

数字图象处理导论

赵荣椿 等编著



73.812
776

数字图象处理导论

赵荣椿 赵忠明 崔甦生 编著

西北工业大学出版社

1996年7月 西安

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 本书系统地介绍了数字图象处理的基本理论和方法。全书共分 9 章。前两章是基础知识,分别介绍了图象处理的研究对象、系统组成、人类视觉模型以及光度学和色度学的若干基本知识。第 3 章集中讨论了图象处理的重要数学基础——有关图象变换的一些知识。第 4 到第 7 章是图象处理的传统内容,分别讨论了图象增强、恢复、编码和重建。最后两章属于图象分析与理解的内容,着重讨论了图象的分割、特征提取,并对图象的描述作了概要介绍。

本书是为高等院校计算机、自动控制、信号与信息处理、雷达、通信与电子工程等专业高年级学生编写的教材,但对于其他专业的学生以及从事和图象处理有关的工程技术人员来说,也是一本有用的参考书。

2025/06

数字图象处理导论

赵荣椿 主 编

责任编辑 刘 红

责任校对 享 邑

© 1996 西北工业大学出版社出版发行

(710072 西安市友谊西路 127 号 电话 8493844)

陕西省新华书店经销

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0737-9/TP·82

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:17 字数:410 千字

1995 年 6 月第 1 版 1996 年 7 月第 2 次印刷

印数:6 001-11 000 册 定价:17.00 元

购买本社出版的图书,如有缺页、错页的,本社发行部负责调换。

8300128

前 言

早在本世纪初,人类为了用图片及时地传输世界各地发生的新闻事件,便开始了对图象处理技术的研究。然而,图象处理技术的真正发展还是在本世纪60年代以后。这一方面是由于受到航天技术发展的刺激;另一方面,也是因为作为图象处理重要工具的数字计算机和各种不同类型的数字化仪器及显示器,有了突飞猛进的发展,并且价格也越来越便宜。到今天,数字图象处理作为一门崭新的学科,日益为人们所重视,并业已在科学研究、工农业生产、军事技术、医疗卫生、政府部门等许多领域中,发挥着越来越重要的作用。例如,在宇宙探索方面,它被用于有效地传输和处理从宇宙空间拍摄来的各种天体,其中包括地球本身的照片。处理结果除用于各种天文物理研究外,对地球照片的处理,还被用于资源勘探、气象预报、大气污染研究、地势分类、地图测绘和作物生长情况评价等等。生物医学工程是图象处理应用的一个十分活跃的领域,处理各种射线照片、显微图片、内窥镜象、温谱图及核子扫描图象,可以帮助医生对疾病进行快速正确的分析与诊断。在军事上,卫星或航空照片的处理,可以及时而准确地提供靠人力难以获得的侦察情报。影象识别与跟踪技术,数字地图技术可以提供对军事目标的精密制导与瞄准。在工业上的应用更是俯拾皆是,其中最重要的是在各种机器人(智能的、工业的等)视觉研制中的作用,此外,在生产过程自动化、产品质量检测、机器零件的无损探伤、人工地震信号处理及地层内部结构的重建等方面都有重要的应用。即使对于计算机科学本身的发展,图象处理技术也是必不可少的,其中尤其是各种图形、图象、文字信息的输入、压缩、处理与显示,将成为多媒体计算机与智能计算机发展的关键技术之一。在其他许多领域,如通讯工程、仿真技术、冶金、化工、生物学、地理学、高能物理、考古研究、公安司法部门等都有广泛的应用。

本书是为高等院校计算机、自动控制、雷达、通信与电子工程、信号与信息处理等专业高年级学生编写的。其目的是向学生介绍有关数字图象处理的基本概念和方法,从而为在这一领域中进行深入学习和研究打下必要的基础。同样,本书的内容对于从事和图象处理有关的工程技术人员来说,也是有益的。

在编写本书时,认为读者已具备了信号与系统、线性代数、概率论与随机过程、数字信号处理、电子计算机原理、算法语言等知识。同时,由于“模式识别”将作为另一门课程单独讲授,因此,在用到上述知识时,本书只作扼要介绍,这样既避免了不必要的重复,也照顾了本书的完整性。

由于本书中使用了大量有关三维数据的各种变换,为便于表示正、反变换的矩阵关系,我们采用以下符号简化了矩阵的表示:

