

本书原为大学土木工程或结构工程高年 级的教材。书中分别以铰接桁架和刚架来讲述结构分析的基本理论，采用了一套词汇解释功的定理，并着重讲述虚功原理。叙述中一开始就引用矩阵符号，并详细讨论力和位移的变换。每章均有丰富的例题，并有带答案的习题。

本书可用作工科大学的结构力学教学参考书，也可供一般科技人员参考。

* * *

本书由下列同志翻译：赵超燮译序言、词汇、第一、二、九、十四章；江素华译第三章；冯福瑶译第四章；陶振宗译第五、八章；郭崇梅译第六、十章；寿楠椿译第七章；刘荷译第十一、十三章；马恩惠译第十二章；袁跃明译第十五章；辛国荣译第十六章；陈绍常译第十七章。全书由赵超燮初校，钟明、林冠冕复核，最后由赵超燮负责校订和整理全部译稿。

BASIC CONCEPTS OF STRUCTURAL ANALYSIS

A.S.Hall A.P.Kabaila

Pitman Publishing·LONDON

John Wiley & Sons·NEW YORK

1977

* * *

结 构 分 析 原 理

赵 超 燮 等 译

*

中国建筑工程出版社出版(北京西郊百万庄)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

*

开本：850×1168毫米 1/32 印张：12 $\frac{1}{2}$ 字数：334 千字

1981年4月第一版 1981年4月第一次印刷

印数：1—13,550册 定价：1.55 元

统一书号：15040·3895

译校者的话

近一、二十年来，由于电子计算机的应用，使结构力学发生了深刻的变化。如何从古典的结构力学教材，过渡到适应计算机要求的结构力学教材，原书在这方面作出了努力。首先从一开始就引用了矩阵符号，由浅入深地反复讲述各种功的原理和应用。同时通过例题讲述用计算机求解杆系结构的方法步骤，以及应该注意的问题。因此，我们认为翻译这样一本书，或许能给我国的结构力学教学工作提供一些素材，为祖国早日实现四个现代化做点贡献。

在整理翻译稿件时，为使书中的编排更加醒目些，凡矩阵、行阵或列阵（向量），均采用黑体字来表示，并对原书进行了统一，如

$[\]$ ——矩阵；

$(\)$ ——行阵，行向量；

$\{ \}$ ——列阵，列向量；有时为了节省篇幅，而将列阵横写。

原书是统一采用下列符号表示向量和矩阵的：

u ——除支座外的节点位移列阵；

d ——支座位移列阵；

$q = \{ u : d \}$ ——节点位移的全集合；

e ——各杆变形列阵；

$\{ q : e \}$ ——位移场的全集合；

P ——除支承点外的节点作用力列阵；

R ——反力列阵；

$Q = \{ P : R \}$ ——外力的全集合；

N ——内力列阵；

$\{Q : N\}$ ——力场的全集合；

X ——多余力列阵；

k ——杆件（单元）刚度矩阵；

f ——杆件（单元）柔度矩阵；

K ——结构刚度矩阵；

F ——结构柔度矩阵；

C ——联络矩阵；

A ——杆件座标系与结构座标系之间的位移变换矩阵；

H ——杆件座标系与结构座标系之间力的变换矩阵。

应该注意的是，凡字母上面有横线“—”的表示杆件座标系的量，另外要区分 k 与 K 。

单位按原文排印而未作翻译，常用的有：

N, kN——牛顿，千牛顿——力的单位；

Nm, kNm——牛顿米，千牛顿米——力矩的单位；

MPa = N/mm²——这是应力、弹性模量的单位；

rad——弧度。

为了便于读者对照，以及统一全书的译名，特编辑了译名表附于书后。

在翻译过程中，根据我们的理解，对原书的一些错误进行了改正，除个别改动较大的外，在译文中就不再加注说明。但限于我们的业务和外文水平，译文不当之处，尚祈读者批评指正。

序 言

本书主要是为土木工程或结构工程专业高年级学生编写的一本教材。假定读者已经学过静力学和梁的基本理论。在开始几章中有一小部分内容是与学生已学过的知识重复的，但为了给主要论述作好过渡准备，再复述一下还是必要的。

结构分析这个学科是比较简单的学科之一。已适当掌握力学原理并具有一般水平的学生，是不难把学过的原理应用到结构分析中去的。然而，根据我们的经验，有很多学生对这个学科仍然感到相当困难，这是由于下述的一些原因造成的。

