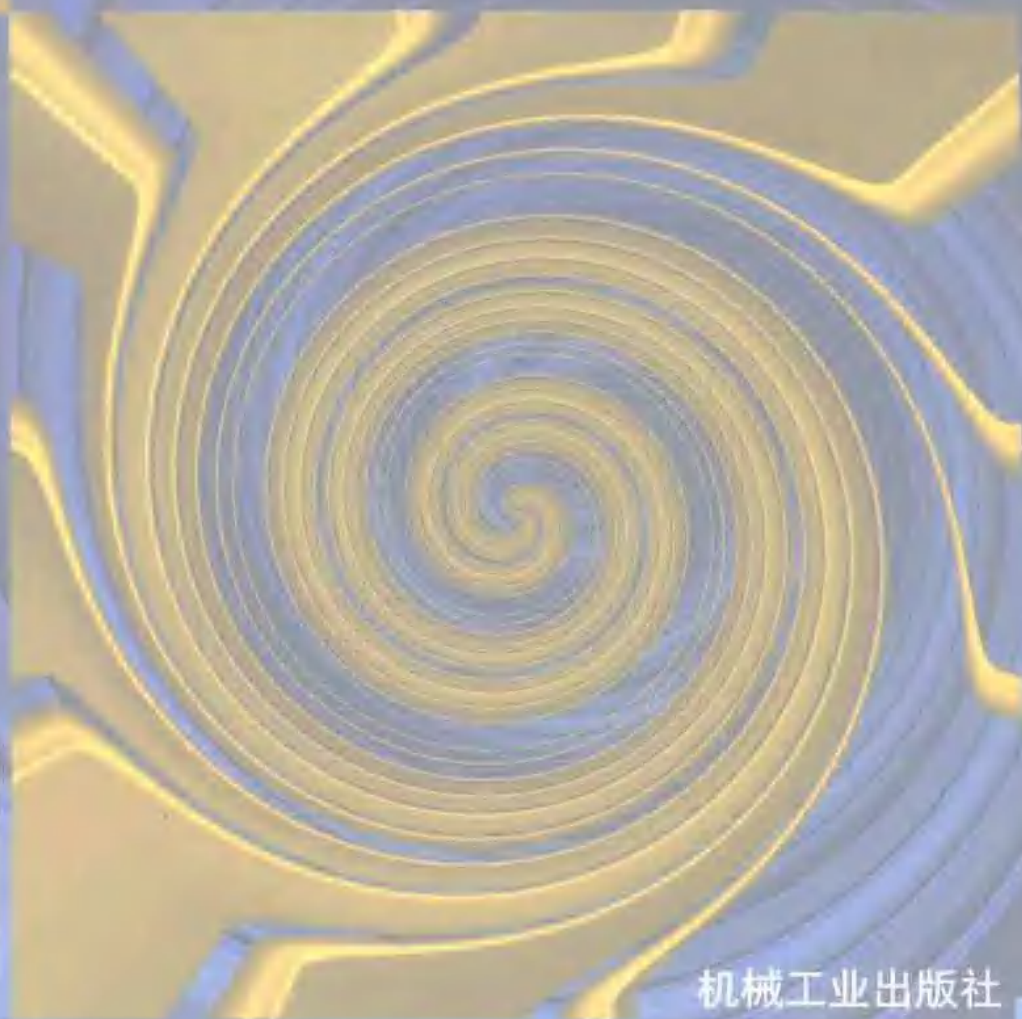


另旋玉宿几

涡旋压缩机

李连生 著



机

H46*
28

机械工业出版社

7445
L28

410597

涡旋压缩机

李连生 著



机械工业出版社

涡旋压缩机节能、高效,结构简单、可靠,在中小型制冷、空调及气体压缩领域应用前景广阔,是更新换代的新型压缩机。本书系统地介绍了有关涡旋压缩机的基本理论和专门知识及其应用。内容包括涡旋压缩机型线与几何学,动、静涡盘的力学分析,工作过程分析及模拟,排气孔口处气流脉动的分析计算,涡旋压缩机的结构,涡旋盘制造技术,涡旋机械的应用等。

本书可供制冷、空调、压缩机专业技术人员阅读,并可作为大专院校有关专业的参考书。

DL64/02

图书在版编目(CIP)数据

涡旋压缩机/李连生著. —北京:机械工业出版社, 1998. 4
ISBN 7-111-06026-1

I. 涡… II. 李… III. 压缩机, 涡流式-概论 N. TH45

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第25545号

出版人: 马九荣(北京市百万庄南街1号 邮政编码100037)
责任编辑: 蒋有彩 版式设计: 王颖 责任校对: 张媛
封面设计: 姚毅 责任印制: 路琳
机械工业出版社印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
1998年3月第1版第1次印刷
787mm×1092mm¹/₁₆·16.5印张·398千字
0 001—2500册
定价: 24.00元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

前 言

自本世纪 80 年代中期以来, 涡旋压缩机(又称涡卷式压缩机)以其结构紧凑、高效节能、微振低噪, 以及工作可靠性高等特点, 在小型制冷及空调领域获得越来越广泛的应用, 也因此成为压缩机技术发展的主要方向之一, 受到国际上的普遍关注。然而, 到目前为止, 国际上还没有一本专门论述涡旋压缩机基本理论及其专门技术的书籍。

在国内同行的关心与鼓励下, 作者总结了十余年来从事涡旋压缩机理论研究及开发应用研究的一些成果及经验, 参阅了国际上的一些研究内容撰成此书, 奉献给压缩机与制冷、空调领域的工程技术人员, 以期促进我国涡旋压缩机的发展。

本书从涡旋压缩机的基本理论(工作原理、涡旋型线构成)出发, 结合较多的插图, 对涡旋压缩机的工作过程、主要零件的受力分析、主要机构等作了详细介绍。为了满足开发工作的需要, 对涡旋盘的材料、加工方法与加工设备, 以及涡旋压缩机的一些实用结构也作了较大篇幅介绍。

本书经西安交通大学流体机械及压缩机国家工程研究中心主任束鹏程教授和机械工业部中国通用石化机械工程总公司高其烈教授级高工审阅, 对本书提出了许多宝贵意见, 借此表示衷心的感谢。由于作者水平所限, 书中难免有不妥之处, 敬请读者批评指正。