$[f(x, y)]$ 表示由 $f(x, y)$; $x=0, 1, \dots, M-1$; $y=0, 1, \dots, N-1$ 三元素组成的矩阵; $[f]$ 表示和上述矩阵相同的含意。

特在此予以说明。

本书是在作者1984年编写的《数字图象处理基础》一书基础上,经增删、改编而成的。

尽管本书在篇幅上作了较大的压缩，但仍保留了本学科最主要的内容，同时又增加了许多自那时以来的最新研究成果。

编 著 者

1994年12月

目 录

第一章 导 论.....	1
§ 1.1 数字图象处理的研究对象	1
§ 1.2 数字图象处理系统的组成	1
§ 1.3 数字图象处理的若干重要应用	3
参考文献.....	4
第二章 人类视觉与色度学的基本知识.....	5
§ 2.1 人眼的构造	5
§ 2.2 光度学的基本知识	6
§ 2.3 人眼的视觉特性.....	10
§ 2.4 三基色原理.....	18
§ 2.5 彩色视觉模型.....	21
参考文献	23
第三章 图象的数学描述与图象变换	25
§ 3.1 连续图象的数学描述.....	25
§ 3.2 图象的数字化和离散图象的数学描述.....	27
§ 3.3 图象变换的预备知识.....	34
§ 3.4 二维连续付里叶变换.....	37
§ 3.5 二维采样定理.....	41
§ 3.6 二维离散付里叶变换.....	43
§ 3.7 图象变换的一般表达式.....	54
§ 3.8 哈达玛变换.....	59
§ 3.9 卡胡南-劳埃夫变换	66
§ 3.10 其他图象变换	70
参考文献	73
第四章 图象增强	74
§ 4.1 点运算.....	74
§ 4.2 空间运算.....	83
§ 4.3 变换域运算.....	95
§ 4.4 彩色增强.....	99
参考文献.....	103

第五章 数字图象恢复	104
§ 5.1 退化模型	104
§ 5.2 代数恢复方法	108
§ 5.3 频域恢复方法	113
§ 5.4 卡尔曼滤波图象恢复	116
§ 5.5 运动模糊的恢复	118
§ 5.6 人机会话式恢复	121
§ 5.7 几何畸变的消除	124
§ 5.8 盲目解卷积图象恢复	126
§ 5.9 点扩展函数的确定	127
参考文献	132
第六章 图象数据压缩	133
§ 6.1 图象数据压缩概述	133
§ 6.2 空间域编码	143
§ 6.3 变换域编码	151
§ 6.4 其他编码方法	160
参考文献	165
第七章 由投影重建图象	167
§ 7.1 断层摄影图象的获取	167
§ 7.2 重建图象的解联立方程组方法	169
§ 7.3 反投影法	170
§ 7.4 用付里叶变换进行图象重建	172
§ 7.5 利用卷积进行图象重建	177
§ 7.6 图象重建的逐步逼近法	179
§ 7.7 最优化重建	181
§ 7.8 扇形投影数据的重建	183
参考文献	192
第八章 图象分割和特征提取	194
§ 8.1 引言	194
§ 8.2 基于点相关的分割	195
§ 8.3 基于区域相关的分割	213
§ 8.4 图象特征抽取	217
参考文献	226

第九章 区域描述.....	228
§ 9.1 简单几何性质的描述与变换	228
§ 9.2 目标大小的描述	232
§ 9.3 形状描述	233
§ 9.4 区域综合特征的描述	244
§ 9.5 相互关系描述	246
§ 9.6 相似性描述	261
参考文献.....	263

第一章 导 论

这一章我们将要介绍有关数字图象处理的某些基本概念。其中包括它的研究对象、图象处理系统的组成以及它的某些重要应用。

§ 1.1 数字图象处理的研究对象

我们首先要弄清楚什么是图象，什么是数字图象处理。

按照字面的解释，图象就是对客观存在的物体的一种相似性的生动模仿或描述。照片、各种类型的绘画、电视画面等是图象的最直观的例子。然而，除了这些能被人眼观察到的各种平面图象以外，它还包括视觉无法观察的其他物理图象和空间物体图象。例如，温度、压力、高度等物理量的平面或空间分布，就是无法直接用人眼进行观察的图象。此外，我们所讨论的图象还包括用数学函数和离散数据所描述的抽象的连续或离散图象。关于这些图象在第四章还要详细讨论。

