

高 压 工 程

第 三 卷 第 一 册

〔苏联〕Л. И. 西洛琴斯基 主編

王 文 端 蔣 德 福 等 譯

中 国 工 业 出 版 社

73.14
207
23-1

高 压 工 程

第 三 卷 第 一 册

电力系统波过程和内部过电压

〔苏联〕Л.И. 西洛琴斯基 主编

王文端 蒋德福等 译



中国工业出版社

高压工程第三卷第一册討論波过程与电力系统的内部过电压。

本册共分六章。第一、二两章闡明有損导綫中波的傳播、波的折射与反射。第三章研究变压器与电机繞組內的波过程、波由一个繞組向另一个繞組的过渡，以及冲击試驗方法。第四章研討各种中性点接地方式下网络的性能，并敘述中性点經消弧綫圈接地时系統的工作情况。第五章研討开断电容电流与小电感电流时过电压的过程。第六章闡述共振性质的电压升高問題。

本书可作为高等工业院校动力和电力系的教学参考书，亦可供从事高压工程的技术人員参考。

本书第一章由胡世雄与黃齐嵩同志合譯；第二章由王文端同志譯；第三章第6与第8节由胡世雄同志譯，其他各节由蔣德福同志譯；第四章由陈維賢同志譯；第五章由陈慈萱同志譯；第六章由解广潤同志譯。

Л.И. Сиротинский

ТЕХНИКА ВЫСОКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ ВЫПУСК ПЕРВЫЙ

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ И ВНУТРЕННИЕ
ПЕРЕНАПРЯЖЕНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
СИСТЕМАХ

ГОСЭНЕРГОИЗДАТ МОСКВА 1959 ЛЕНИНГРАД

* * *

高 压 工 程 第三卷 第一册

电力系统波过程和内部过电压

王文端 蔣德福等 譯

*

水利电力部办公厅图书編輯部編輯(北京阜外月坛南營房)

中国工业出版社出版(北京佟麟閣路丙10号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第110号

中国工业出版社第一印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店經售

*

开本 $787 \times 1092^{1/16}$ ·印張26·插頁2·字数548,000

1964年10月北京第一版·1964年10月北京第一次印刷

印数0001—4,200·定价(科七)4.10元

*

統一书号: 15165·3110(水电-425)

32477/19

序 言

高压与超高压(330~500千伏)电力设备的迅速发展、原来工作于较低电压的设备广泛地改用于较高的电压,以及在阀型避雷器保护特性的重大改进方面取得的成就,这一切都对绝缘配合、过电压与过电压保护问题的提法发生了很大的影响,由于超高压的出现〔这种系统中有长距离的线路和复杂的网络结构(纵补偿与横补偿)〕,便可能发生一些新型的电压升高。

过去,对于220千伏及以下的电压等级,由简单的(没有磁吹灭弧的)阀型避雷器的保护特性出发,完全根据对大气过电压的防护来建立绝缘配合,其绝缘水平主要决定于大气过电压的作用。这些水平要高于操作中可能发生的电压升高,因此对于内部过电压注意得较少。绝缘配合的观念是依赖于设备的冲击特性,而绝缘等级则决定于全波与截波下的耐压。

阀型避雷器性能的少许改进,不能作为修订绝缘水平的依据,而主要是借以提高保护的可靠性。

使用磁吹熄灭续流电弧,可以大大增加续流,并能更充分地利用阀体耐热性的潜力,这就导致避雷器保护特性的显著改善,并有可能降低绝缘的冲击特性。仅仅这种情况就使得大气过电压与内部过电压两者对绝缘的要求互相接近起来。象前面所指出的,在超高压下内部过电压本身对绝缘的意义有所增长,因此,即使对于获得广泛发展的330千伏的设备来说,当选择绝缘水平时,必须在同等程度上考虑大气过电压和内部过电压。

应当指出,最近对于大气过电压保护的计算方法,特别是对于线路直击雷保护的计算方法,必须更为精确。

美国330千伏线路绝缘发生过未曾预料的闪络,而根据设计数据这些线路曾被认为是耐雷的,这就要求重新修订直击雷时确定塔顶电位的方法。于是希望更严格地去确定杆塔电感、接地电阻、避雷线对导线的屏蔽、耦合系数、电量作用等概念。为了更精确地决定其过程,曾经企图在麦克斯威尔电磁场方程式的基础上来建立直击雷保护的理論。考虑到当直击雷时在绝缘上可能出现极陡波头与极大幅值的波,就要求详细确定极短作用时间下的伏秒特性。雷云形成的理論,特别是雷闪放电(先驱闪电路径与主闪电路径)发展的理論,也要进一步精确化。