作 者

1997 年 3 月于西安交大

主要符号表

<p>a——正四边形边长；基圆半径；声速</p> <p>a_0——参考声速</p> <p>A——量纲为 1 声速；轴向气体力作用面积；换热表面积</p> <p>A_e——孔口有效流通面积</p> <p>A_m——排气孔口被侵入面积</p> <p>c——比热容</p> <p>c_p——比定压热容</p> <p>c_v——比定容热容</p> <p>D——管道直径</p> <p>dE——气体所带能量</p> <p>e——气体比内能</p> <p>f——气流摩擦系数</p> <p>F_a——轴向气体力</p> <p>F_r——径向气体力</p> <p>F_t——切向气体力</p> <p>q_m——质量流量</p> <p>h——涡旋型线高度；气体比焓</p> <p>l——线段长度</p> <p>L——泄漏线长度</p> <p>L_0——参考长度</p> <p>m——质量</p> <p>M_a——气体马赫数</p> <p>M_r——气体阻力矩</p> <p>N——压缩腔数；渐开线圈数；</p> <p>N_u——努塞尔数</p> <p>O_1——静涡盘中心</p> <p>O_2——动涡盘中心</p> <p>p——气体压力</p> <p>p_d——排气压力</p> <p>p_i——第 i 个压缩腔瞬时气体压力；内压缩终了气体压力</p> <p>p_b——背压腔中的气体压力</p>	<p>p_0——参考压力</p> <p>p_s——吸气压力</p> <p>P——功率；涡旋线节距；量纲为 1 压力</p> <p>P_{Bl}——平衡重扰动损失</p> <p>P_{d-j}——动、静涡盘之间的摩擦损失</p> <p>P_{d-o-s}——十字环、动涡盘、支架之间摩擦损失</p> <p>P_f——摩擦功率</p> <p>P_{er}——动涡盘端板扰动损失</p> <p>P_{e-d}——曲柄销与动涡盘之间摩擦损失</p> <p>P_r——普朗特数</p> <p>q——流体与工作表面之间的热流量</p> <p>Q——控制容积与外界换热量</p> <p>Q_0——压缩气体排量</p> <p>Q_{oil}——压缩腔内油吸热量</p> <p>r——主轴偏心量；转动半径</p> <p>R——气体常数；圆弧半径</p> <p>Re——雷诺数</p> <p>t——涡旋体壁厚；时间</p> <p>T——控制体内气体温度</p> <p>T_d——排气温度</p> <p>t_0——主轴一转所用时间</p> <p>T_s——吸气温度</p> <p>T_{s0}——进入压缩腔的油温</p> <p>u——排气孔口处气体流速；气体内能</p> <p>U——量纲为 1 速度</p> <p>v——比体积</p> <p>v_i——压缩终了气体比体积</p> <p>V——压缩腔容积</p> <p>V_b——背压腔容积</p> <p>V_c——压缩腔瞬时容积</p> <p>V_{cc}——压缩机吸气容积</p> <p>X——量纲为 1 坐标</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

- Z ——量纲为 1 时间
 α ——流量系数；对流换热系数；圆渐开线起始角
 β ——黎曼变量；夹角
 γ ——比热比
 ε ——形成容积比；压力比
 θ ——主轴转角
 θ_{is} ——开始侵入角
 θ_{ie} ——侵入结束角
 θ_s ——吸气结束角
 θ^* ——开始排气角
 κ ——等熵指数
 λ ——热导率
 μ ——接触面摩擦系数
 ρ ——气体密度
 ρ_i ——第 i 个压缩腔内气体压力比；内压力比
 ρ_0 ——参考密度
 ϕ ——圆渐开线展开角
 ψ ——单位气体质量受到的摩擦力
 ω ——角速度

下角标主要符号表

- c ——圆渐开线；瞬时值
 e ——压缩終了；流出
 i ——第 i 个压缩腔；流入
 l ——线段渐开线
 o ——滞止参数或参考参数
 s ——正四边形渐开线

目 录

前言	
主要符号表	
第 1 章 涡旋压缩机概述	1
1.1 涡旋压缩机的工作原理	1
1.2 涡旋压缩机的结构特点	3
1.3 涡旋压缩机的发展	3
第 2 章 涡旋压缩机型线	5
2.1 平面曲线啮合原理	5
2.2 用解析包络法求解平面啮合问题	10
2.3 涡旋压缩机理论型线	14
2.4 涡旋型线的修正	19
2.5 常用的涡旋型线	26
第 3 章 涡旋压缩机的几何学	27
3.1 基本几何关系及容积变化规律	27
3.2 内压缩与外压缩	64
3.3 吸排气孔口设计	65
3.4 基本参数的选择	68
3.5 型线类型对结构参数的影响	76
第 4 章 动静涡旋盘的力学分析	81
4.1 作用在动静涡旋盘上的气体力和力矩	81
4.2 作用于传动机构上的载荷	100
4.3 轴向气体作用力的平衡设计	110
4.4 传动机构的平衡设计	122
第 5 章 涡旋压缩机工作过程分析及模拟	126
5.1 基本关系式	126
5.2 内泄漏与外泄漏	129
5.3 传热	141
5.4 流动阻力	145
5.5 过压缩和欠压缩	148
5.6 机械摩擦	149
5.7 整机性能预测	151
第 6 章 涡旋压缩机的气流脉动	159
6.1 气流脉动的起因及其影响因素	159
6.2 瞬态气体流速及其影响因素	161
6.3 气流脉动的数值计算	168
6.4 背压腔中气流脉动的数值模拟	176
6.5 气流脉动规律	180
6.6 气流脉动的影响及减小脉动的措施	186
第 7 章 涡旋压缩机的结构	188
7.1 传动机构	188
7.2 偏心量自动调节机构	196
7.3 轴承及支承	200
7.4 密封及润滑	205
第 8 章 涡旋盘的制造	214
8.1 对涡旋盘的主要精度要求	214
8.2 涡旋盘的毛坯	216
8.3 涡旋盘的机械加工及其设备	218
8.4 涡旋盘加工精度的测量	225
第 9 章 涡旋机械的应用	230
9.1 制冷与热泵用涡旋压缩机	230
9.2 涡旋式空气压缩机	245
9.3 涡旋泵	248
9.4 涡旋式膨胀机及发动机	249
9.5 涡旋式真空泵	250
9.6 制冷工质替代技术	252
主要参考文献	254