所谓数字图象处理，就是指用数字计算机及其他有关数字技术，对图象施加某种运算和处理，从而达到某种预想的目的。例如，使褪色模糊了的照片重新变清晰；从医学显微图片中提取有意义的细胞特征；等等。

数字图象处理的研究内容概括起来可包括如下 6 个方面：

图象的数字化——即研究如何把一幅连续的光学图象表示成一组数字，既不失真又便于计算机分析处理。

图象的增强——增强图象中的有用信息，削弱干扰和噪声，以便于观察识别和进一步地分析与处理。增强后的图象未必和原图一致。

图象恢复——把退化、模糊了的图象复原。复原图象要尽可能和原图象保持一致。

图象编码——在满足一定的保真度要求下，简化图象的表示，从而大大压缩表示图象的数据，以便于存储和传输。

图象重建——由图象投影数据重建该图象。

图象分析——对图象中的不同对象进行分割、分类、识别和描述、解释。

应该注意，对于前 5 个方面，输入、输出都是图象。而对于最后一方面，输入是一幅图象，输出则是图象的描述或解释（又叫图象理解），或者是对图象的分类或结构分析（又称为图象识别）。

§ 1.2 数字图象处理系统的组成

数字图象处理系统由数字化器、大容量存储器、数字计算机及输出显示器等 4 部分组成，如图 1-1 所示。

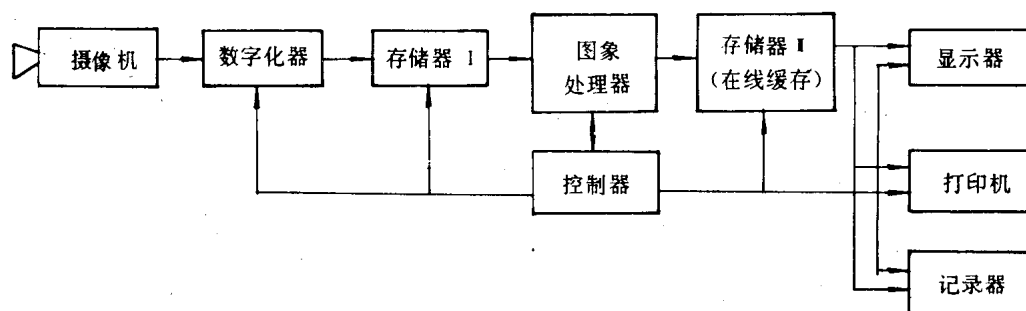


图 1-1 数字图象处理系统的一般组成

数字化器是把连续明暗(或彩色)图象转变为计算机可以接受的数字图象的设备。最常用的数字化器有摄像机、飞点扫描器和显微密度仪等。光学图象经数字化器以后，转变成一幅数字图象暂存于一个适当的输入数据存储设备中。计算机根据从控制器传来的不同处理命令，从程序库中调用相应的处理程序，并对输入数字图象进行处理。处理结果存放于输出数据存储设备中，并根据控制器发出的命令显示于输出图象的显示器上。

从上述图象处理过程可以看出，大容量存储器的功用是存放输入、输出数字图象和各种不同处理程序，此外，它还必须存储中间处理结果。在许多情况下，中间结果还须存放到它原来读出时的地址，所以，除了存放输出图象的设备以外，其余存储设备必须具有良好的可重复性。