上述情况说明,在“过电压及过电压保护”课程的教科书与教学参考书中,应该考虑这种新的发展趋势,即除了大气过电压之外,还应对于内部过电压给予足够的注意,因为长线路的存在以及高压设备的结构(补偿、自耦变压器等等)使得这些过电压变得复杂化了。

07612

我們把“过电压”这卷书分成两册出版。正准备付印的第二册将包括大气过电压、閘型避雷器、絕緣配合以及綫路、变电所与发电厂的过电压保护等内容。

这本已出版的高压工程第三卷第一册包括两編，共分六章。第一編的前两章叙述考虑集肤效应损失与电晕损失的导綫上的波过程，并闡述波的反射与折射問題。

在这两章中，利用电工理論基础中已学过的一些規律，将其深化与扩展，并使其結合到过电压保护的一些措施。

本編的第三章探討变压器与电机繞組內的波过程問題。

論述了不考虑互感时繞組內波傳播的瓦格納的簡化理論。

还企图說明考虑互感方法时問題的提法。然后簡短叙述繞組的模拟方法，并足够完整地叙述了繞組間的波的过渡。

指出了变压器繞組結構的特点以及如何使沿繞組的电压与电位差更均匀地分布的一些措施。

其次，就制成的变压器的工业上冲击試驗方法以及最近关于此問題的情况，作了簡短的历史发展上的叙述，并且还对方法的应用予以說明。

本編最后对电机繞組內波过程問題的特点作了簡短的說明。

第二編(包括三章)讲述內部过电压。

在第四章內，闡明了中性点接地方式对可能的电压升高的影响問題。首先研究了中性点不接地系統单相电弧接地短路的过程。由于中性点不接地的网络在工作时会发生电压升高，这促使我們寻求某种中性点接地方式。最有特征的中性点接地方式有两种：第一种是“有效接地”或称之为“直接接地”，它可使网络的故障区段立即切除，并限制健全相上的电压升高；第二种是經過补偿对地短路电容电流的设备的接地。

考虑到补偿方法在苏联虽然采用較少，但是在世界范围內却应用极广，并且在与高压工程相接近的課程內，通常不作詳細研究，而对中性点有效接地的方式，則給予应有的注意，所以我們要足够詳細地讲到中性点經消弧綫圈接地的网络的工作历史及其特点。

在第五章內，我們研究了由于开断电容电流与小电感电流而引起的过电压問題。

因为这些过程与灭弧室的結構有着有机的联系，它們在电器課程內当然也要进行研討，但是毕竟在电器課程內，其主要注意力是放在对于某种灭弧室的极限可能开断的短路电流上，而不是放在“小”电流上，所以后者才是我們所研究的問題。

作为最后一章的第六章主要闡述“共振的”电压升高。其前半部分着重研究問題的理論方面，其中包括分諧波“共振”的产生条件。这是由于纵横补偿已被广泛

5120

采用，且在“纵联电容—横联电感”結綫方式中可能发生极大的电压升高。

然后又研究了与长綫路的特点有关的电压升高問題。

在本章的結尾，叙述了在无阻尼繞組的水輪发电机結綫方式中发生不对称短路时引起的高次諧波所产生的共振过电压。

本书可作为高等教育部批准的高压工程专业用“过电压”課程的教科书，同时亦可作为一些专业的“过电压”課程的教学参考书，例如在动力系內，要有单独一个学期的“过电压”課程，而且也有足够的授課时数与实验时数。

我們希望作为高压工作者的工程师們也会在本书中找到对他们有用的材料。

本书主要是由 Л. 西洛琴斯基所写的，仅第六章及第二章的最后一节除外。

第六章与第二章的最后一节是由高压工程教研室副教授 Л. Б. 拉杰維格所写；在第六章的最后关于动态过电压部分是由高压工程教研室研究生 И. И. 維列沙金所写。

原稿的个别章节曾經高压工程教研室成員 Л. Б. 拉杰維格、И. Б. 鮑里索格列勃斯基、Л. Ф. 德莫霍夫斯卡婭、Е. Я. 略栢柯娃、Г. М. 龔恰連柯詳細研究过。教研室助教 М. А. 阿朗諾夫分担了非常大量的工作，包括仔細地查閱全文与图表。