第 1 章 涡旋压缩机概述

1.1 涡旋压缩机的工作原理

涡旋式压缩机是一种借助于容积的变化来实现气体压缩的流体机械，这一点与往复式压缩机相同。涡旋式压缩机的主要零件动涡盘的运动，是在偏心轴的直接驱动下进行的，这一点又与旋转式压缩机相同。涡旋式压缩机的压缩腔，既不同于往复式的又不同于旋转式的，故把它称作新一代容积式压缩机。

涡旋式压缩机的主要零件包括动涡盘、静涡盘、支架、偏心轴及防自转机构，这些零件的装配关系见图 1-1。

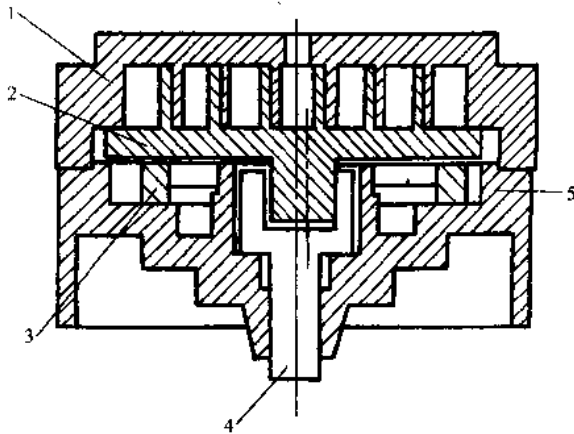


图 1-1 涡旋压缩机的主要零件

- 1—静涡盘 2—动涡盘 3—防自转机构
- 4—偏心轴 5—支架

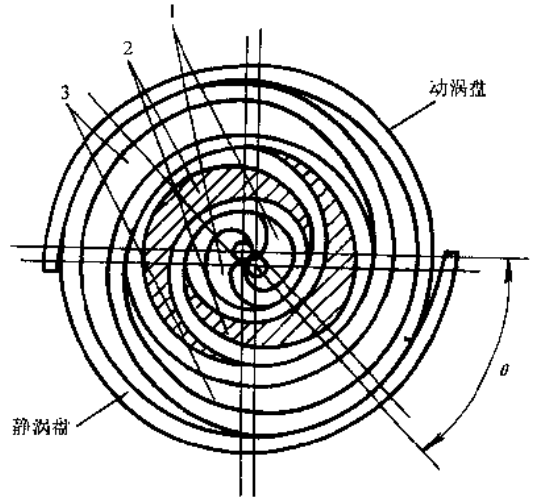


图 1-2 涡旋压缩机的压缩腔

- 1、2、3—压缩腔

动静涡旋盘的最常用型线是圆的渐开线及其修正曲线。下面以圆的渐开线涡旋型线为例来说明涡旋压缩机的工作原理。

把涡旋型线参数相同、相位差 π 、基圆中心相距 r (r 的取值与渐开线节距及壁厚有关) 的动涡盘与静涡盘组装后，可以形成数对封闭的月牙形容积腔。容积腔的轴向投影如图 1-2 所示。当偏心轴推动动涡盘中心（指基圆中心）绕静涡盘中心（指基圆中心）作半径为 r 的圆周轨道运动时，这些封闭的容积腔相应地扩大或缩小，由此实现气体的吸入、压缩和排气的目的。低压气体从静涡盘上开设的吸气孔口或动静涡旋盘的周边缝隙进入吸气腔，经压缩后由静涡盘中心处的排气孔口排出。

在图 1-2 中，动、静涡旋盘的型线为 3 圈，便形成了 3 对容积腔，分别用①、②、③表示，并依次称为中心压缩腔（即第一压缩腔，又称排气腔）、第二和第三压缩腔。动涡盘中心绕静涡盘中心的转动角，也就是偏心轴的曲柄转角，用 θ 表示。图中画阴影线部分表示第 2 压缩腔