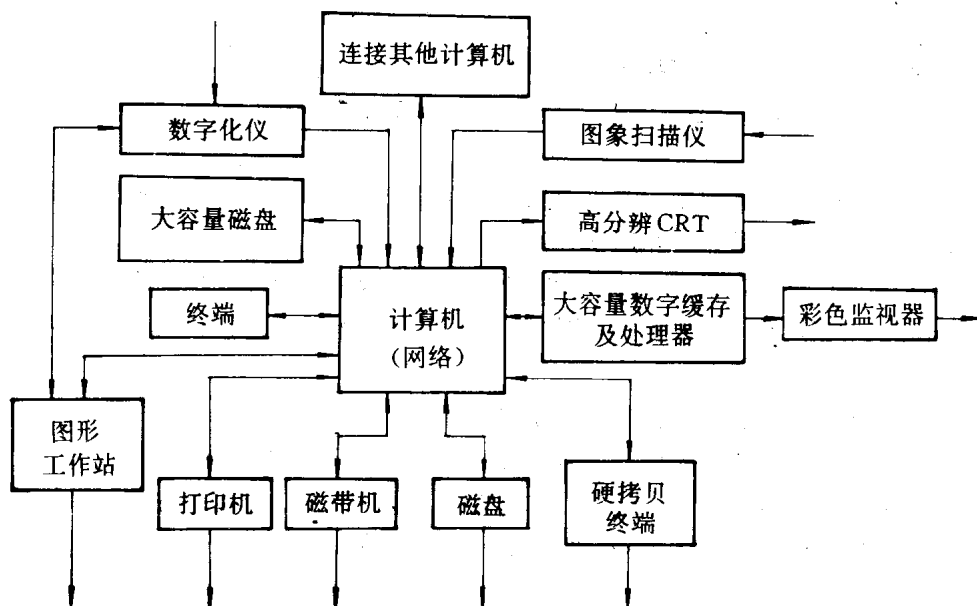


图 1-2 一个典型的数字图象处理系统
(美国加州大学信号和图象处理实验室)

根据对处理能力和处理结果的要求不同，数字计算机可以采用多个微处理机组成的系统、小型计算机直到大型计算机。对于通常的实验室条件来说，也许采用微处理机系统或多个微

处理机并行工作更为适宜。只有在需要对大量图象进行处理,因而要求有快速的数据通过量的情况下,才用功能更强、速度更快的大型计算机系统。当然,作为一种更为合理的方案,可以把小型机或微型机图象处理系统接入大型计算机网,从而在一般图象研究或少量的处理情况下,将单独使用小型或微型机系统,而在大批图象处理,或需共享大型机资源的情况下,再把它接入大型机网。

对于专门用于图象处理的系统来说,除了计算机本身的运算控制器以外,还配有另外的操作控制器,从而更便于使用者灵活地选取各种已经标准化了的图象处理程序,以及随意调用各种外部设备。

作为系统输出的设备有电视显象系统、记忆示波管和各式打印机。有时,为了记录这些结果还配有照相机、录像机、硬拷贝等。

图象处理的软件,过去是用汇编语言编写的,以提高处理的速度。对于一些应用较多、计算量较大的程序可以固化成硬件,如二维快速付里叶变换程序等,以进一步提高处理的速度。但另一方面,为了增加系统的灵活性,特别是为了便于新的图象处理软件的研制,系统至少配备一种高级语言是十分必要的。近年来,用高级语言编写的图象处理软件已日益增多。

图 1-2 展示了一个图象处理系统实例。

§ 1.3 数字图象处理的若干重要应用

正像任何一门学科的产生一样,数字图象处理这门学科的形成也是和社会生产力发展的需要分不开的。早期的图象处理是由于通讯方面的要求而发展起来的,这就是本世纪 20 年代传真技术的发明和发展。其后,则是由于宇宙探索方面的要求,需要处理大量在宇宙探测器上拍摄下来的不清楚的其他天体(如月球、火星等)以及地球本身的照片。然而,图象处理技术的发展,远远突破了这两个领域,到今天,它已经广泛地应用到科学研究、工农业生产、军事技术、政府部门、医疗卫生等许多领域,进一步推动着社会生产力的发展。它的一些主要应用可归纳为如下几个方面。

通讯技术——图象传真,电视电话,卫星通讯,数字电视;

宇宙探索——其他星体图片处理;

遥感技术——农林资源调查,作物长势监视,自然灾害(水、火、风、虫等)监测、预报,地势、地貌以及地质构造测绘,找矿,水文、海洋调查,环境污染监测,等等;

生物医学——X 射线、超声、显微图片分析,内窥镜图、温谱图分析,断层及核磁共振分析;

工业生产——无损探伤,石油勘探,生产过程的自动化(识别零件,装配,质量检查),工业机器人视觉;

计算机科学——文字、图象输入的研究,计算机辅助设计,人工智能研究,多媒体计算机与智能计算机研究;

气象预报——天气云图测绘、传输;

军事技术——航空及卫星侦察照片的判读,导弹制导,雷达、声纳图象处理,军事仿真;

高能物理——核子泡室图片分析;

侦缉破案——指纹鉴别,印鉴、伪钞识别,手迹分析;