作者对于本书評閱人高等学位鉴定委员会的 С. М. 費尔吉克表示深切的謝意，他曾詳閱原稿，并提出許多宝貴的意見，这些意見在本书最后校訂时已加考虑。

作 者

目 录

序言

第一篇 波 过 程

第一章 导线中的波过程.....	1
1-1 导线中的波过程和过电压	1
1-2 长线的微分方程及其解法	4
1-3 电压作用于有限长的有损线路	12
a) 有损线路的方程	12
b) 有限长的伸长接地体	18
c) 外加电压或电流的波形对接地体电阻的影响	27
1-4 贝塞尔方程, 它们的解以及贝塞尔函数与算子式的关系	31
1-5 无限长无损线路中的波过程	39
a) L 、 C 、 r 的情况	40
b) 计及集肤效应时 L 、 C 、 r 的情况	44
c) 有电导 g 但无电阻 r 的线路	50
d) L 、 C 、 r 和 g 的情况	52
1-6 电量对波的衰减和波头陡度的影响	55
1-7 多导线系统	63
1-8 多速理论	73
参考文献	79
第二章 在保护结线中波的反射与折射.....	80
2-1 波由一个波阻的导线向具有其他波阻的导线过渡(导线无损)	81
2-2 通过电感 L 或越过电容 C 、波由波阻 z_1 向波阻 z_2 的过渡	84
2-3 通过导线串联波阻的波的过渡	91
2-4 雷击避雷针时的波过程	95
2-5 终端有电容的线路合闸于直流电压	100
2-6 波作用于 $L-C$ 振荡回路	107
2-7 保护结线中的阀型避雷器(PB)	112
a) 阀型避雷器的特性	112
b) 当波沿导线流动时 PB 上的电压	114
c) 波由两侧入射时的电压 u_p	116
d) 避雷器与有限长度 l 的引出线	117
e) 在导线 l 终端有电容存在时的波过程	120
f) PB- l - C 结线图示例	123
2-8 用特性线法计算线路上波的多次反射	127
a) 方法的基础	127
b) 以电阻闭合的线路合闸于直流电压	129
c) 拉开线路终端的电阻(图2-39)	131

1) 綫路合閘于交流电源	132
2) 包含几条綫路的結綫中的波过程	133
3) 在中間点含有結点的綫路上的波过程	135
4) 含有电感或电容的結綫中的波过程	136
5) 特性綫法对三相綫路的应用	136
参考文献	138
第三章 变压器和电机繞組中的波过程	139
3-1 引言	139
3-2 L 、 C 、 K 电路中的波过程	142
3-3 考虑变压器繞組中互感的方法	157
a) 概論	157
b) 阿貝蒂的“自感函数”	158
c) 考虑互感的方程	162
d) 彼尤利理論	168
e) B.A. 卡拉謝夫的簡化理論	174
3-4 繞組中波过程的模拟法	181
3-5 变压器繞組的波过程和結構的某些特点	187
3-6 大气过电压冲击波作用于一次繞組时电压向二次繞組的傳遞	198
a) 問題的一般特性	198
b) 貫通电流的磁感应(似穩态的)	201
c) 电压通过电容耦合向二次繞組的傳遞	206
d) 电压 U 作用于中性点不接地的一次繞組时,向中性点接地的二次繞組的电压傳遞	212
e) 电压不对称地作用于三相变压器	218
f) 調压变压器及自耦变压器中电压的傳遞	225
3-7 变压器的工业冲击电压試驗	230
a) 問題的一般特性	230
b) 檢驗結綫和試驗数据	240
3-8 旋轉电机繞組中的波过程	247
参考文献	259

第二篇 内部过电压

第四章 高压电网中性点的接地	266
4-1 中性点不接地系统中的单相接地过电压和补偿电容电流的方法	266
4-2 补偿电容电流的电网的运行特点	279
a) 补偿接地电容电流的电器设备。电器的联接及补偿电网的接地信号设备	279
b) 补偿电网中中性点的位移	288
c) 导綫电感对綫圈功率的影响	292
d) 双回綫路和横向补偿	294
e) 在补偿电网中残余电流电弧的熄灭	298