第一，有些惯用语的解释不够明确。比如，初等力学中对“功”所下的定义在实践中就很少应用。当弹性杆由于力 P 引起伸长 e 时，所作的功为 $Pe/2$ 。但经常有人问：“为什么不是 Pe ？”这个简单的问题，暴露出这里所涉及的数量和初等力学中所讨论的较抽象的数量之间存在混淆。由于这类原因，我们认为有必要引入几个新的术语。

通常所用的“能量定理”这个术语可能使学生认为它是与“能量守恒”原理有关的。为避免这样的错觉，本书把这些定理叫做“功的定理”。我们已经指出：各种形式的功的定理相互间关系是非常密切的——几乎是一样的，并且在结构分析中只有几个是真正的基本定理。

第二，学生们要求对有关力系和位移系变换，以及这些变换之间的关系有一个清楚的解释，但经常找不到这样的解释。而这是结构分析方法的基础。

本书的目的是想清楚地解释这些原理，并且采用一套词汇，以期至少可以避免目前的一些混淆现象，使这些原理适用于解决学校课程以内的问题，并能给实践中所遇到的其它广泛问题指出

解决的途径。因此，本书定名为“结构分析原理”。

本书一般是根据虚功原理来阐述的，并尽可能将应用范围不广的特殊方法加以省略。我们觉得，这些特殊方法很容易搞混本学科基本主题的统一性和简明性，比如，面积矩法只能适用于很小范围的问题。甚至这些问题用虚功原理也可以很容易地求解，而虚功原理则可以应用于所有的结构问题。

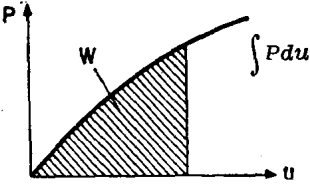
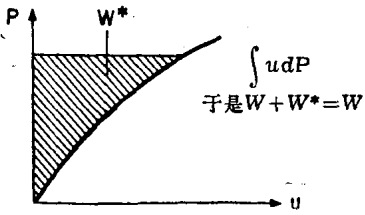
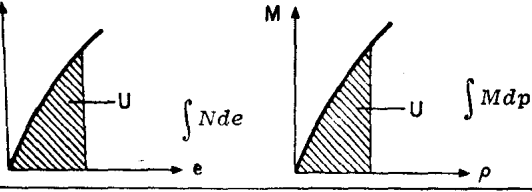
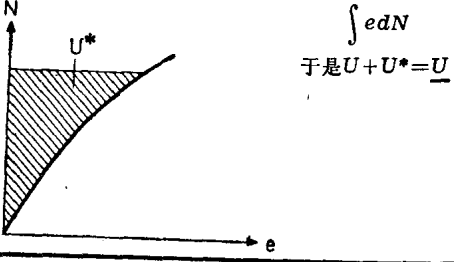
书中内容分为两个阶段。在第一～九章中，在阐明所有原理的同时，讲述了如何应用这些原理来分析铰接桁架。桁架中力场和位移场比较简单并且容易想象。希望通过这几章能使学生清楚地和充分地了解有关原理和定理的意义。

在第十～十七章中，按照大致相同的顺序应用这些原理以分析具有弯曲变形的刚架。可以看出，将所用术语赋予较广泛的意义后，对稍为复杂的结构进行分析，就几乎与简单桁架是一样的了。很明显，这种方法也可以推广于其它类型的结构。

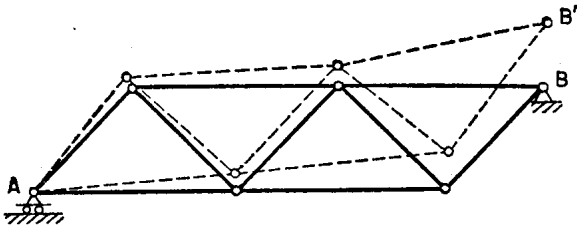
A·S·哈 尔

A·P·凯培拉

术语汇编

需要解说或采用的量、特性或条件	术语和符号
(1)外力与其共轭位移的乘积	外乘积功 $\underline{W}$
(2)当外力作用点移动时外力作的功 	位移功 $\underline{W}$
(3)在(2)中所作功的余功 	力功 W^*
(4)内力与其共轭变形的乘积	内乘积功 $\underline{U}$
(5)当发生共轭变形时内力所作的功 	应变功 $\underline{U}$
(6)在(5)中所作功的余功 	应力功 U^*