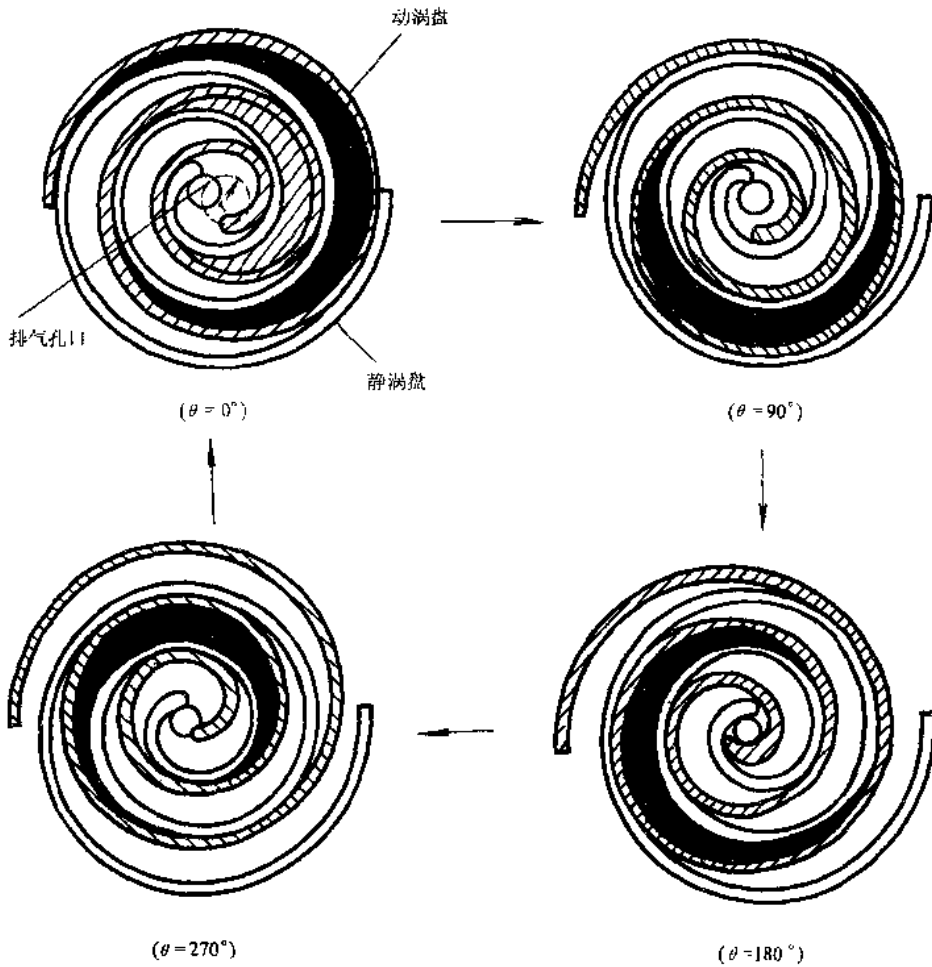


图 1-3 压缩过程示意图

对应于曲柄转角 θ 时的轴向投影面积。

图 1-3 是图 1-2 所示压缩腔的工作过程示意图。它表示 3 对容积腔在 4 个特定曲柄转角 (0° 、 90° 、 180° 、 270°) 时的瞬时位置。当 $\theta=0^\circ$ 时, 第三压缩腔刚好封闭, 压缩机的吸气过程结束, 这时第三压缩腔中充入的气体所占据的容积即为吸气容积, 相当于往复式压缩机的行程容积, 图中涂黑部分为该压缩腔轴向投影面积——一对对称的月牙形面积中的一个。随着主轴转角的增大, 月牙形面积逐渐减小, 依次由 $\theta=90^\circ$ 、 $\theta=180^\circ$ 、 $\theta=270^\circ$ 时对应的涂黑部分的面积表示。当 $\theta=360^\circ$ 时, 第三压缩腔完成对气体的压缩过程, 这时的压缩腔容积就是第二压缩腔的最大封闭容积, 即第二压缩腔充气终了时的容积 (对应的主轴转角为 0°), 其轴向投影面积如图中 $\theta=0^\circ$ 时的阴影线部分所示。中心压缩腔和第二压缩腔中的气体容积变化规律与第三压缩腔中的相同。

第三压缩腔在压缩气体的同时, 压缩机的吸气过程也在进行。第二压缩腔和中心压缩腔并不存在吸气过程, 只是在几何关系上按 2π 为一循环划分时, 分割为不同的压缩腔而已。涡旋式压缩机压缩气体的过程是连续进行的, 需要主轴转动数圈而非一圈, 但主轴每转一周即

可完成一次吸气。

需要指出的是，中心压缩腔中的气体并不受到压缩，其容积减小是一等压过程，即排气过程。中心压缩腔容积取得最大值时，不一定对应于 $\theta=0^\circ$ ，而与开始排气角有关。

只要注意到动涡盘上的任一点，都只能作半径为 r 的圆周轨道运动，就不难理解涡旋压缩机的工作原理。

1.2 涡旋压缩机的结构特点

从图 1-1 中可以看出，动涡盘被置于静涡盘和支架之间，可以沿轴向移动。当涡旋压缩机工作时，动涡盘在气体力作用下沿轴向与静涡盘脱离，增大涡盘顶部的气体泄漏通道面积，降低容积效率和热效率。因此，如何有效地平衡作用在动涡盘上的轴向气体作用力，成为涡旋压缩机能否获得良好性能的重要因素之一。

动涡盘在气体力作用下，有绕其中心自转的趋势。这种趋势破坏了涡旋压缩机的正常工作，必须予以限制。防自转机构设置在动涡盘与支架之间，常见的结构型式有十字滑环（又称十字联轴器）、圆柱销、球轴承、小曲柄轴等。十字滑环、圆柱销及小曲柄轴只能防止动涡盘的自转，而球轴承（一种特殊的结构型式）不仅能够防止动涡盘的自转，而且能够承受动涡盘传递的轴向气体力作用。

综合起来，涡旋压缩机有以下特点：

1) 多个压缩腔同时工作，相邻压缩腔之间的气体压差小，气体泄漏量少，容积效率高，可达 90%~98%。

2) 驱动动涡盘运动的偏心轴可以高速旋转，因此，涡旋式压缩机体积小、重量轻。

3) 动涡盘与主轴等运动件的受力变化小，整机振动小。

4) 没有吸、排气阀，涡旋压缩机运转可靠，且特别适应于变转速运转和变频调速技术。

5) 由于吸排气过程几乎连续进行，整机噪声很低。

6) 轴向和径向柔性机构提高了涡旋压缩机的生产效率，而且保证轴向间隙和径向间隙的密封效果，不因摩擦和磨损而降低，即涡旋压缩机有可靠的和有效的密封性。

7) 在热泵式空调装置中，涡旋压缩机有着良好的工作特性。

8) 动涡盘上承受的轴向气体作用力，随主轴转角发生变化，很难恰如其份地加以平衡，因此轴向气体力往往带来摩擦功率消耗。

9) 涡旋盘的加工精度，特别是涡旋体的形位公差有很高要求，端板平面的平而度，以及端板平面与涡旋体侧壁面的垂直度，应控制在微米级，因此，需采用专门的加工方法、加工技术和加工设备。

1.3 涡旋压缩机的发展

涡旋机械的构思，是本世纪初期法国工程师克拉斯（Cruex）提出的，并于 1905 年取得美国发明专利权。该发明专利阐述了一种新型旋转式发动机（Rotary Engine），其实它的工作原理就是如今人们所称的涡旋机械。

此后近 70 年间，涡旋机械并没有得到更深入的研究和发展。原因之一是它的重要性还未被人们充分认识，其次是没有高精度的涡旋型线加工设备。

进入本世纪 70 年代，由于能源危机的加剧及数控加工技术的发展，给涡旋压缩机的发展

带来了机遇。1972年,美国 Arthur D Little (简称 A. D. L) 公司成功地开发出压缩氮气的涡旋压缩机, 并把它用在远洋海轮上, 标志着涡旋压缩机实用化年代的到来。

1981年, 日本三菱重工 (MITSUBISHI HEAVY INDUSTRIES LTD) 推出了用于汽车空调的涡旋压缩机。它的起动力矩较小, 确保了发动机的正常工作。时隔两年, 日本日立公司开发出 2.2~3.7kW (3~5 匹马力) 的全封闭涡旋式压缩机, 并用于单元式空调机上。从此, 对涡旋压缩机的研究开发就成为压缩机技术发展的热点之一。

进入 90 年代, 涡旋式压缩机的系列化产品相继面世。日本松下电器公司生产出用于家用空调的小型全封闭涡旋压缩机。东芝公司推出了列车空调压缩机。美国凯利 (Carrier) 公司则在冷水机组上并联使用涡旋压缩机, 以提高整机制冷量。用于变频调速、压缩空气或其它用途的涡旋式压缩机也得到了快速发展。