e) 在单元接线系统中发电机中性点经彼得遜线圈接地	303
4-3 电力系统中性点的大电流接地	307
a) 大电流接地系统和“有效”接地系统	309
b) 当 $\frac{x_0}{x_1} > 3$ 和 $\frac{r_0}{x_1} > 1$ 时中性点的接地	317
c) 发电机中性点的接地	319
参考文献	321
第五章 开断电容和电感时产生的过电压	323
5-1 概論	323
5-2 电容回路的开断	332
a) 三相結綫图	339
b) 电容开关	343
5-3 开断变压器和电抗器的励磁电流	347
5-4 开断电容电流及小电感电流的实验数据	359
参考文献	380
第六章 共振过电压和远距离输电系统中的过电压	383
6-1 在有集中参数的电路中的共振过电压	385
a) 非线性振荡回路的固有振荡	385
b) 調諧共振	390
c) 分諧波共振	394
d) 各相不对称开断时的过电压	403
e) 电力系统中性点的不稳定现象	411
6-2 远距离输电系统中的内部过电压	415
a) 远距离输电的結綫图	415
b) 远距离输电系统中的与纵补偿无关的过电压	417
c) 电量对于无载线路中过电压的影响	423
d) 对高次諧波共振时的过电压	428
6-3 与纵补偿有关的过电压	429
a) 分諧波共振	429
b) 切除在纵补偿电容器后面的短路时引起的过电压	432
6-4 在远距离输电中过电压的一般特性及其限制的可能性	433
6-5 在具有无阻尼繞組的水轮发电机的回路中当不对称短路时的过电压	436
a) 概論	436
b) 在发电机中两相不对称短路时发生的过程的物理描述	438
c) 动态过电压和 $\alpha, \beta, 0$ 坐标	440
d) 計算动态过电压的某些方法	442
e) 电压升高数值的实验数据	453
参考文献	456
附录	457

第一篇 波 过 程

第一章 导綫中的波过程

1-1 导綫中的波过程和过电压

在过电压发生和发展的现象中，以及在防止过电压的保护結綫中，导綫上的波过程起着重要的作用。时常还要考虑到导綫上的損耗。

导綫上波过程的古典理論基于这样的假設，即电阻、电感、电容及泄漏电导是恒定的，不随电流和电压而变。对于有限长的綫路，利用算子法及大家熟悉的展开定理，就可得到方程的解。至于无限长的綫路，則要应用比較生疏的貝塞尔函数，因此将需要一些附加的讲解。

为了計及电阻和电容与电压和电流的关系，古典的解法必須予以扩大并且把形式变换一下。在导綫上，以及在常常作为电流的返回导綫的大地中，波过程以很高的速度进行，同时产生极显著的集肤效应。导綫的高电位引起强烈的电量，从而增大有功和电容电导；电压越高，傳播速度和波阻变化程度越大。

当地中流散的电流的密度很大时，在伸长接地体表面附近的地中产生部分击穿，因此接地体的泄漏电导增加。

精确計及电阻和电容与电压和电流的复杂关系是困难的。常常只能滿足于古典解答的修正值或試驗数据。

在很多防止过电压的保护結綫中不必計及导綫上的損耗，因为具有主要意义的并不是波在导綫上的变形和衰减，而是当波侵到結綫中的有功及无功元件时的折射和反射。例如，要弄清楚串联于导綫間的电感对来波陡度的影响时，可以略去导綫上的損耗而没有明显的誤差，因为波头的变形基本上决定于电感。同样，

波侵到避雷器或电容上时，来波导綫被认为是具有波阻 $z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ 的理想导綫。

从这里不應該得出結論，认为导綫上損耗的作用的研究不值得予以严重注意。

一些使高压工作者极感兴趣的結綫其实都归結于具有分布电阻、电感、电容及电导的导綫。例如，为引导雷电流而用的有限长的或連續式的伸长接地体就是这样一种結綫。

有时，計及損耗允許降低对保护設備的要求。

終究，越是了解損耗的作用，就越有根据在适当的場合不考虑它。

为了給这些初步的說明以更具体的內容，我們簡短地談談从过电压防护方面取来的某些例子。

电压极高的(鉄塔)綫路防止直击雷作用的保护是由具有低接地电阻(約10欧)的避雷綫来实现的。当雷电流击于塔頂时，电压波沿杆塔往接地体运动，而沿避雷綫往相邻杆塔的接地体运动。

接地体常常制成从杆塔基础向外伸开的射綫形状。杆塔、避雷綫及接地体都是一定长度的綫路。假若我們把所有这些綫路都考虑得很复杂，我們就很容易在不具有决定性意义的細节中忽略了主要的。但另一方面，把問題簡化也必須是有一定根据的。

雷电流的大部分(約80%)沿杆塔往接地体运动，小部分沿避雷綫往相邻杆塔运动。我們知道，架空导綫的波阻值可估計为約450欧。杆塔的单位长度的电感較小而电容較大，可能有波阻約150欧(尙需視其結構而定)，即远远大于接地体的散流电阻。

杆塔上的波过程以接近于光速的速度傳播：其电的长度(即波从杆塔一端到另一端的行程時間)极小。这自然使問題簡化了。看来，考虑到波从接地体几乎全反射，常常可以不仅略去杆塔上的損耗，甚至連杆塔也以集中电感来代替(在第二章中这問題將比較詳細地討論)。