续表

需要解说或采用的量、特性或条件	术语和符号
注：对U不采用术语“应变能”，这是因为： (1) 应变功不都是可恢复的，即这一体系不都是守恒的 (2) 各种功的定理与能量守恒原理成立与否无关	•
(7) 结构的一组内部变形e与结构位移q之间的关系，尽管可能违反支承条件(边界条件)，但在结构内部仍要保持连续性 这是e与q关系的一个特性 	几何一致性
(8) e与q之间的关系既满足连续性，同时q也满足支承条件 这是e与q关系的一个特性，同时也是对q的一个限制	协调
(9) 结构的一组反力R、内力N与某组外力P之间的关系，能使得结构内任一点处于平衡，虽然外力可能不是给定的 这是R、N与P关系的一个特性	静力一致性
(10) 结构的一组反力R、内力N与一组外力P之间的关系，能使得结构内任一点处于平衡，而P是给定的作用力 这是R、N与P的关系的一个特性，同时也是对P的一个限制	平衡

目 录

译校者的话

序言

术语汇编

第一章 绪论 1

第一节 结构分析的任务 1

第二节 结构的理想化 2

第三节 本书的编排 3

第二章 小型铰接桁架 5

第一节 静定和超静定 5

第二节 静定桁架——力和位移 6

第三节 超静定桁架——力法 11

第四节 超静定桁架——位移法 13

第五节 小结 16

习题 17

第三章 功的原理 22

第一节 乘积功的定义 22

第二节 功的定理 22

第三节 虚力原理 27

第四节 虚位移原理 33

第五节 转移系数 35

习题 36

第四章 静定桁架 41

第一节 简单桁架的内力 41

第二节 任意桁架的内力——稳定条件 47

第三节 节间荷载 53

第四节 桁架的变形 54

第五节 桁架的柔度系数 57

习题	60
第五章 超静定桁架——力法	72
第一节 两次超静定桁架	72
第二节 超静定桁架的一般解法	78
第三节 反力作为多余力	78
第四节 温度变化引起的轴力	79
第五节 节点位移的计算	79
第六节 空间桁架	81
习题	81
第六章 桁架分析——位移法	86
第一节 刚度分析原理	86
第二节 杆件刚度矩阵	89
第三节 用杆件刚度表示结构刚度	94
第四节 荷载向量	96
第五节 节点位移	97
第六节 杆的轴力	98
第七节 小结	98
习题	103
第七章 各种功的定理	107
第一节 扰动和变分	107
第二节 位移场的扰动	111
第三节 力场的扰动	119
第四节 互等定理	127
习题	132
第八章 桁架的非线性分析	135
第一节 材料的非线性反应	135
第二节 稳定的概念	140
第三节 塑性分析	146
第四节 分支	148
第五节 几何非线性、跃释	154
第六节 几何非线性、分支	158
习题	162

第九章 力和位移的变换	165
第一节 变换和逆步变换	165
第二节 广义力和广义位移	171
第三节 变换的实例	173
第四节 柔度矩阵与刚度矩阵的变换	177
第五节 变换矩阵的符号	179
习题	180
第十章 刚架及其构件	185
第一节 引言	185
第二节 杆件内力和变形	185
第三节 力场和位移场	191
第四节 静定和超静定	192
第五节 解的方法	193
习题	194
第十一章 刚架的虚功原理	195
第一节 结构构件	195
第二节 刚架虚功定理的证明	196
第三节 虚力原理	201
第四节 虚位移原理	207
习题	210
第十二章 静定刚架	213
第一节 反力的确定	213
第二节 内力的确定	215
第三节 确定内力的步骤	217
第四节 弯曲引起的变形	218
第五节 扭转引起的变形	221
第六节 轴力引起的变形	223
第七节 相对位移	226
第八节 弯曲时剪切引起的变形	227
第九节 温度变化和其它原因引起的变形	230
第十节 变形的一般表达式	230
习题	231

第十三章	超静定刚架——力法	234
第一节	引言	234
第二节	转移函数	237
第三节	多余力的选择	240
第四节	两次超静定刚架	241
第五节	多次超静定刚架	246
第六节	环境变化对超静定刚架的影响	247
第七节	超静定刚架的位移	249
习题		251
第十四章	弯矩分配法	254
第一节	引言	254
第二节	无节点线位移的弯矩分配法	259
第三节	有节点线位移的弯矩分配法	267
第四节	简化法	272
第五节	多节点线位移结构	275
第六节	斜杆	280
习题		283
第十五章	刚架的刚度分析	289
第一节	平面刚架——求解步骤	289
第二节	构件的划分	289
第三节	杆件刚度矩阵	290
第四节	向节点坐标系变换	292
第五节	定位向量和结构刚度矩阵	296
第六节	等效节点力和荷载向量	297
第七节	节点位移	298
第八节	杆件内力的确定	298
第九节	计算例题	299
第十节	忽略不计轴向变形	309
第十一节	剪力墙	311
第十二节	空间刚架	312
习题		315
第十六章	刚架的变分定理	322
第一节	引言	322

第二节	数学概念	323
第三节	位移场的扰动	326
第四节	力场的扰动	334
第五节	线性弹性结构的定理	342
习题		346
第十七章	刚架非线性分析	350
第一节	小元素的受力状态	350
第二节	梁的受力状态	356
第三节	不稳定	360
第四节	塑性反应	365
习题		369
参考书		374
译名对照表		376

第一章 绪 论

第一节 结构分析的任务

从工程观点来看，大多数结构的作用是把一定的荷载从其作用点传递给支座，通常是传给地面。在桥梁中，车辆或人群组成荷载，而这些荷载必须通过结构传递给桥台或中间桥墩。在房屋建筑中，楼面荷载通过楼板传递给梁，由梁传给柱，最后向下传到基础。

在荷载传递的过程中，在结构材料的各点上引起应力，随后使结构材料发生应变，并使结构构件稍稍发生变形。于是在加载状态下，整个结构的几何形状稍稍不同于卸载时的几何形状。其它的影响，比如温度变化，也可能引起结构变形。

结构分析的任务是研究一个现有的或拟建的结构，是否由于超应力、过大变形、不稳定或其它原因而可能危害结构正常使用。为了进行判断，分析者必须：

（1）确定从力作用点传递到支承点的传递路线，并确定结构材料上的应力大小；

（2）确定结构材料上的应变，以及因此引起结构几何形状的变化。

通常必须同时完成这两方面的分析，因为在大多数结构中，几何形状的变化虽然很小，但对力的传递路线有显著影响，即对整个结构的应力分布有重大的影响。如果有选择的机会，结构上的作用力将优先选择不易变形的路线进行传递（即经过结构上刚度较大的部分），像水在管网中选择路线一样，一定从较大的管道中流过。

在一般结构中，变形是不容易看出来的。虽然如此，变形有

时还是不能接受的。在普通房屋中，楼板挠度达20 mm时仍很难用肉眼觉察出来，但这已导致楼板过柔，因而被认为是不能接受的。

这样，对几何形状变化的研究，不仅与应力分布的研究分不开，而且它的本身也是很重要的。一个结构是否可以接受，在很大程度上取决于它在使用荷载下几何形状的变化程度。

第二节 结构的理想化

按实际情况对一个结构进行完全的数学分析是不大可能的，而只能对几何形状和材料特性接近于实际的近似结构进行分析。这就是常说的理想化的结构。

一根梁经常理想化为一条直线，以代表其等截面的特性。但在许多梁中，其截面特性很明显是不均匀的，几乎可以说没有一根梁会有绝对均匀的截面特性。一榀桁架通常理想化为一组不计截面尺寸的直杆，各杆之间彼此用无摩擦的铰相连接。在这个概念上所具有的近似性是明显的。作用在梁的很小长度上或者楼板的很小面积上的荷载，可以近似地用集中荷载来表示。只要对理想化的结构所求得的应力和应变与实际结构所发生的差别不大，分析者可以尽量地简化实际结构。然而，要了解任何近似分析中的误差，就意味着要了解“真实”的答案，这可以根据实验或者比较精确的分析而得到。很多结构研究工作，就是考察通常采用的结构理想化引起的误差程度。对于某些理想化，已知其误差在某一范围之内，而在另外一些情况下，其所包含的误差在很广泛的范围内还是未知的，只能简单地依靠习惯的用法。

