运筹学

靳向兰 著

人民出版社

BAI · JUAN · BEN · JING · JI · QUAN · SHU

百卷本经济全书
顾问：刘国光　高尚全　王梦奎　黄范章
主　编：胡晓林　龚　莉
副主编：顾海良　姚开健

经济运筹学

靳向兰 著

人民出版社

责任编辑：黄金山
装帧设计：林　晓

图书在版编目(CIP)数据

经济运筹学/靳向兰著。
—北京：人民出版社，1994.4
(百卷本《经济全书》丛书/胡晓林，龚莉主编)
ISBN 7－01－001735－2

Ⅰ.经…
Ⅱ.靳…
Ⅲ.①经济运筹学②运筹学－经济
Ⅳ.F224.3

经济运筹学

JINGJI　YUNCHOUXUE

人民出版社出版发行
(100706　北京朝阳门内大街166号)
北京商学院印刷厂印刷　新华书店北京发行所经销
1994年7月第1版　1994年7月北京第1次印刷
开本：787×1092毫米 1/32　印张5.875 插页10
字数：96千字　印数：1－1500册
定价：8.80元

百卷本《经济全书》分卷负责人名单

总负责人：顾海良
市场营销卷：马龙龙
企业经济卷：顾海良
经济管理卷：顾海兵
财政·金融卷：顾海良　王天义
部门经济卷：姚开健
专业经济卷：白景明
世界经济卷：朱立南　徐茂魁
国别·地区经济卷：张雷声
理论经济学卷：姚开健
经济史·经济思想史卷：姚开健
秘书：陈兵

百卷本《经济全书》总序

从现在开始的一、二十年内，是世纪交替之际，既是中国完成从计划经济体制向社会主义市场经济体制过渡的关键时期，也是中国经济持续、快速、健康发展以便把11亿人民向小康以至更高水平奋力推进的时期。不言而喻，中国人民在这个时期所要进行的，实际上是要在整个国民经济领域内继续进行一场建国以来最为深刻的革命性的变革，大力发展社会生产力，把建设有中国特色的社会主义伟大事业推向前进。

这场伟大而又艰巨的变革，对经济学界、出版界提出了更高的要求。其中十分重要的，就是要积极研究、阐明在改革与发展过程中中国各个经济领域内出现的复杂现象和新问题，探索新的体制、机制、秩序、法规以及发展道路和模式；传播各经济学科的新理论、新观点和新观念；以便用它们去丰富现有建设者的知识库，提高他们的工作素质，以及培育新一代的建设者。这一工作非常重要，因为一切经济工作，总是要靠人去做；有了高素质的人，才会有高质量、高效益、高效率的经济工作，经济改革与建设任务的加速实现才会有保证。这套百卷本《经济全书》，正是为此目的而组织编撰、出版的。我为此感到高兴。

要使这套百卷本《经济全书》能够发挥应有作用，我认为，至少应该贯彻以下三个结合。一是理论与实践相结合，即在马克思主义指导下，用新学科或各经济领域的专业理论去研究、阐明中国经济中的实际问题，特别是具有中国特色的社会主义市场经济中一系列重大问题。诚然，百卷本《经济全书》中有的会侧重于理论，有的会侧重于实际，有的还会侧重于应用。但只要注意贯彻这一方针，一定能在理论上有所前进，有所突破，并在不同层次上为加快建立社会主义市场经济体制和加速改变中国经济面貌服务。二是中外结合，洋为中用。既积极学习国外一切有用的经济理论和建设经验，吸收国外一切优秀成果，又不盲目照抄照搬，而是从中国的国情和实际需要出发，有所鉴别、借鉴或吸收。三是普及和提高相结合，既注重传播和普及知识，又鼓励密切联系中国国情和学科自身发展的实际，进行创造性的探索，实行知识性与学术性相结合。

我很高兴地知道，上述三个结合，也是百卷本《经济全书》的编者、出版者的共识。诚然，要做到上述三个结合，并不容易，但值得为之努力。我衷心祝愿这套丛书的出版获得成功。

邹家华

1993 年 9 月

内容提要

本书介绍了在经济活动和管理工作中所必备的运筹学方法。运筹学方法是寻求最佳经济管理决策的重要方法之一。书中通过大量的应用实例，全面、新颖、简洁、明了地介绍了八部分内容，其中包括经济资源最优配置的线性规划问题；物资调运问题；经济变量为整数条件下的规划问题；具有多种经济目标的规划问题；网络最大流问题；库存控制问题；排队服务系统的最优协调问题；高效率的选优问题等。本书突出了知识性、教程性、资料性、工具性、普及性等特点，它最适合作为自学教程、业务培训教材、企业工具书以及厂长或经理室藏书等。通过学习，可提高决策者作出正确决策的能力，也可供实际经济管理工作者参考使用。

目　　录

经济运筹学

一、经济资源最优配置的线性规划问题

在经济系统中，许多实际问题都属于经济资源最优配置问题。比如，如何使有限的人力、物力、财力以及时间、空间等资源得到充分利用，以达到产量最高、利润最大、成本最小、资源消耗最少等最优目标；又如，怎样施以各种组织管理技术，使局部和整体、现在和将来、劳动消耗与资金占用间的关系协调配合等，以实现国民经济最优化的综合目标。而线性规划正是研究有限资源的最优配置，以实现给定的目的，取得最优经济效果的一种实用的数学方法。

线性规划是运筹学的一个重要分支，它是 40 年代末期开始发展的一门新兴学科。该学科在工业、农业、交通运输、邮电、财贸、商业、军事等领域均有广泛的应用，归纳起来，是用线性规划来解决科学研究、工程设计、项目投资、活动安排、经济规划、经营管理、军事指挥等所提出的大量问题。

在这里，我们仅研究一般的线性规划问题的建立模型、求解与分析。

下面先通过实例来介绍线性规划模型及一般特征。

1. 资源最优配置的线性规划模型

例 1.1 设某企业用 A、B、C 三种资源生产甲、乙两种电子机械产品。各种资源的限有量、单位产品的资源消耗量以及单产利润如表 1-1 所示。试问甲、乙两种产品各应生产多少，才能获利最大？试建立线性规划模型。

表 1—1

资源 \ 产品	甲	乙	资源量
A	2	1	10
B	1	1	8
C	0	1	7
单产利润（元）	1200	800	

表中数据说明：最右边一列表示该企业的 A、B、C 三种资源的限有量分别为 10、8、7 个单位；第一列数据表示每生产一个单位的甲种产品需消耗 A、B 两种资源分别为 2、1 个单位，并获利 1200 元；第二列数据表示每生产一个单位的乙种产品需消耗 A、B、C 三种资源各为一个单位，并能获利 800 元。

假设要生产甲、乙两种产品分别为 X_1 个单位及 X_2 个单位，则可得到总利润 Z 为：

$$Z = 1200X_1 + 800X_2$$

Z 是 X_1, X_2 的线性函数，称为目标函数。根据题意，欲使总利润达到最大值，于是记成

$$maxZ = 1200X_1 + 800X_2 \qquad (1.1)$$

称 $maxZ$ 为目标函数的最大值。

由于各种资源的数量是有限的，因此不管如何安排产量 X_1 和 X_2，均应满足下列条件：

$$2X_1 + X_2 \leqslant 10 \qquad (1.2)$$

$$X_1 + X_2 \leqslant 8 \qquad (1.3)$$

$$X_2 \leqslant 7 \qquad (1.4)$$

$$X_1, X_2 \geqslant 0 \qquad (1.5)$$

称(1.2)～(1.4)三个线性不等式与(1.5)式变量非负条件一起为约束条件。

因此，例 1.1 所要解决的问题是：在满足约束条件下，求出变量 X_1, X_2(称为决策变量)的值，使目标函数(利润)达到最大。例 1.1 的线性规划模型即为：

$$maxZ = 1200x_1 + 800x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leqslant 10 \\ x_1 + x_2 \leqslant 8 \\ x_2 \leqslant 7 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases} \qquad (1.6)$$

例 1.2　设某林场需配制一种灭虫药水 500 公斤，该药水是由甲、乙两种药水混合而成。按照两种药水的化学性质，在混合时，甲种药水的含量最多不能超过 400 公斤，乙种药水的含量最少不能少于 200 公斤，又知每公斤甲种药水为 8 元，乙种药水每公斤为 10 元，试问两种药水如何混合，才使成本最低？试建立线性规划模型。

设 x_1、x_2 分别表示甲种药水与乙种药水在 500 公斤混合药水中的含量，所以两种药水应满足下列约束条件：

$$x_1 \leqslant 400$$

$$x_2 \geqslant 200$$

$$x_1 + x_2 = 500$$

$$x_1, x_2 \geqslant 0$$

设混合药水的成本为 Z，则目标函数为：

$$Z = 8x_1 + 10x_2$$

由于例中的目标是要使成本最低，于是记成

$$minZ = 8x_1 + 10x_2$$

称 $minZ$ 为目标函数的最小值。

根据题意，例 1.2 的线性规划模型即为：

$$minZ = 8x_1 + 10x_2$$

$$\begin{cases} x_1 \leqslant 400 \\ x_2 \geqslant 200 \\ x_1 + x_2 = 500 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases} \qquad (1.7)$$

从上述例子可见,线性规划问题有以下三个共同特征:

(1)变量,又叫未知数。

它是实际问题中有待确定的未知因素,也称为决策变量。每个问题都有一组决策变量($x_1,x_2,\cdots,x_n$),这组变量的一组确定值就代表一个具体的规划方案。如例1.1中若(x_1,x_2)=(2,6),则代表甲种产品生产2个单位,乙种产品生产6个单位的一个生产方案。通常要求变量的取值是非负的。

(2)目标函数。

目标的确定是建立数学模型的关键。每个问题都有一个目标函数,它是决策变量的线性函数。按不同的要求,目标函数可以达到最大值或者最小值。如例1.1即求最大值,例1.2即求最小值。

(3)约束条件。

它是指实现系统目标的限制因素,它涉及到系统内部条件和外部环境的各个方面,对模型的变量起约束作用。约束条件是用线性不等式或等式来表示。

从上述三个特征明显可见:线性规划中的"线性"是用来描述两个或多个变量之间的一种正比例关系;"规划"就是使用某种数学方法使有限资源的利用达到最优

化。

下面写出线性规划数学模型的一般形式：

$$\max(\text{或}\min)Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leqslant b_1(\text{或} \geqslant b_1, \text{或} = b_1) \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leqslant b_2(\text{或} \geqslant b_2, \text{或} = b_2) \\ \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leqslant b_m(\text{或} \geqslant b_m, \text{或} = b_m) \\ x_1, x_2, \cdots, x_n \geqslant 0 \end{cases} \tag{1.8}$$

通常可简写为：

$$\max(\text{或}\min)Z = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i(\geqslant b_i, = b_i) \quad (i = 1,2,\cdots,m) \\ x_j \geqslant 0 \qquad (j = 1,2,\cdots,n) \end{cases} \tag{1.9}$$

其中 $c_j(j=1,2,\cdots,n)$ 为目标函数系数，$b_i(i=1,2,\cdots,m)$ 为约束条件的常数项，a_{ij} 为第 i 个约束条件中第 x_j 个变量的系数，Z 表示目标函数值，max 表示最大，min 表示最小。

通过上述实例可见，运用线性规划方法能解决经济资源的最优配置问题。然而，实际问题十分复杂，所提的要求和给定的条件是多种多样，因此在建立模型时，应明确问题，确定目标，收集资料，列出约束条件，在保证

模型质量的前提下，应使约束条件数量尽可能少些。为了熟悉线性规划问题的建模过程，下面再看两个例子。

例 1.3　生产计划问题

某厂计划生产四种产品，各种产品每件所需消耗的各类资源数量、各种产品的单价与各类资源的总限量，如表 1—2 所示。问该厂应如何生产使总收益最大？

表 1—2

资源＼产品	产品$_1$	产品$_2$	产品$_3$	产品$_4$	资源量
工时（小时）	2	4	1	2	60
原　料（吨）	3	2	2	0	80
机时（小时）	1	1	1	1	32
产品单价（万元）	3	1	1.5	3	

设 x_1、x_2、x_3、x_4 分别表示产品$_1$、产品$_2$、产品$_3$、产品$_4$的计划产量，则建立的数学模型应为：

$$maxZ = 3x_1 + x_2 + 1.5x_3 + 3x_4$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \leqslant 60 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leqslant 80 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leqslant 32 \\ x_1、x_2、x_3、x_4 \geqslant 0 \end{cases} \tag{1.20}$$

例 1.4　营养问题

设某人由于健康的需要，每日需要服用 A,B 两种维生素。其中 A,B 最少服用量分别为 9 个单位和 19 个单位。现有六种营养物每克含 A,B 维生素的单位数与六种营养物每克的单价如表 1—3 所示。问这六种营养物每日需服用多少克，才能以最少的费用摄取足够的 A,B 维生素？

表 1—3

维生素＼营养物	一	二	三	四	五	六	维生素最少需要量
A	1	0	2	2	1	2	9
B	0	1	3	1	3	2	19
单价(元)	3.5	3	6	5	2.7	2.2	

设 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5、x_6 分别表示每日需服用一、二、三、四、五、六种营养物的数量(克)，根据题意，其数学模型应为：

$$\min Z = 3.5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 2.7x_5 + 2.2x_6$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + 2x_6 \geq 9 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 \geq 19 \\ x_j \geq 0 \qquad (j = 1,2,\cdots,6) \end{cases} \tag{1.21}$$

资源最优配置的线性规划问题是大量的，除了上面涉及到的合理下料问题、生产计划问题、营养问题、最大利润等问题之外，还有生产布局问题、生产进度问题、连