我們曾假設，接地体是制成射綫狀的，即具有分布的(而且不是恆定的)电阻、电感及电容的导体。从实用的观点来看，重要的是要知道：我們的接地体是否符合于或等值于从保护观点所希望的約10欧的电阻。按实质說，只有預先研究了簡單波形的电流或电压在伸長接地体上的过程之后，我們才能回答这个复杂的问题。并且只有在用古典法研究具有恆定 r 、 L 、 C 及 g 的有限和无限长导綫上的波过程的基础上，数学求解才是可能的。然后，由于主要参数并非恆定，必須引入修正值。这种研究使我們能够或多或少地有根据評價在复杂保护結綫中的接地体的作用。

如果土壤的电导系数很小〔例如 10^{-6} (欧·厘米) $^{-1}$ 〕，則接地体的为保护而必需的长度將如此大，以致相邻杆塔的接地体銜接起来，而我們就將碰到所謂連續式接地体，并能利用无限长的有損导綫的理論。

电压波从被击塔頂(它的电位随雷电流的增大而增高)沿避雷綫向相邻杆塔的接地体运动，在这些地方以相反的极性反射，反射波回到被击杆塔时，在这里又发生反射。連續反射的过程使回路的总电导增加。

雷电流虽然很大，但是由于它的值是受到限制的，因此在电流幅值出現时刻总的散流电阻足够小的話，保护綫路絕緣使不閃絡是可能的。

被击塔頂的电位如此之高(約1~2兆伏),使得在避雷綫上产生电量,从而增加了避雷綫的电容,降低了波的傳播速度,減小了避雷綫的波阻。沒有必要精确計及所有这些过程,但对古典解法作某些修正是必需的。

当避雷綫相对于輸电导綫而言布置正确时,雷电流直击于导綫的可能性是极小的。在雷击避雷綫或塔頂时,保証綫路絕緣上的电位差小于其冲击放电电压就够了。这电位差不仅决定于杆塔及其接地体上的电压降,还决定于沿避雷綫从被击杆塔往相邻杆塔流动的电压波在电力导綫上造成的感应电压。

与杆塔的电位(即杆塔及其接地体上的电压降)相比較,这些感应波使絕緣子串上的电位差降低了20~30%。当雷击于避雷綫中央时,避雷綫和导綫間的电位差也有类似的降低。虽然这种电压降低的主要部分是从理想綫路的公式得来,但是避雷綫的高电位及其电量显著地加强了这种效应,因而必須考虑到这点。

在沒有避雷綫的綫路上(在极少的情況下甚至有避雷綫时),直击雷可能直接击于輸电导綫上。从雷击点沿輸电导綫往变电所絕緣流动的电压波的幅值,决定于綫路絕緣閃絡以后流往地下的雷电流所造成的高电位。在对地絕緣很强并且沒有一般的良好接地体的木杆綫路上会产生特別高的电位。

变电所絕緣防止进行波的保护是由閘型避雷器来完成的,避雷器把它安装点的电压限制在变电所絕緣允許的水平上。高电压(尤其是极高电压)的变电所的配电装置是占地很广的,波在它上面的多次反射会在离避雷器較远的地方造成大大超过避雷器端电压的电压。侵入变电所的波的波头越陡,离避雷器較远的地方的电压超过避雷器端电压就越多。

进行波通常仅是一根輸电导綫被击时所产生的,因此波的电磁能量基本上集中在这根导綫和地之間,在这种情况下大地作为波的“返回”导綫(其他导綫也部分地参加这个过程)。由于导綫电量損耗以及地中集肤效应,这种波在前进时遭受很厉害的变形(其中也有陡度的变化)。

在低頻时作为回綫的大地有相当高的单位长度的电导,因为返回电流的密度很小,所以单位长度的压降仍是不大的。当波头的頻率很高时,返回的电流綫挤向地表面,而这就增加了地的电阻。

在电量影响下导綫的泄漏以及地中較高的損耗降低了作用到变电所絕緣上的波的陡度(在較小程度上也減低波的幅值),簡化了变电所中离避雷器較远地方的保护。

对变电所絕緣防止进行波的保护結綫的分析,实质上归結为把避雷器上的电压与变电所各点的电压作一比較。所謂“絕緣配合”,其目的就是使閘型避雷器的保护特性和变电所設備的絕緣水平之間協調一致。形式最簡單的結綫由下列部分组成:来波导綫、閘型避雷器、代表母綫和引向变压器的导綫的綫段,以及变压器的等值电容(在短时作用下)。