美国考普兰公司 (Copeland Corporation) 是生产制冷压缩机的专业厂家, 尽管其涡旋压缩机的研究开发起步较晚, 但现在已成为设计技术先进、生产规模最大的涡旋压缩机生产厂家, 1996 年的产量达二百万台之多。

在我国, 涡旋压缩机的研究开发工作始于 1986 年, 经过十余年的努力, 已形成了比较成熟的涡旋式空调与制冷压缩机设计制造技术, 2.2~5.9kW (3~8hp) 的柜式空调用涡旋压缩机已工业化小批量生产, 其它特殊用途的涡旋式压缩机也正在研究开发之中。

综观国内外涡旋压缩机的研究开发现状、生产制造水平、以及市场的需求趋势, 今后一段时间内, 有关涡旋压缩机的研究动向可归纳为:

- 1) 降低生产制造成本被列为研究工作的首要任务之一。提高涡旋盘的生产效率, 设计出更加紧凑与更加适宜于工业化生产的结构都是直接的措施。
- 2) 通过压缩过程模拟及优化设计、采用新的材料与新的机构来减少机械摩擦损失、气体泄漏损失、传热损失和气流阻力损失, 提高涡旋压缩机的工作效率和工作可靠性。
- 3) 拓宽应用范围和使用领域, 实现产品系列化。扩大变频调速技术和热泵技术的应用。
- 4) 适应新的制冷工质对涡旋压缩机结构的要求。

第 2 章 涡旋压缩机型线

2.1 平面曲线啮合原理

实现涡旋压缩机正常工作的必要条件是,动涡盘与静涡盘的涡旋体在压缩腔内能够啮合。所谓啮合,是指静涡盘的涡旋体在压缩腔内的某一点,必有动涡盘涡旋体上的一点与之对应并实现瞬时接触。

用垂直于轴线的任一平面剖分动静涡盘的涡旋体,获得的平面组合是相同的。不计壁厚影响时,所研究的问题就变成平面曲线的啮合问题。为了研究涡旋压缩机的型线,首先介绍平面曲线的啮合原理。

研究动、静涡盘的涡旋体啮合时,一种情况是已知一个涡盘的涡旋体(型线)方程,利用啮合关系,求出另一个涡盘的涡旋体方程及两者之间的啮合特性。也可以利用动、静涡盘型线相位差 180° 的特点,直接导出另一个涡盘型线所满足的关系式。另一种情况是假设某一曲线(方程)可以构成涡盘的涡旋型线,利用啮合性要求,去证实这种构成的存在性,即所谓的啮合性。无论哪一种情况,都要找出两个坐标系之间的联系,也就是坐标变换。除非特别指出,本书均采用右手系空间笛卡儿坐标系。

坐标变换主要包括坐标系平移和坐标系旋转两种情况。

2.1.1 坐标系平移

图 2-1 所示的坐标原点不重合,但同名坐标轴是相互平行的坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 和 $O_2x_2y_2z_2$ 。设 O_2 在坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 中的坐标是 (a_x, a_y, a_z) , 空间任意一点 M 可用两种坐标表示, 设它在 $O_1x_1y_1z_1$ 系中的坐标为 (x_1, y_1, z_1) , 它在 $O_2x_2y_2z_2$ 系中的坐标为 (x_2, y_2, z_2) 。

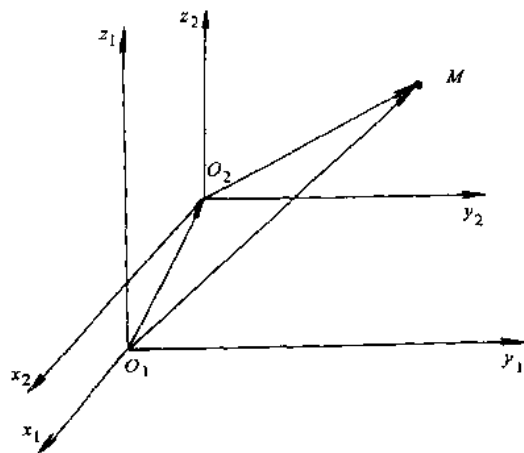


图 2-1 坐标平移

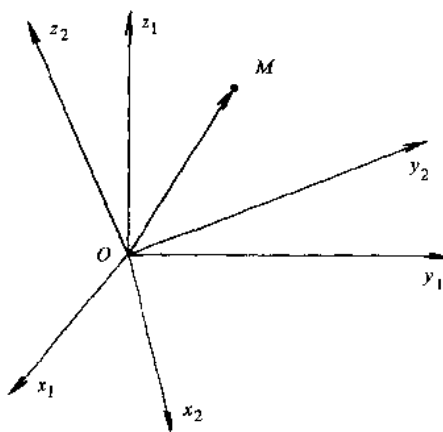


图 2-2 坐标旋转

由于

$$\overrightarrow{O_1M} = \overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2M} \quad (2-1)$$

可得在各坐标轴上的投影式为

$$\begin{cases} x_1 = x_2 + a, \\ y_1 = y_2 + a, \\ z_1 = z_2 + a. \end{cases} \quad (2-1a)$$

这就是空间直角坐标系的平移公式。

2.1.2 坐标系旋转

设两空间直角坐标系 $Ox_1y_1z_1$ 与 $Ox_2y_2z_2$ 有共同的原点, 如图 2-2 中的 O 点。两坐标系各坐标轴之间的夹角列于表 2-1。

表 2-1

	Ox_2	Oy_2	Oz_2
Ox_1	α_1	α_2	α_3
Oy_1	β_1	β_2	β_3
Oz_1	γ_1	γ_2	γ_3

空间任一点 M 在 $Ox_1y_1z_1$ 中的坐标为 (x_1, y_1, z_1) , 它在 $Ox_2y_2z_2$ 中的坐标为 (x_2, y_2, z_2) 。现在要确定 (x_1, y_1, z_1) 与 (x_2, y_2, z_2) 之间的关系。