考古——恢复珍贵的文物图片、名画、壁画。

仅从上面列举的部分应用就可以看出数字图象处理在国民经济发展以及科学研究中的重要作用。

参 考 文 献

- [1.1] H. C. Andrews, *Tutorial and Selected Papers in Digital Image Processing*, IEEE Computer Society, Long Beach, California, 1978.
- [1.2] W. K. Pratt, *Digital Image Processing*, Wiley, New York, 1978.
- [1.3] E. L. Hall, *Computer Image Processing and Recognition*, Academic Press, New York, 1979.
- [1.4] A. Rosenfeld and A. C. Kak, *Digital Picture Processing*, Academic Press, New York, 1976.
- [1.5] R. C. 冈萨雷斯、P. 温茨著 (李叔梁等译), 《数字图象处理》, 科学出版社, 1981 年。
- [1.6] T. S. Huang, *Picture Processing and Digital Filtering*, Springer—Verlag, Berlin and New York, 1979.
- [1.7] *Special Issue on Digital Filtering and Image Processing*, IEEE Trans. Circuits Syst. CAS - 2, 1975.
- [1.8] *Special Issue on Digital Image Processing*, IEEE Comput. 7, No. 5, 1974.
- [1.9] *Special Issue on Digital Picture Processing*. Proc. IEEE 60, No. 7, 1972.
- [1.10] A. K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice - Hall, Inc. 1989.

第二章 人类视觉与色度学的基本知识

由于图象处理的许多目标都是帮助人更好地观察和理解图象中的信息，也就是说，最终要通过人眼来判断所处理的结果。因此，有必要研究人类视觉系统的特点，并研究它的等效数学-物理模型，从而在进行处理时，把它作为整个处理系统的一个环节来考虑。

然而，由于现代科学技术的水平还不能准确地解释有关人类视觉系统的全部生理、物理过程，因此，关于人类视觉系统模型的讨论，只能建立在假设和实验结果相符合的基础之上。

在现实生活中，图象大部分都是彩色的，因此，有必要研究人类视觉对彩色的感知规律。本章还将介绍有关这方面的一些基本知识，即色度学的知识。

§ 2.1 人眼的构造

人眼是一个平均半径约 20 mm 的球状器官。它由三层薄膜包围着，如图 2-1 所示。

最外层是坚硬的蛋白质膜，其中，位于前方的大约 1/6 部分为有弹性的透明组织，称为角膜，光线从这里进入眼内。其余 5/6 为白色不透明组织，称为巩膜，它的作用是巩固和保护整个眼球。

中间一层由虹膜和脉络膜组成。虹膜的中间有一个圆孔，称为瞳孔。它的大小可以由连接虹膜的环状肌肉组织（睫状肌）来调节（直径约在 2 mm 到 8 mm 之间），以控制进入眼睛内部的光通量大小，其作用和照相机中的光圈一样。随着种族的不同，虹膜也具有不同的颜色，如黑色、蓝色、褐色等。

最内一层为视网膜，它的表面分布有大量光敏细胞。按照形状，这些光敏细胞可以分为锥状和杆状两类。每只眼睛中大约有 600 万到 700 万个锥状细胞，并集中分布在视轴和视网膜相交点附近的黄斑区内。每个锥状细胞都连接一个神经末梢，因此，黄斑区对光有较高的分辨力，能充分识别图象的细节。锥状细胞既可以分辨光的强弱，也可以辨别彩色，白天的视觉过程主要靠锥状细胞来完成，所以锥状视觉又称白昼视觉。杆状细胞数目更多，每只眼睛中大约有 7 600 万到 15 000 万个。然而，由于它广泛分布在整个视网膜表面上，并且，由于有若干个杆状细胞同时连接在一根神经上，因此，这条神经只能感受多个杆状细胞的平均光刺激，使得在这些区域的视觉分辨力显著下降，因此无法辨别图象中的细微差别，而只能

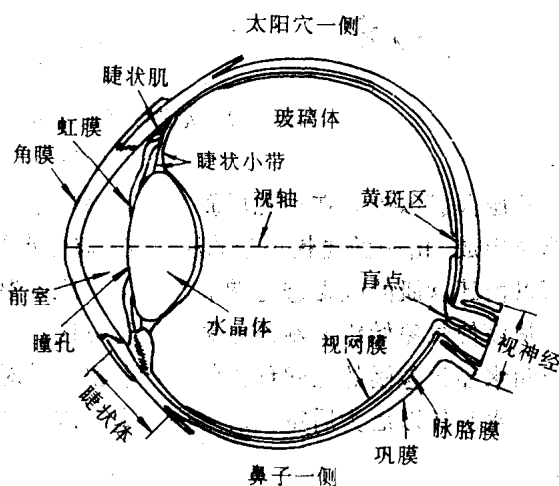


图 2-1 眼球的水平剖面图

感知视野中景物的总的形象。杆状细胞不能感觉彩色，但它对低照明度的景物往往比较敏感，所以，夜晚所观察到的景物只有黑白、浓淡之分，而看不清它们的颜色差别。由于夜晚的视觉过程主要由杆状细胞完成，所以，杆状视觉又称夜视觉。光敏细胞的分布如图 2-2 所示。

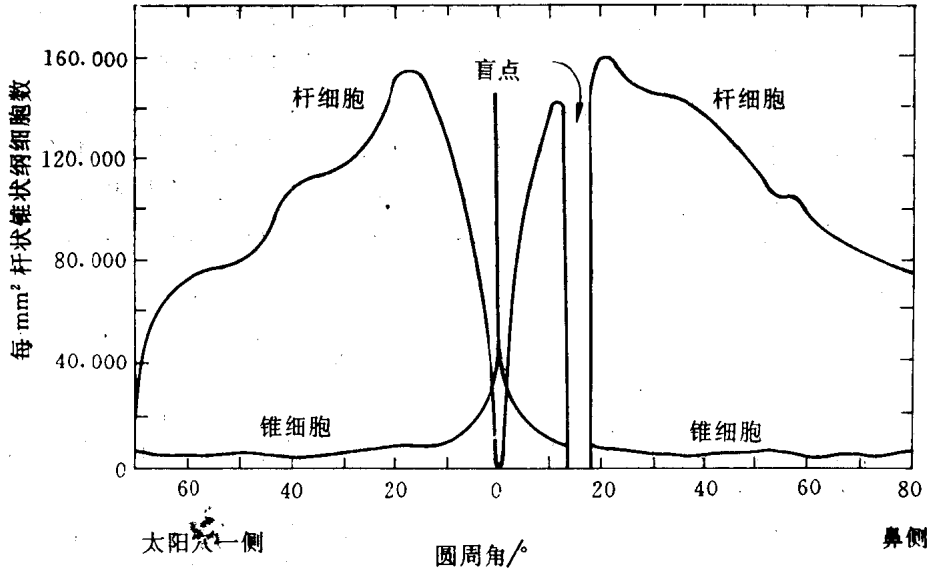


图 2-2 光敏细胞在视网膜上的分布情况

除了三层薄膜以外，在瞳孔后面有一个扁球形的透明体，称为水晶体。它由许多同心的纤维细胞层组成，由叫做睫状小带的肌肉支撑着。水晶体的作用如同可变焦距的一个透镜，它的曲率可以由睫状肌的收缩进行调节，而睫状肌则根据锥状细胞感受到景物的聚焦情况改变其张力，从而使景象始终能刚好地聚焦于黄斑区。

角膜和水晶体包围的空间称为前室，前室内是对可见光透明的水状液体，它能吸收一部分紫外线。水晶体以后为后室，后室内充满的胶质透明体称为玻璃体，它起着保护眼睛的滤光作用。

人眼在观察景物时，光线通过角膜、前室水状液、水晶体、后室玻璃体，成象在视网膜的黄斑区周围。视网膜上的光敏细胞感受到强弱不同的光刺激，产生强度不同的电脉冲，并经神经纤维传送到视神经中枢，由于不同位置的光敏细胞产生了和该处光强弱成比例的电脉冲，所以，大脑中便形成了一幅景物的感觉。

§ 2.2 光度学的基本知识

在具体讨论视觉特征之前，先复习一些有关光度学的基本知识^[2.1~2.6]。

2.2.1 电磁辐射和可见光谱

电磁波的波谱范围很广，如图 2-3 所示，可见光只占其中很小的范围，波长从 380 nm 到

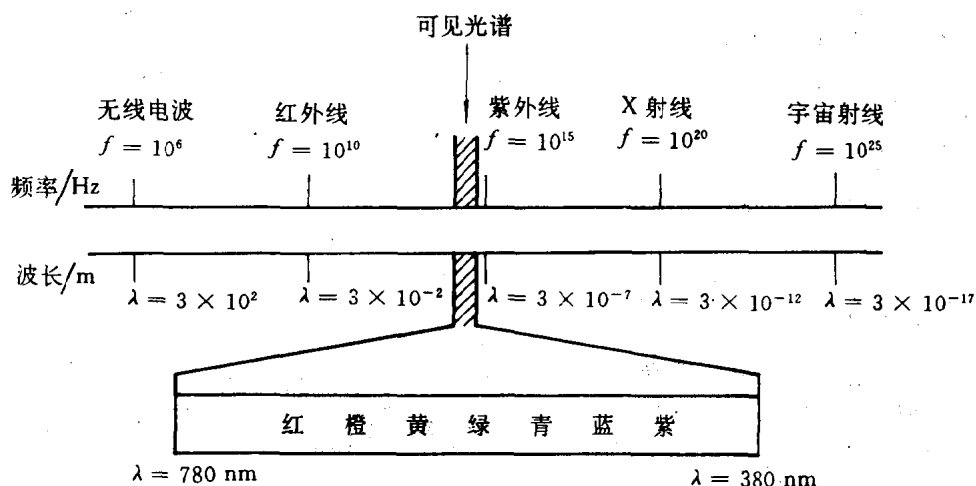


图 2-3 电磁辐射波谱

780 nm。不同波长的光呈现出不同的颜色，随着波长的缩短，可见光的颜色依次为红、橙、黄、绿、青、蓝、紫。只有单一波长成份的光称为单色光，含有两种以上波长成份的光为复合光。人眼感受到复合光的颜色便是组成该复合光之单色光所对应颜色的混合色。太阳辐射电磁波谱范围恰好主要占据整个可见光谱范围。所有可见色光的混合便是白色光。太阳辐射功率波谱如图 2-4 所示。（我们称辐射功率按波长的分布为辐射功率波谱。）

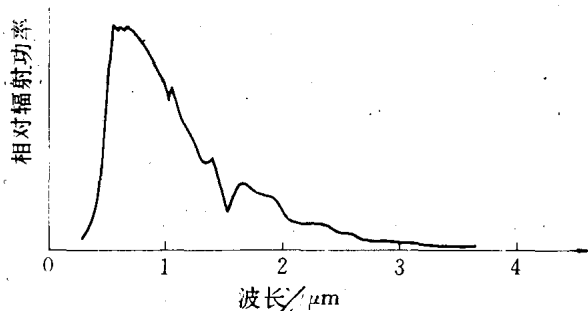


图 2-4 太阳辐射功率波谱

2.2.2 相对视敏函数

在辐射功率相同的情况下，不同波长的光不仅给人以不同的彩色感觉，而且也给人以不同的亮度感觉。

在获得相同的亮度感觉前提下，测出各种波长的辐射功率为 $P(\lambda)$ ，那么其倒数

$$K(\lambda) = \frac{1}{P(\lambda)} \quad (2-1)$$

便称为波长为 λ 的光的视敏度。显然，它越大，获得相同亮度感觉，波长为 λ 的光需要辐射的功率越小，说明人眼对这种波长的光有较高的灵敏度，反之，它越小，证明人眼对该种波长的光不够敏感。

实践表明，人眼对波长为 555 nm 的光有最大的敏感度，即

$$K(\lambda)_{\max} = K(555)$$

于是，又把视敏度和它的比称作相对视敏函数，记为

$$V(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K(555)} \quad (2-2)$$

或者,据(2-1)式,上式又可写成

$$V(\lambda) = \frac{P(555)}{P(\lambda)}$$

它的取值范围为从0到1。最大值1发生在 $\lambda = 555 \text{ nm}$ 处,其图形如图2-5所示。

2.2.3 光通量

由上面的讨论知,人眼所感受到的光辐射功率,不仅和光本身所辐射的功率大小有关,而且也和人对于不同波长光的视敏度有关。

对于任意可见光源来说,在其波长范围380~780 nm内,人眼接受的总光通量定义为

$$F = \int_{380}^{780} P(\lambda)V(\lambda)d\lambda \quad (2-3)$$

国际通用的光通量单位是流明(lm)。国际照明委员会规定:绝对黑体在铂的凝固温度下(2045 K),从 $5.305 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$ 面积上辐射的光通量为1 lm。1 W辐射功率的555 nm波长的单色光所产生的光通量为680 lm。于是光瓦和流明之间的关系为

$$1 \text{ W} = 680 \text{ lm}$$

或
$$1 \text{ lm} = \frac{1}{680} \text{ W}$$

如果以lm为单位,(2-4)式可改写成

$$F = 680 \int_{380}^{780} P(\lambda)V(\lambda)d\lambda$$

2.2.4 发光强度

光源在单位立体角内发出的光通量,称为发光强度,简称光强,用 I 来表示,它和光通量之间的关系为

$$I = \frac{dF}{d\omega} \quad (2-4)$$

$$F = \int I d\omega \quad (2-5)$$

发光强度在国际单位制中,其单位为坎德拉(cd)。发出 $540 \times 10^{12} \text{ Hz}$ 频率的单色光源在给定方向上的发光强度称为1 cd。

若光源是各向同性的,发光强度为 I 的点光源,则它向全空间发射的光通量为

$$F = 4\pi I$$

光通量的单位流明(lm)等于坎德拉·球面度。

2.2.5 亮度

亮度是用来描述发光表面的明亮程度的,它可定义为光源单位面积在法线方向的发光强

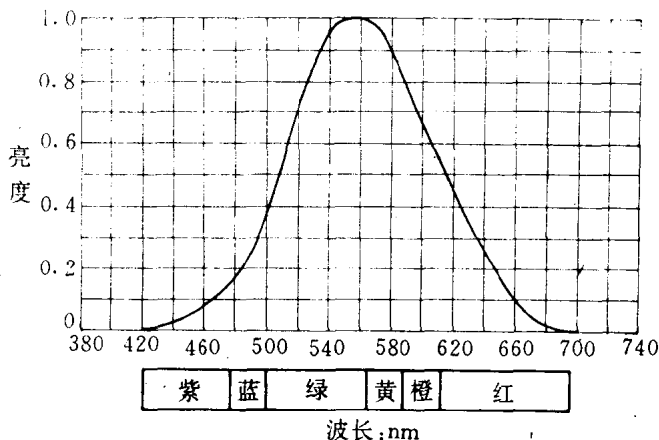


图2-5 相对视敏函数曲线

度,称为光源亮度,记为 B ,这样定义的亮度是客观亮度

$$B = \frac{I}{d\sigma \cos \alpha} = \frac{dF}{d\sigma d\omega \cos \alpha} \quad (2-6)$$

式中, α 为观察方向与面元 $d\sigma$ 法线的夹角, I 为发光强度, dF 为通过 $d\omega$ 元的光通量, $d\omega$ 为元立体角。亮度是与方向有关的。

亮度的单位定义为每平方米坎德拉(cd/m^2),是指1平方米的发光面在法线方向的发光强度为1坎德拉。^①

2.2.6 照 度

受照面上某点的照度 E 是通过包含该点单位面积的变通量。即

$$E = \frac{dF}{d\sigma} \quad (2-7)$$

其单位是勒克司(lx)。1平方米表面上照射1流明的光通量,其照度为1勒克司,即 $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm}/\text{m}^2$ 。照度和被照表面与光源在空间的几何关系有关。

在自然光照射下,各种环境中的照度列于表2-1中。

表 2-1 自然光照下各种环境中的照度

●环境条件	黑 夜	月 夜	阴天室内	阴天室外	晴天室内	晴天室外
照 度 lx	0.001 ~ 0.02	0.02 ~ 0.2	5 ~ 50	50 ~ 500	100 ~ 1 000	1 000 ~ 100 000

表2-2列出了上面介绍的四种光的国际单位制所规定的度量单位。

表 2-2 国际单位制(SI)的光度单位

光学量	符号表示及相互关系	单位及符号	单位之间的关系
光通量	$F = \int_{380}^{780} P(\lambda)V(\lambda)d\lambda$	流明(lm)	$1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot 1 \text{ sr}$
光 强	$I = \frac{dF}{d\omega}$	坎德拉(cd)	$1 \text{ cd} = \frac{1 \text{ lm}}{1 \text{ sr}}$
亮 度	$B = \frac{dI_e}{d\sigma \cos \alpha}$	每平方米坎德拉(cd/m^2)	
照 度	$E = \frac{dF}{d\sigma}$	勒克司(lx)	$1 \text{ lx} = \frac{1 \text{ lm}}{\text{m}^2}$

① $1 \text{ cd}/\text{m}^2$ 在老的光度学中也称为1尼特。 1 cm^2 的发光面在法线方向的发光强度为1坎德拉,称亮度为1熙提, $\frac{1}{\pi}$ 熙提为1朗伯。