最感兴趣的是比較避雷器上的殘压(最大值)和电容(变压器)上的电压,由于振蕩过程,后者超过避雷器上的电压。这电压的幅值在很大程度上还和进行波的陡度有关。研究这种相当复杂的結綫(其中非綫性元件——避雷器也起着重要的作用)宜分为两阶段。

在第一阶段里,确定在各种損耗(集肤效应、电暈)的影响下往变电所的进行波波形的变化。通常是指波行走了1~2公里,这相应于变电所(发电站)的“进綫”长度。直接与变电所母綫相連的綫段称为进綫。这进綫段用避雷綫可靠地遮蔽起来,而它的杆塔很好地接地,因此雷綫击于导綫以及从接地的杆塔对导綫的反击实际上不会产生。

以这阶段作为一定的基础来估計侵入变电所保护結綫的波的可能最大陡度和振幅。

在第二阶段里,确定变电所里避雷器、变压器、开关等各处的电压,此时选取波的幅值和陡度要考虑到第一阶段的结果,但是現在来波綫路本身以及保护結綫所包含的其他綫路都已被視为理想(无损)綫路。

無論在这种情况下,还是在与保护結綫的分析有关的很多其他情况中,同时考虑綫路的損耗以及在反射和折射的作用下波的变形,都将引起不必要的麻煩。

我們所看过的那些例子可以毫不困难地加以扩大,它們使我們想到按这样的順序来叙述。第一章主要讲有損綫路本身的过程的研究。要討論有限长的有損空載或短路綫路,即綫路的首端和末端虽然有反射,但这些都是全反射,可能改变的只是反射波的符号,而不是它的波形。无限长的綫路根本没有反射波。在这一章里我們也列入所謂多导綫系統的闡述(在多导綫系統里,沿一根导綫前进的波在相邻的平行导綫上感应出电压和电流),但此地所指也仅是简单的边界条件的情况。在闡述这些以前,先有几节簡短讲述在研究有損导綫上的波过程时所应用的方法的特性。这几节簡要地复习了从电工基础課所熟知的东西,并且稍为扩大了关于貝塞尔函数及它与算子方程的关系的知識。

反射和折射起着主要作用的問題,以及更复杂的保护結綫(其中,綫路照例被視为理想綫路)放在第二章里讲。

1-2 长綫的微分方程及其解法

大家知道,单位长度的常数为 r 、 L 、 C 、 g 的长綫的微分方程可写成下列形式(距离从綫路首端算起):

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = ir + L \frac{\partial i}{\partial t}; \quad (1-1)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t} + gu. \quad (1-2)$$

把第一方程对 x 微分，第二方程对 t 微分，利用这两式我們得到对 u (同理也可得到对 i) 的二阶偏微分方程。

解偏微分方程的最简单方法是用算子 p 把它们化成二阶常微分方程。

微分方程(1-1)和(2-2)逐项乘以 e^{-pt} 并在从零到无限大的范围内对 t 积分。

这种变换称为拉普拉斯变换。在初始条件为零时， u 和 i 的变换函数为 $\bar{u}$ 和 $\bar{i}$ ，而 u 和 i 对时间的一次导数被变换为算子 p 乘以变换函数 $\bar{u}$ 和 $\bar{i}$ 。

要进行变换的函数的积分转变成除以 p 的变换函数。如果在被变换的方程中有常数，则可用除以 p 的同一常数来代替，因为

$$\int_0^{\infty} a e^{-pt} dt = \frac{a}{p}.$$

用这种方法，微分方程变换为含有参量 p 的常微分方程。

确定了变换后的方程的未知量之后，再经过反变换，该量就表示为时间的函数了。

一直到最近，苏联的书刊喜欢采用卡松 (Carson) 变换，而不是拉普拉斯变换。函数 $f(t)$ 的卡松变换按下式进行：

$$\varphi(p) = p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt,$$

即把拉普拉斯积分再乘以 p 。初始条件为零时，一阶导数在这两种情况中变换后所得的都是变换函数乘以 p ，但原始方程里的常数按卡松变换后仍是常数

$$p \int_0^{\infty} a e^{-pt} dt = a.$$

在最近的苏联书刊中，也开始倾向于采用拉普拉斯变换，例如1955年出版的莫斯科动力学院的电工基础教科书中主要应用了拉普拉斯变换，还有大家熟悉的很受欢迎的教材、M.И. 康托罗维奇所著“运算微积及电路中的不稳定现象”也是这样。然而很多专著和书籍都宁愿用卡松变换。计及零值初始条件时，用这两种方法变换的函数有很大的不同。