设 $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$ 与 $\vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2$ 分别为坐标系 $Ox_1y_1z_1$ 及 $Ox_2y_2z_2$ 的单位矢量。由表 2-1 得

$$\begin{cases} \vec{i}_2 = \cos\alpha_1 \cdot \vec{i}_1 + \cos\beta_1 \cdot \vec{j}_1 + \cos\gamma_1 \cdot \vec{k}_1 \\ \vec{j}_2 = \cos\alpha_2 \cdot \vec{i}_1 + \cos\beta_2 \cdot \vec{j}_1 + \cos\gamma_2 \cdot \vec{k}_1 \\ \vec{k}_2 = \cos\alpha_3 \cdot \vec{i}_1 + \cos\beta_3 \cdot \vec{j}_1 + \cos\gamma_3 \cdot \vec{k}_1 \end{cases} \quad (2-2)$$

$$\text{又} \quad \overrightarrow{OM} = x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1 + z_1 \vec{k}_1 = x_2 \vec{i}_2 + y_2 \vec{j}_2 + z_2 \vec{k}_2 \quad (2-2a)$$

所以把式 (2-2) 代入式 (2-2a) 后, 有

$$x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1 + z_1 \vec{k}_1 = x_2 (\cos\alpha_1 \cdot \vec{i}_1 + \cos\beta_1 \cdot \vec{j}_1 + \cos\gamma_1 \cdot \vec{k}_1) + y_2 (\cos\alpha_2 \cdot \vec{i}_1 + \cos\beta_2 \cdot \vec{j}_1 + \cos\gamma_2 \cdot \vec{k}_1) + z_2 (\cos\alpha_3 \cdot \vec{i}_1 + \cos\beta_3 \cdot \vec{j}_1 + \cos\gamma_3 \cdot \vec{k}_1)$$

比较上式两端, 可得

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \cos\alpha_1 + y_2 \cos\alpha_2 + z_2 \cos\alpha_3 \\ y_1 = x_2 \cos\beta_1 + y_2 \cos\beta_2 + z_2 \cos\beta_3 \\ z_1 = x_2 \cos\gamma_1 + y_2 \cos\gamma_2 + z_2 \cos\gamma_3 \end{cases} \quad (2-3)$$

同理可以得到

$$\begin{cases} x_2 = x_1 \cos\alpha_1 + y_1 \cos\beta_1 + z_1 \cos\gamma_1 \\ y_2 = x_1 \cos\alpha_2 + y_1 \cos\beta_2 + z_1 \cos\gamma_2 \\ z_2 = x_1 \cos\alpha_3 + y_1 \cos\beta_3 + z_1 \cos\gamma_3 \end{cases} \quad (2-4)$$

式 (2-3) 和 (2-4) 就是空间直角坐标系之间的旋转公式。

坐标变换最一般的情况是坐标平移和旋转同时进行。由式 (2-1) 和式 (2-3), 可得任意空间直角坐标系之间的变换公式为

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \cos \alpha_1 + y_2 \cos \alpha_2 + z_2 \cos \alpha_3 + a_x \\ y_1 = x_2 \cos \beta_1 + y_2 \cos \beta_2 + z_2 \cos \beta_3 + a_y \\ z_1 = x_2 \cos \gamma_1 + y_2 \cos \gamma_2 + z_2 \cos \gamma_3 + a_z \end{cases} \quad (2-5)$$

对涡旋压缩机来说,垂直于轴线剖分涡旋体得到的任一投影面,具有相同的涡旋型线及其组合,因此,空间型面的共轭问题,可转换成平面曲线的啮合问题。平面直角坐标系 $O_1x_1y_1$ 与 $O_2x_2y_2$ 各坐标轴之间的夹角(对涡旋压缩机而言)见表 2-2。

参见图 2-3, O_2 在坐标系 $O_1x_1y_1$ 中的坐标 (a_x, a_y) 满足下式

$$\begin{cases} a_x = r \cos \theta \\ a_y = -r \sin \theta \end{cases} \quad (2-6)$$

式中, r 表示 O_1 与 O_2 之间的距离,即主轴偏心量或转动半径。

表 2-2

	O_{12}	O_{22}
O_{x_1}	$\alpha_1 (\pi)$	$\alpha_2 \left(\frac{\pi}{2} \right)$
O_{y_1}	$\beta_1 \left(\frac{\pi}{2} \right)$	$\beta_2 (\pi)$

将关系式 (2-6) 和表 2-2 中的有关数据代入式 (2-5) 中,并去掉涉及 z 坐标项,可得涡旋型线在平面直角坐标系之间的一般变换公式

$$\begin{cases} x_1 = -x_2 + r \cos \theta \\ y_1 = -y_2 - r \sin \theta \end{cases} \quad (2-7)$$

如果已知动涡盘涡旋型线上某点的坐标值,就可以利用式 (2-7) 求出静涡盘涡旋型线在其坐标系下与该点相对应的坐标值。值得注意的是,如果把静涡盘的坐标系旋转 180° ,并将其坐标原点移至动涡盘的坐标原点,则动静涡旋盘的涡旋型线应该是完全重合的。

假定某一曲线能够构成涡旋型线,取曲线上任一点,先计算它在坐标系 $O_2x_2y_2$ 中的坐标值,然后利用关系式 (2-7),计算它在 $O_1x_1y_1$ 中的坐标值,再按图 2-4 的计算与判定步骤,即可判定该点是否啮合,即该曲线能否构成涡旋型线。图 2-4 中的 \vec{n}_a 与 \vec{n}_b 分别表示 a 点和 b 点的切向矢量。

需要注意的是,利用式 (2-7) 进行坐标转换时,需要首先确定 O_1 与 O_2 之间的距离。这一距离与型线的节距和涡旋体壁厚有关,其关系式将在下一节作详细推导。

为了求出啮合曲线的解析关系式,只有式 (2-7) 是不够的,还必须导出动坐标系之间的变换关系。

涡旋压缩机的工作过程,相当于动、静涡盘分别绕基圆中心,同步转动,如图 2-5 所示。建立相应的坐标系于图 2-6。

首先,建立静坐标系。在图 2-6 中, O_1 与 O_2 为基圆中心,即两静坐标系的原点。 $r = \overline{O_1O_2}$ 为静坐标系原点之间的距离。