经常分两步进行分析。第一步采用近似方法，来确定应力的一般模式和整个结构几何形状的变化。第二步，采用较精确的方法研究局部的应力和应变状态。假定要设计一个承受集中荷载的薄腹板工字梁（钢板梁）。图 1-1 a 的理想化结构所产生的弯矩和剪力，可以用来确定腹板和翼缘面积。然而，这个理想化的结

构不能指出在集中荷载下面薄腹板处于屈曲危险的现象。图1-1 b 的腹板加劲肋可用来防止这种局部失稳。设计加劲肋时就要求对集中荷载附近进行更详细的分析。很明显，这时就不能再假设梁没有高度了。

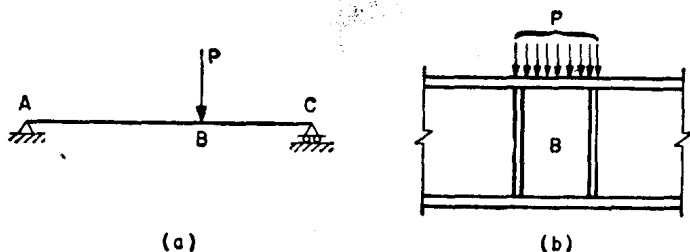


图 1-1

一旦选择好理想化的结构，就可进行数学分析。一般很少能够进行“精确”分析。甚至理想化的结构，通常需要采用近似数学方法，经常是采用数值方法。

于是应力和位移的最后值通常包含两方面的近似性。第一方面是由于采用便于分析的“理想化结构”代替实际结构所引起的，这时候，近似的程度变化很大，在有些结构中会引入未知量的误差，其数值可能十分大。第二方面是由于数学计算时采用数值方法或其它近似方法所引起的。这时近似的程度一般变化较小，且能合理地估计它的误差。应该注意，对第二方面的数学方法进行什么改进是没有多大意义的，这方面与第一方面，即结构理想化，引入的近似程度并不相称。

本书主要研究第二方面的内容，通常叫做结构分析。

第三节 本书的编排

有些概念和定理的物理意义，有时采用一般形式进行讲述是难以接受的，因此，本书首先用铰接桁架来介绍结构分析的术语和方法。在这种桁架中，力的传递路线只限于几种已知的路线。

采用小型桁架，未知量的数目减少。对于每一个定理或方法的意义就容易理解。本书第一部分（第一章至第九章）为有关桁架的内容。

在第二部分（第十章至第十七章），把各种方法推广应用到刚架分析中去。在第一部分中遇到的定理，在第二部分中均有其相应的叙述，不过这时写成更一般的形式，读者可参考第一部分有关章节以加深理解。

本书所述的定理和方法也可用于桁架和刚架以外的其它结构，但这种应用已不在本书研究范围之内。

第二章 小型铰接桁架

在详细讲述结构分析原理以前，必须先定义某些术语。第二章的目的主要是定义某些基本术语，同时以最简单的问题来讲述一些方法。

第一节 静定和超静定

本章只研究桁架，而且只研究小型线性弹性桁架。其目的只是要定义术语，同时了解各种类型问题的解法。把这些方法用于较大的或较复杂的问题时，就会出现具体的困难，以后的章节将讲述如何处理这些困难。

假定读者在静力学课程中已经学过某些类型桁架的分析。熟悉节点法或者用图解法求桁架各杆内力。然而，在这里却要研究桁架形状的变化。很明显，如果各杆受力，就会发生伸长或缩短，结果在所有的节点上引起微小而确定的位移。

当研究杆的变形时，桁架可以分为三类：

1. 桁架整体变形而单独的杆不变形，图 2-1 a 就是一根这样的桁架，图 2-1 b 又是一个例子。因为这种桁架的变形不会引起应力，因而不能抵抗外力，这叫做不稳定结构或机构。

2. 桁架各杆可以单独自由变形，但除非其中至少有一根杆产生变形外，不能引起整体变形。图 2-1 c 是这样的一个桁架，图上画出了桁架的整体变形，这是由于 BD 杆伸长，而其余各杆长度不变的结果。这种结构叫做静定结构，因为只要利用静力学原理就能求出各杆的内力。

3. 桁架的某些杆不能单独变形，除非与另外的杆一起变形。例如，图 2-1 d 在 $CDEF$ 节间内，如果各杆铰接于 C 、 D 、 E 和 F ，