不久前(1954年)出版的 O.Γ. 金斯布尔格所著“电路中过渡过程问题的解法”一书中是采用卡松变换的。

按拉普拉斯法和卡松法所制的象函数和原函数的表仅差一个乘数 p 。例如，

e^{-at} 按卡松法变换为 $\frac{p}{p+a}$ ，而按拉普拉斯法为 $\frac{1}{p+a}$ 。

对于以后我们要讨论的一些简单情况，用卡松法比较方便，因为加于首端的恒定电压 U_0 变换后仍为 U_0 ，而不是 $\frac{U_0}{p}$ 。

因此，如假设合闸于电源以前线路上没有电压和电流，我们就得到算子方程

$$-\frac{d\bar{u}}{dx} = \bar{i}(r + Lp); \quad (1-3)$$

$$-\frac{d\bar{i}}{dx} = \bar{u}(Cp + g). \quad (1-4)$$

偏微分符号“ ∂ ”换成了“ d ”，因为现在 p 表示代数量或常数。 $\bar{u}$ 和 $\bar{i}$ 上的一横表明函数的变换。

将式(1-3)对 x 微分并把式(1-4)代入式(1-3)，就得到二阶常微分方程

$$\frac{d^2 \bar{u}}{dx^2} = (r + pL)(Cp + g)\bar{u} = \nu^2 \bar{u}, \quad (1-5)$$

式中

$$\nu^2 = (r + pL)(Cp + g).$$

用算子的形式表示，上式对电压的通解为：

$$\bar{u} = u_1 e^{-\nu x} + u_2 e^{\nu x}, \quad (1-6)$$

而对于电流则按照式(1-3)得：

$$\bar{i} = -\frac{d\bar{u}}{dx} \frac{1}{Lp + r} = \frac{\nu}{Lp + r} (u_1 e^{-\nu x} - u_2 e^{\nu x}), \quad (1-7)$$

式中 $\frac{Lp + r}{\nu} = \sqrt{\frac{Lp + r}{Cp + g}} = z_c$ 。此地 z_c ——线路波阻的算子式。因此，

$$\bar{i} = \frac{u_1 e^{-\nu x} - u_2 e^{\nu x}}{z_c}. \quad (1-8)$$

积分常数 u_1 和 u_2 只是 p 的函数而与 x 无关。

我们假设，长度为 l 的线路合闸于直流电压 U_0 ，而线路末端 ($x=l$) 连接着阻抗 $z(p)$ 。则从边界条件可以决定诸常数：

$$\text{当 } x=0 \quad u_1 + u_2 = U_0; \quad (1-9)$$

$$\text{当 } x=l \quad \bar{u}_1 = \bar{i}_1 z(p). \quad (1-10)$$

决定了 u_1 和 u_2 ，并且认为初始电压变换为 U_0 ，则得下式：

$$\bar{u} = U_0 \frac{z_c \operatorname{sh} \nu(l-x) + z(p) \operatorname{ch} \nu(l-x)}{z_c \operatorname{sh} \nu l + z(p) \operatorname{ch} \nu l}; \quad (1-11)$$

$$\bar{i} = \frac{U_0}{z_c} \frac{z_c \operatorname{ch} \nu(l-x) + z(p) \operatorname{sh} \nu(l-x)}{z_c \operatorname{sh} \nu l + z(p) \operatorname{ch} \nu l}. \quad (1-12)$$

曾经指出，我们这一章里将假设存在着简单的末端条件，即 $z(p) = \infty$ (线路空载) 或 $z(p) = 0$ (短路)。

完整的式子将在第二章里应用。

当 x 从线路首端算起，线路短路及空载时的方程具有下列形式：

空载的线路

$$\bar{u} = U_0 \frac{\operatorname{ch} \nu(l-x)}{\operatorname{ch} \nu l}, \quad (1-13)$$

$$\bar{i} = \frac{U_0}{z_c} \frac{\operatorname{sh} \nu(l-x)}{\operatorname{ch} \nu l}. \quad (1-14)$$

短路的线路

$$\bar{u} = U_0 \frac{\operatorname{sh} \nu(l-x)}{\operatorname{sh} \nu l}, \quad (1-15)$$

$$\bar{i} = \frac{U_0}{z_c} \frac{\operatorname{ch} \nu(l-x)}{\operatorname{sh} \nu l}. \quad (1-16)$$

如以 x 来代替 $l-x$, 就得到距离从线路末端算起的式子, 这使式子简化。

我们以后会看到, U_0 可能是代表任意形状的电压 $u(t) = U_0$, 但是现在我们只看 $\bar{U}_0 = U_0$ 的最简单情况。

当 r 、 L 、 C 及 g 是常数时, 算子方程的展开并不困难, 因为方程 $\operatorname{ch} \nu l = 0$ 和 $\operatorname{sh} \nu l = 0$ 的根很易求得(把虚幅角的双曲线函数变换为三角函数)。