其次,建立两个动坐标系。这两个动坐标系分别固结于两个涡盘上,并随涡盘一起转动。

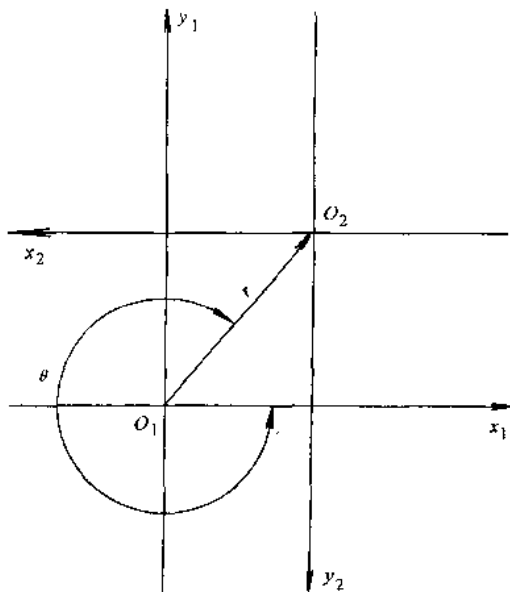


图 2-3 坐标变换

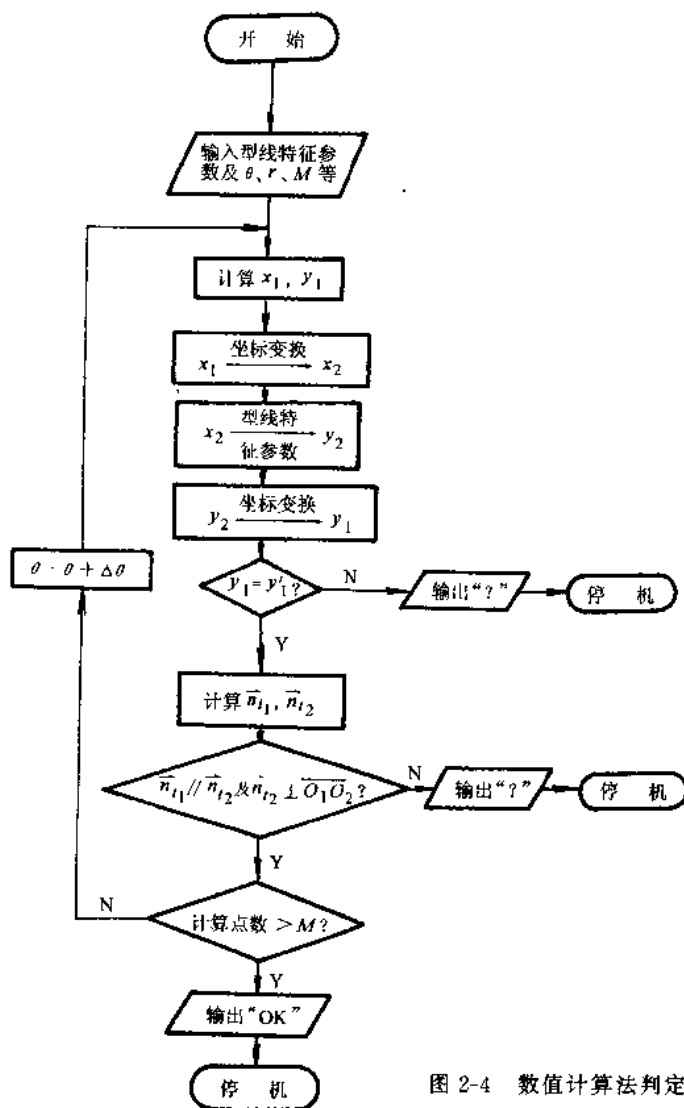


图 2-4 数值算法判定涡旋型线的计算机框图

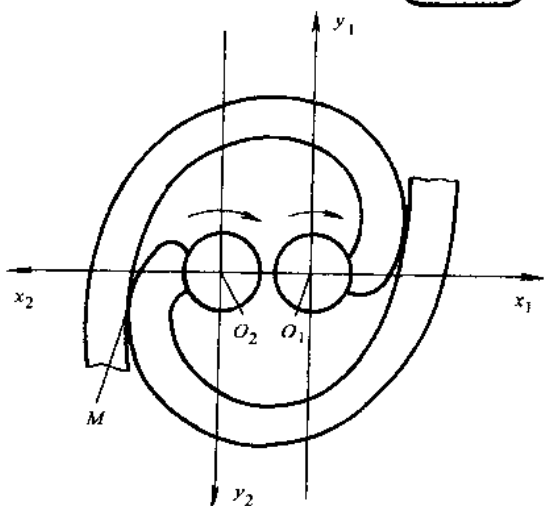


图 2-5 动、静涡盘的同步转动

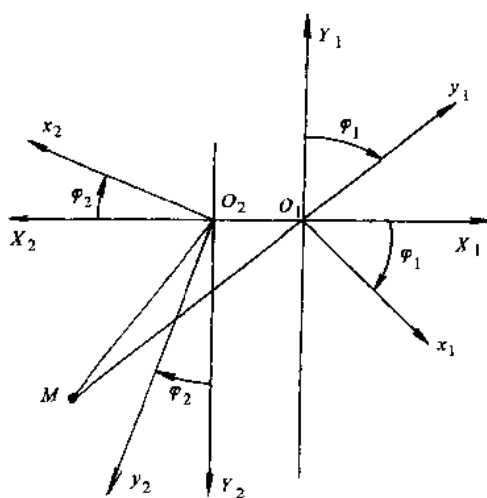


图 2-6 动、静涡盘同步转动的坐标系

一个动坐标系的原点在 O_1 , 轴 O_1x_1 及轴 O_1y_1 分别相对于原始位置 (静坐标轴 O_1X_1 及 O_1Y_1) 转过角度 φ_1 ; 另一个动坐标系 $O_2x_2y_2$ 的原点在 O_2 , 轴 O_2x_2 及轴 O_2y_2 分别相对于原始位置 (静坐标轴 O_2X_2 及 O_2Y_2) 转过角度 φ_2 。M 点是密封点, 即啮合点。

在这里, 大写字母 (X, Y) 表示在静坐标系 OXY 上的坐标, 小写字母 (x, y) 表示在动坐标系 Oxy 上的坐标, 角注“1”与“2”分别表示静涡盘及动涡盘。

利用坐标变换基本公式(2-5), 可求得空间啮合系统各坐标系之间的变化公式或平面啮合曲线各坐标系之间的变化公式。

(1) 动坐标系与静坐标系之间的变换

1) $O_1X_1Y_1$ 与 $O_1x_1y_1$ 之间的变换 这两个坐标系各坐标轴之间的夹角由图 2-6 得到, 并列于表 2-3 中。

由式 (2-5), 并去除 z 项后, 得

$$\begin{cases} X_1 = x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \varphi_1 \right) \\ Y_1 = x_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right) + y_1 \cos \varphi_1 \end{cases}$$