显然,

$$\operatorname{ch} j \frac{(2k+1)\pi}{2} = \cos \frac{(2k+1)\pi}{2} = 0;$$

$$\operatorname{sh} jk\pi = j \sin k\pi = 0.$$

k 值是从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的所有整数。

因此, 在线路末端空载时

$$\nu_k l = j \frac{(2k+1)\pi}{2},$$

而短路时

$$\nu_k l = jk\pi.$$

因为 $\nu^2 = (Lp+r)(Cp+g)$, 故每一个 ν_k 对应于自己的 p_k 值。

知道了根 p_k 后, 我们应用展开定理, 就很容易得到解答。

在以后的叙述中, 我们主要将讨论合闸于直流电压的情况。在这种情况下, 式子的分母中不含有零值根和重根, 因而我们可以利用简单而大家熟悉的下列形式的展开式:

$$\varphi(t) = \frac{H(p)}{F(p)} = \frac{H(0)}{F(0)} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{H(p_k) e^{p_k t}}{p_k F'(p_k)}. \quad (1-17)$$

提醒大家, 如果分子和分母里都有零值根, 就可以上下消去一个 p 再利用上式。

空载线路和短路线路的求解方法是完全相似的, 我们只限于讨论末端空载的线路, 因为这种情况相应于伸长接地体, 它的过程是我们最感兴趣的。

我们指出了用展开定理来解方程的可能性。这种解称为富里叶解, 它由相应于强迫状态(稳态, $p=0$)的一项和自由振荡之和组成。也可以用另一种解法, 它称为达朗贝尔法或行波法。从这种方法得到的解的形式是直接给出作用在导线上的行波。在初始作用的行波上迭加以从线路末端和首端反射来的波, 而这些波(电压和电流)之和就给出每一瞬间在某一点 x 处的所求值。虽然在我们的情况中反

射是很简单的，但是在导线上有损耗时，初始波的决定也要求较复杂的数学工具和应用贝塞尔函数。

进行波在无限长的有损导线上的运动我们放在稍后面讨论。但是，如果我们已知初始波，则简单的反射也能较清楚地表达导线上的过程。

线路上没有损耗时，用达朗贝尔法极为简便，因为运动时不变形的初始波是已知的，而反射不改变波的形状。

简短地复习一下大家熟悉的无损空载线路的情况是有益的。我们用两种方法（富里叶和达朗贝尔）来讨论。先从富里叶法开始。在比较复杂的计及损耗的式子中这也有助于分析。

当 x 从线路末端算起，电压方程写成下列形式：

$$\bar{u} = U_0 \frac{\operatorname{ch} \nu x}{\operatorname{ch} \nu l};$$

$$\nu_k = p_k \sqrt{LC} = j \frac{(2k+1)\pi}{2l}.$$

稳态由下式决定

$$U_0 \left[\frac{\operatorname{ch} \nu x}{\operatorname{ch} \nu l} \right]_{x=0} = U_0.$$

为了求过渡过程分量，我们求得：

$$H(p_k) = U_0 \cos \frac{(2k+1)\pi x}{2l};$$

$$p_k F'(p_k) = p_k \left[l \operatorname{sh} \nu l \frac{d\nu}{dp} \right]_{p=p_k}' = p_k l j (-1)^k \sqrt{LC}$$

$$= -(-1)^k \frac{(2k+1)\pi}{2};$$

$$\frac{H(p_k)}{p_k F'(p_k)} = -(-1)^k U_0 \frac{\cos \frac{(2k+1)\pi x}{2l}}{\frac{(2k+1)\pi}{2}}.$$

应以所有 k 值的根相加，即 k 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 。但总和 $\sum_{-\infty}^{\infty}$ 可以 $\sum_{-1}^{-\infty} + \sum_0^{+\infty}$ 的形式表示，并且每两项归并在一起，如 $k=0$ 和 $k=-1$ 、 $k=1$ 和 $k=-2$ ，依此类推。在这种情况下，对于每一对 k 值， $(2k+1)$ 有同样的数值，但符号不同，同样 $(-1)^k$ 也是如此。同时每一对 p_k 有同样的数值和不同的符号。

因此逐项地：

$$\sum_0^{+\infty} \frac{(-1)^k \cos \frac{(2k+1)\pi x}{2l}}{\frac{(2k+1)\pi}{2}} = \sum_{-1}^{-\infty} \frac{(-1)^k \cos \frac{(2k+1)\pi x}{2l}}{\frac{(2k+1)\pi}{2}}$$