化简后得坐标变换式为

$$\begin{cases} X_1 = x_1 \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 \\ Y_1 = x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1 \end{cases} \quad (2-8)$$

2) $O_2x_2y_2$ 与 $O_2X_2Y_2$ 之间的变换 这两个坐标系的各坐标轴间的相互关系与表 2-3 类似, 故可直接写出其间的坐标变换公式

$$\begin{cases} X_2 = x_2 \cos \varphi_2 - y_2 \sin \varphi_2 \\ Y_2 = x_2 \sin \varphi_2 + y_2 \cos \varphi_2 \end{cases} \quad (2-9)$$

(2) 静坐标系 $O_1X_1Y_1$ 与 $O_2X_2Y_2$ 之间的变换

如式(2-7)所示, 即

$$\begin{cases} X_1 = -X_2 + r \cos \theta \\ Y_1 = -Y_2 - r \sin \theta \end{cases} \quad (2-10)$$

(3) 动坐标系 $O_1x_1y_1$ 与 $O_2x_2y_2$ 之间的变换

将式(2-8)和式(2-9)代入式(2-10), 化简后得到两动坐标系 (x_1, y_1) 与 (x_2, y_2) 之间的变换公式为

$$\begin{cases} x_1 = -x_2 (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) + y_2 (\sin \varphi_2 \cos \varphi_1 - \cos \varphi_2 \sin \varphi_1) + r (\cos \theta \cos \varphi_1 - \sin \theta \sin \varphi_1) \\ y_1 = x_2 (\cos \varphi_2 \sin \varphi_1 - \sin \varphi_2 \cos \varphi_1) - y_2 (\sin \varphi_2 \sin \varphi_1 + \cos \varphi_2 \cos \varphi_1) - r (\cos \theta \sin \varphi_1 + \sin \theta \cos \varphi_1) \end{cases}$$

进一步化简后得

$$\begin{cases} x_1 = -x_2 \cos (\varphi_1 - \varphi_2) + y_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_1) + r \cos (\theta + \varphi_1) \\ y_1 = x_2 \sin (\varphi_1 - \varphi_2) - y_2 \cos (\varphi_1 - \varphi_2) - r \sin (\theta + \varphi_1) \end{cases} \quad (2-11)$$

式(2-11)就是平面啮合的动坐标变换公式。

从前面的分析中可知, 涡旋压缩机的涡旋型线是以相位差 180° 组装的, 工作时其基圆中心之间的距离保持定值 r 。这说明, 涡旋型线正常啮合的前提条件之一是 $\varphi_1 = \varphi_2$, 故式(2-11)可简化为:

$$\begin{cases} x_1 = -x_2 + r\cos(\theta + \varphi_1) \\ y_1 = -y_2 - r\sin(\theta + \varphi_1) \end{cases} \quad (2-12)$$

同理可得:

$$\begin{cases} x_2 = -x_1\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + y_1\sin(\varphi_2 - \varphi_1) + r\cos(\varphi_2 + \theta) \\ y_2 = x_1\sin(\varphi_2 - \varphi_1) - y_1\cos(\varphi_2 - \varphi_1) - r\sin(\theta + \varphi_2) \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} x_2 = -x_1 + r\cos(\varphi_2 + \theta) \\ y_2 = -y_1 - r\sin(\theta + \varphi_2) \end{cases} \quad (2-13)$$

2.2 用解析包络法求解平面啮合问题

2.2.1 求给定曲线的共轭曲线

设已知动涡盘的涡旋型线(曲线),其方程为

$$\begin{cases} x_2 = x_2(t) \\ y_2 = y_2(t) \end{cases}$$

其共轭曲线(静涡盘的涡旋型线),当然是表示在静涡盘的动坐标系上,曲线方程的求取步骤如下。

(1) 找出静涡盘型线相对于动涡盘运动的曲线簇方程

这可通过动坐标变换式(2-12),将 (x_2, y_2) 变换到 (x_1, y_1) 得到

$$\begin{cases} x_1 = x_1(t, \varphi_1) \\ y_1 = y_1(t, \varphi_1) \end{cases} \quad (2-14)$$

出现了两个参数,因此是曲线簇方程。每一个 φ_1 值对应着一条曲线方程

在此曲线簇中的两个参数 t, φ_1 有不同意义: t 表示原来曲线(动涡盘)型线的参数,称作曲线参数; φ_1 是表示曲线簇中某一条曲线位置的参数,显然它与动、静涡盘型线的相对位置有关,称为位置参数。

(2) 找出曲线簇(2-14)的包络 y_1 条件

根据包络的概念可以知道,曲线簇中的任一条曲线上总有一点在包络线上。例如图 2-7 中, $\varphi_1 = \varphi_1$ 时的曲线 2 上的点 $M(x_1, y_1)$ 在包络线 1 上。这就是说必须找到对应的 t 与 φ_1 , 才能得到曲线簇的包络线。这个 $t-\varphi_1$ 的关系, 写成函数形式 $f(t, \varphi_1) = 0$ 或 $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, 就称为曲线簇的包络条件式。因此,问题的关键是求函数 $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ 。

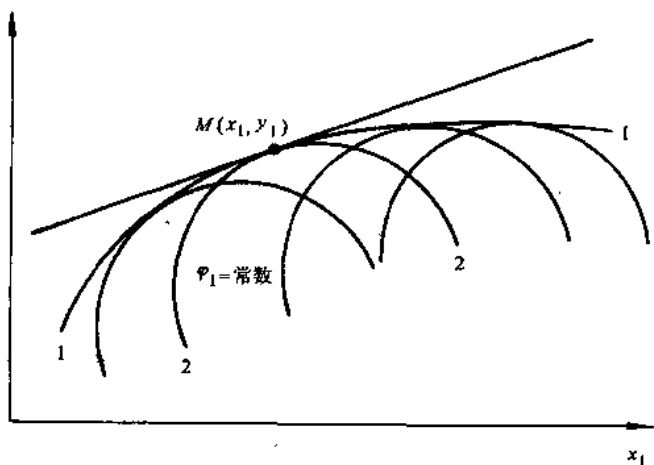


图 2-7 曲线簇包络的几何意义

若曲线 1 是曲线簇的包络线,则它与曲线簇中某一条曲线($\varphi_1 = \varphi_1$)必公切于一点 $M(x_1, y_1)$ 。

把包络条件式的显函数形式 $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ 代入曲线簇方程(2-14),就是曲线簇的包络线方程: