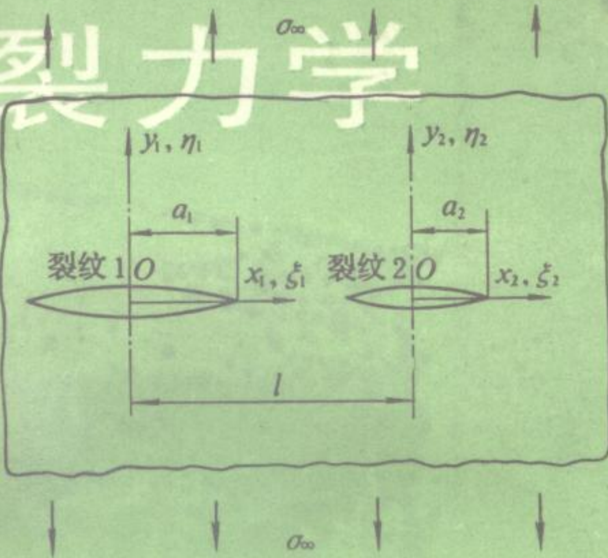
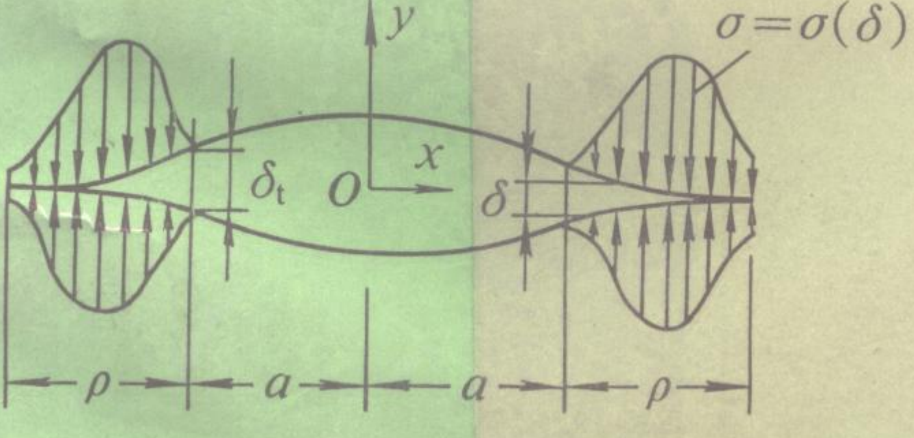
断裂力学



沈成康
编著



同济大学出版社

断裂力学

沈成康　编著

同济大学出版社

内 容 提 要

本书主要阐述断裂力学的基本理论和数学分析方法。第一章阐述线弹性断裂力学基本理论，第二章介绍了奇异积分方程直接数值解法、体积力法等十余种求解应力强度因子的方法，第三章阐述混合型裂纹脆断理论，第四章阐述弹塑性断裂力学，第五章阐述断裂动力学两类问题的基本分析方法，第六章阐述最近发展起来的界面断裂力学，五个附录给出了与正文部分有关的数学方法的一些补充材料。

本书的基本内容在叙述上力求深入浅出，在注意数学上的严谨和详尽的同时还注重阐明基本概念和基本方法。

本书可作为大专院校力学专业和工科专业高年级学生和研究生教材，也可供工程技术人员参考。

责任编辑　解明芳
封[illegible]志[illegible]

断 裂 力 学

沈成康　编著

同济大学出版社出版

（上海四平路 1239 号）

新华书店上海发行所发行

上海青浦任屯印刷厂印刷

开本：850×1168　1/32　印张：12.25　字数：360 千字

1996 年 3 月第 1 版　1996 年 3 月第 1 次印刷

印数：1—2000　定价：9.70 元

ISN7—5608—1579—O/TU・179

前　　言

本书初稿是作者编写的“断裂力学”讲义，曾作为同济大学工程力学系1984年以来历届力学专业本科生和研究生的“断裂力学”课程教材。经过几年的教学实践并广泛收集国内外的有关资料，作者对原讲义进行了修改和扩充，增补了断裂力学理论和方法研究的近期进展和某些新分支的内容，编写成现在这本书。近年来国内出版了一些出色的断裂力学教材和专著，本书也吸取了其中许多好的素材。

本书着重介绍了断裂力学的基本原理和数学分析方法。除了经典的线弹性断裂力学和弹塑性断裂力学之外，还对在工程、国防等方面具有十分重要意义的断裂动力学、新兴的界面断裂力学的基本内容作了介绍。

考虑到本书不仅可作为力学专业高年级学生和研究生的教材，而且适用于工科专业研究生和高年级学生，还可供工程技术人员参考，因此在编写时注重基本概念、基础内容和基本方法的讨论，为读者进一步学习和研究断裂力学中更深层的问题提供基础。

本书的出版，得到同济大学工程力学系的领导和同事们、特别是翁智远教授、吴家龙教授、宋子康副教授、唐寿高副教授的关心和大力支持，本书的责任编辑解明芳老师给予了极大的帮助，在此表示衷心的感谢。作者还要感谢同济大学教材基金会、同济大学教务处和同济大学出版社的支持。

由于作者水平和知识面的限制，难免有缺点和错漏之处，恳请有关专家和读者批评指正。

沈成康

1995年4月

目　录

绪　　论

一、断裂力学的内容、任务与研究方法

断裂力学是50年代开始蓬勃发展起来的固体力学新分支，有微观断裂力学与宏观断裂力学之分。微观断裂力学从材料的微观结构出发，研究断裂过程的物理本质，研究材料缺陷的成核、断裂的微观机理等，属于固体物理的范畴。宏观断裂力学是从宏观的连续介质力学角度出发，研究含缺陷或裂纹的物体在外界条件（荷载、温度、介质腐蚀、中子辐射等）作用下宏观裂纹的扩展、失稳开裂、传播和止裂规律。所谓宏观裂纹，是指在材料制造或在加工和使用过程中形成的宏观尺度（10^{-2}cm 以上）的类裂纹缺陷。在实际结构中，这种裂纹的存在是难免的。本书只讨论宏观断裂力学。

传统的强度理论是在假设材料无缺陷、无裂纹的基础上建立起来的，在生产实践中经受了长期的考验。但随着现代生产的发展，新工艺、新材料、高强度材料的广泛采用，结构在高速、高压、高温与低温环境下的使用，以及大型结构日益增多，用传统强度理论设计的结构发生了很多断裂事故，断裂处的最大工作应力往往并不高，甚至远远低于材料的屈服极限，这就是低应力脆断现象。这说明传统的强度和韧度指标及计算结果虽能满足设计要求，但不能确保结构的安全，不能适应新的生产水平的需要。对低应力脆断的大量分析研究表明：脆性破坏总是由宏观裂纹的失稳扩展（快速扩展）引起的。断裂力学就是从研究低应力脆断问题开始，从客观存在裂纹出发，把构件看成连续和间断的统一体，从而形成了这门新兴的强度学科。

固体的断裂可分为脆性断裂和韧性断裂。材料从受力变形开始一直到断裂，从宏观看，均保持线弹性的称为脆性断裂。线弹性断裂力学主要研究的就是脆性断裂的规律。目前线弹性断裂力学已经发展得比较成熟，在生产中已经得到应用。弹塑性断裂力学

(又称非线性断裂力学)研究材料的韧性断裂(纤维断裂)规律，由于裂纹尖端附近的应力集中，必然产生塑性区，裂纹起裂后，有一持续缓慢的扩展阶段，称为亚临界扩展，之后，裂纹或失稳扩展或止裂。当裂纹尖端附近塑性区尺寸远小于裂纹长度或物体其他特征尺寸时，为小范围屈服，对于这种情况的断裂问题，可用线弹性断裂力学作近似处理。当塑性区尺寸与裂纹长度相比属同一数量级时，为大范围屈服或全面屈服，必须充分考虑裂纹体的弹塑性行为，来研究这种情况下裂纹的扩展规律。弹塑性断裂力学虽经人们30余年的不懈努力取得了一些进展，但仍有许多尚待深入研究的问题，它是当前断裂力学的主要研究方向之一。

断裂动力学(又称动态断裂力学)是当前断裂力学的又一个主要研究方向。它研究裂纹体在快速加载或者裂纹快速扩展时的断裂力学问题。第一类问题是裂纹稳定而外力随时间迅速变化，通常研究裂纹起始扩展；第二类问题是外力恒定而裂纹快速传播，研究裂纹的传播。对于线性材料，上述两类问题的理论已经建立，但还有待完善，对于非线性材料，尚处于研究的初期阶段。

随着由多相物质组成的新材料(如高强度合金、陶瓷、纤维增强的复合材料)的日益广泛使用，相间界面裂纹的扩展规律的研究正成为当前断裂力学的研究热点，形成了断裂力学的一个新分支——界面断裂力学。

断裂力学的任务是：

1. 研究裂纹体的应力场、应变场与位移场，寻找控制材料开裂的物理参量；

2. 研究材料抵抗裂纹扩展的能力——韧性指标的变化规律，确定其数值及测定方法；

3. 建立裂纹扩展的临界条件——断裂准则；

4. 含裂纹的各种几何构形在不同荷载作用下，控制材料开裂的物理参量的计算。

断裂力学的研究方法是：从弹性力学方程或弹塑性力学方程

出发，把裂纹作为一种边界条件，考察裂纹顶端的应力场、应变场和位移场，设法建立这些场与控制断裂的物理参量的关系和裂纹尖端附近的局部断裂条件。然而，这种连续介质模型仍是一种理想的模型，在远离裂纹尖端的区域是合适的，而在裂纹尖端附近的小区域(原子或晶体结构的尺度范围)是否合适，还需深入到微观领域，弄清微观的断裂机理，才能更好地了解力学因素在裂纹尖端的断裂过程中是如何发挥作用的，才能深入了解宏观断裂的现象。

二、断裂力学中的几个基本概念

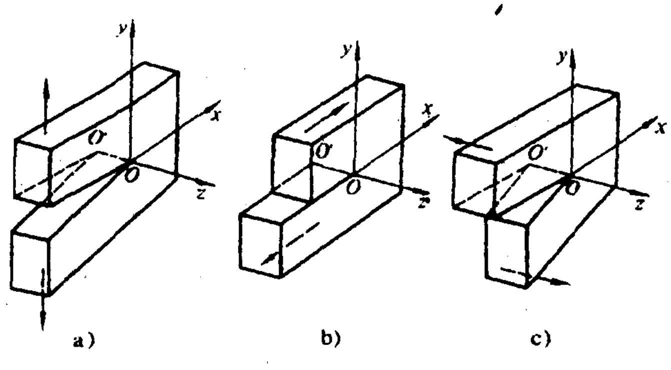
材料在生产、加工和使用中会产生缺陷和裂纹，如冶炼、铸锻、焊接、热处理、中子辐射、氢的渗入等。夹杂物、空穴、切口都是缺陷，它们在尖端处的曲率半径不为零。对于类裂纹型的缺陷可以简化为裂纹，认为其尖端处的曲率半径等于零。这样的简化是偏于安全的，我们把这种裂纹称为 Griffith(格里菲斯)裂纹。

裂纹按其在实际构件中的位置可分为贯穿裂纹(穿透板厚的裂纹)、表面裂纹、深埋裂纹、角裂纹等。

根据裂纹受力情况，裂纹可分为三种基本类型：

1. 张开型(Ⅰ型)

裂纹受垂直于裂纹面的拉应力作用，裂纹上下两表面相对张开，如图绪-1a)所示；



图绪-1 裂纹的三种类型

2. 滑开型(Ⅱ型),又称平面内剪切型

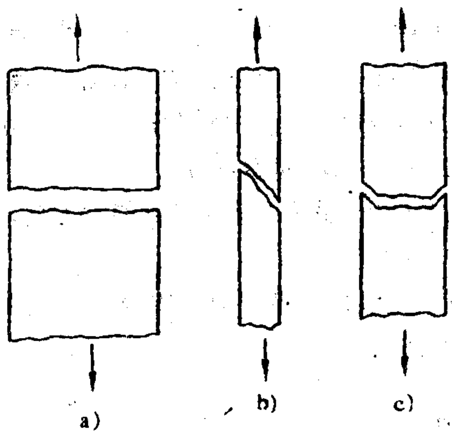
裂纹受平行于裂纹面而垂直于裂纹前缘 OO′的剪应力作用,裂纹上下两表面沿 x 轴相对滑开,如图绪-1b)所示;

3. 撕开型(Ⅲ型),又称出平面剪切型或反平面剪切型

裂纹受既平行于裂纹面又平行于裂纹前缘的剪应力作用,裂纹上下两表面沿 z 轴相对错开,如图绪-1c)所示。

上述三种裂纹中,Ⅰ型裂纹最危险。

材料脆性断裂的特征是断裂突然发生,没有或只伴有少量的塑性变形,在拉伸试件上,断裂前没有颈缩现象,断口平直并与试件轴线方向垂直,见图绪-2a)。



图绪-2 脆性断裂和韧性断裂

材料韧性断裂的特征是伴有明显的塑性变形,拉伸试样有颈缩现象,断口与试件轴线成 45°角,是剪切型断裂,见图绪-2b)。

同一材料可能发生脆性断裂,也可能发生韧性断裂,这与很多因素有关,如受力状态、温度、应变速率等。材料在低温、高应变率情况下容易发生脆断。厚截面试件,处于平面应变状态,断裂呈脆性特征;而薄截面试件,处于平面应力状态,断裂呈韧性特征;厚薄适中者,截面边缘处于平面应力状态,截面中间处于平面应变状

态,故在边缘处是剪切型斜断口,中间是平断面,见图绪-2c)。

三、发展简史

断裂力学的大量试验和理论研究工作是从本世纪 50 年代开始的。但是研究材料的脆性断裂问题还可以追溯得更早。

人们用分子论的观点计算出大部分固体材料的理论断裂强度可达 10^3MPa 的量级。而实际测量出的断裂强度只有 10～20MPa。1913 年,Inglis(英格列斯)将物体内缺陷理想化为椭圆形切口,用线弹性理论计算了含椭圆孔无限大板受均匀拉伸的问题,按应力集中的观点解释了材料实际强度远低于理论强度是由于固体材料存在缺陷的缘故。1921 年,A. A. Griffith 用弹性体能量平衡的观点研究了玻璃、陶瓷等脆性材料中的裂纹扩展问题,提出了脆性材料裂纹扩展的能量准则。

由于当时生产水平的限制,断裂问题还不是一个严重问题。大约停滞了 20 余年,直到第二次世界大战期间及战后,广泛采用焊接工艺及高强度材料,严重的脆断事故迭起,断裂问题引起了人们的关注,这方面的研究才蓬蓬勃勃地开展起来。

线弹性断裂、弹塑性断裂和断裂动力学三方面几乎是同时开始研究。由于线弹性比较简单,进展较快。1955 年,G. R. Irwin(欧文)提出应力场强度观点,当表示裂纹尖端应力场强度的应力强度因子达到临界值(即材料的断裂韧度)时,就发生断裂,这就是应力强度因子断裂准则。该准则与 Griffith 能量准则构成了线弹性断裂力学的核心内容。之后,各种确定应力强度因子的方法(包括解析法、数值法、实验法)成为研究的中心课题。颇有成效的方法已达 10 余种。1963 年,F. Erdogan(艾多甘)和 G. C. Sih(薛昌明)提出了关于混合型裂纹扩展问题的最大拉应力理论。1973 年,薛昌明又提出了混合型裂纹的应变能密度理论。线弹性断裂力学已臻成熟,今后在这领域里的主要研究方向是三维问题、表面裂纹问题、各向异性体问题等,确定应力强度因子的方法仍是人们继续关心的问题之一。

1948年，Orowan(奥洛文)和Irwin各自独立地用能量观点研究了塑性材料的裂纹扩展问题。他们认为，对于塑性材料，抵抗表面张力所作的功要比抵抗塑性变形作的功小得多，从而提出了塑性材料裂纹扩展的能量判据。这是研究弹塑性断裂问题的开端。1960年，D. S. Dugdale(达格代尔)运用N. I. Mushkelishvili(穆斯海里什维利)的方法，研究裂纹尖端的塑性区，称为D-M模型。1961年，A. A. Wells(威尔斯)提出的裂纹张开位移(COD)准则，现已被公认可作为弹塑性条件下裂纹的起裂准则，但这个准则的理论基础较薄弱。1963年，B. A. Bilby(皮尔贝)，A. H. Cottrell(克脱莱尔)和K. H. Swinden(斯温顿)从位错概念出发研究裂纹尖端的塑性区(BCS模型)。1968年，J. R. Rice(赖斯)提出用围绕裂纹尖端的与路径无关的线积分(称为J积分)来研究裂纹尖端的变形及J积分准则。同年，J. W. Hutchinson(哈钦森)及J. R. Rice与G. R. Rosengren(罗森格伦)分别发表了Ⅰ型裂纹尖端应力应变场的弹塑性分析，即著名的HRR奇异解，这是J积分可作为断裂准则的理论基础。J积分准则与COD准则一样，也只能作为起裂准则。而裂纹稳定扩展准则的建立则是当前这一领域的主要研究方向，目前已经提出的准则有：Ⅲ型裂纹基于应变的稳定扩展准则、Ⅲ型裂纹和Ⅰ型裂纹基于开口位移的稳定扩展准则。

断裂动力学的历史可认为自1948年N. F. Mott(莫特)发表的论文开始。至今虽已有40多年历史，但在60年代中期以前，只是提出一些简化力学模型进行裂纹扩展速度、分叉及止裂的分析。从60年代后期至70年代后期才先后建立起该学科的最重要的基本概念、较系统的分析方法和较成熟的实验研究方法。Mott首先进行了裂纹快速扩展速度的定量计算并将动能引入Griffith能量准则；1951年，E. H. Yoffé(约飞)提出了恒长度裂纹的匀速扩展模型，计及惯性力，对裂纹分叉作定量分析；1960年，J. W. Craggs(克拉格斯)提出了裂纹面受载而加载点随裂纹前进的匀速扩展半无限长裂纹模型；Yoffé和Craggs的模型都不合实际，而1960年

K. B. Broberg(布洛伯格)提出的裂纹从零长度开始对称地向两侧匀速开裂的模型才有实际意义。60年代后期至70年代初,Sih与Loeber(洛依伯)导出了外载随时间变化而裂纹是稳定的情况的渐近应力场与位移场,Rice等多人先后导出了裂纹以等速传播情况的渐近应力场与位移场;提出了动态应力强度因子概念及裂纹动态起始扩展准则、运动裂纹传播与止裂准则、能量释放率准则。断裂动力学实际上尚处于初创阶段,除了线性材料的稳定裂纹动态起始扩展问题和对弹性波的散射问题有较系统的直接解法作定量分析外,线性材料的裂纹快速传播与止裂问题、非线性材料的动态裂纹问题、分叉问题等都是当前重要的研究课题。

自从1959年M. L. Williams(威廉姆斯)用渐近级数展开法得到各向同性弹性双材料界面裂纹尖端附近应力具有振荡奇异性的结论以后,界面断裂力学的主要成就有:得到了一些典型界面裂纹问题的应力强度因子;1965年England(英格兰)发现由于应力振荡性,裂纹面会出现相互嵌入现象;Rice(1988)用复变函数法得到渐近应力场和位移场的表达式;旨在消除振荡与嵌入这种物理上不合理的现象而提出的接触区模型(Comninou(康尼诺),1977)和界面层模型(Delale(迪拉尔)和Erdogan,1988);1989年Hutchinson和Suo(锁志刚)提出的能量释放率扩展准则;1989年,Shih(谢)等人用有限元法分析弹塑性双材料界面裂纹尖端应力场,得到一个近乎于混合型HRR奇异场的渐近解;以及1992年夏霖、王自强通过精确的数学分析对幂硬化材料界面裂纹求得分离变量形式的HRR型奇异性渐近解等。在非各向同性双材料界面断裂力学方面也已取得不少研究成果。

第一章　线弹性断裂力学基本理论

线弹性断裂力学以线弹性理论为基础，研究含裂纹的材料在线弹性变形阶段发生裂纹失稳扩展的规律，即理想脆性断裂的规律。研究裂纹的扩展有两种不同的观点。一种是能量观点，认为如果当裂纹扩展一增量，使得释放的弹性能多于产生新裂纹表面所需要的能量，则发生裂纹的失稳扩展。另一种是应力场强度观点，认为裂纹尖端应力场强度因子超过表征材料特性的临界应力强度因子时，裂纹就失稳扩展。这两种观点有密切的联系但并不总是等效。本章的重点是用这两种观点建立的两个裂纹失稳扩展的断裂准则。

§1-1　裂纹尖端附近的应力场和位移场

物体发生脆性断裂时，若物体不产生塑性变形，则理想化地认为物体是弹性的。物体变形时，若服从虎克定律，则可认为它是线弹性体。于是问题归结为含裂纹物体的线弹性力学分析。

Ⅰ型和Ⅱ型的脆断问题，归结为平面问题下含裂纹的线弹性体的线弹性力学分析，Ⅲ型则归结为反平面问题的分析。

一、Ⅰ型裂纹与Ⅱ型裂纹的应力场和位移场

弹性力学平面问题，归结为选取应力函数 $U(x,y)$，使其满足双调和方程

$$\nabla^2\nabla^2 U=0 \tag{1-1}$$

和边界条件。

分析图 1-1 所示的平面裂纹体。裂纹面应力自由，远场有给定

的面内外力或面内位移。直角坐标系及极坐标系原点都选在裂纹右尖端 O 处。只要把裂纹看作一部分边界，就可用弹性力学的方法求得裂纹体的应力场和位移场。

裂纹处边界条件为

$$\sigma_\theta=\tau_{r\theta}=0,(\theta=\pm\pi) \quad (1\text{-}2)$$

用分离变量法，令

$$U(r,\theta;\lambda)=\sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} r^{\lambda+1}F_\lambda(\theta) \quad (1\text{-}3)$$

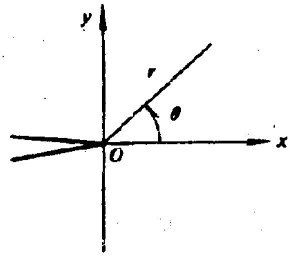


图 1-1

并代入式(1-1)，得

$$\sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} r^{\lambda-3}[F_\lambda^{\mathrm{N}}+2(\lambda^2+1)F_\lambda''+(\lambda+1)^2(\lambda-1)^2F_\lambda]=0$$

解关于 F_λ 的微分方程，得

$$F_\lambda(\theta)=A_\lambda\cos(\lambda+1)\theta+B_\lambda\sin(\lambda+1)\theta+C_\lambda\cos(\lambda-1)\theta +D_\lambda\sin(\lambda-1)\theta \quad (1\text{-}4)$$

其中，A_λ，B_λ，C_λ 和 D_λ 是待定的实常数，由远场边界条件确定。于是，应力分量的极坐标形式为

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_r&=\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}=\sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} r^{\lambda-1}[F_\lambda''(\theta)+(\lambda+1)F_\lambda(\theta)]\\
\sigma_\theta&=\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}=\sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} r^{\lambda-1}[\lambda(\lambda+1)F_\lambda(\theta)]\\
\tau_{r\theta}&=-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial\theta}\right)=\sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} r^{\lambda-1}[-\lambda F_\lambda'(\theta)]
\end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}5)$$

利用边界条件式(1-2)，有

$$F_\lambda(\pm\pi)=0,\ F_\lambda'(\pm\pi)=0 \quad (1\text{-}6)$$

将式(1-4)代入，化简后得到关于待定系数 A_λ, C_λ 和 B_λ, D_λ 的两个线性齐次代数方程组：

$$\left.\begin{array}{l}\begin{cases}A_\lambda\cos\lambda\pi+C_\lambda\cos\lambda\pi=0\\ A_\lambda(\lambda+1)\sin\lambda\pi+C_\lambda(\lambda-1)\sin\lambda\pi=0\end{cases}\\ \text{和}\quad\begin{cases}B_\lambda\sin\lambda\pi+D_\lambda\sin\lambda\pi=0\\ B_\lambda(\lambda+1)\cos\lambda\pi+D_\lambda(\lambda-1)\cos\lambda\pi=0\end{cases}\end{array}\right\}\tag{1-7}$$

这两个方程组有非零解的充要条件是系数行列式分别等于零，由此得到一个共同的关系式：

$$\sin 2\lambda\pi=0\tag{1-8}$$

当 $\lambda=\pm\frac{n}{2}(n=0,1,2,\cdots)$ 时，上式成立，λ 称为特征根，式(1-8)称为特征方程。

根据应变能有界的条件，可知 $\lambda>0$。证明如下：

考察以裂纹尖端为中心的某一区域的应变能 V

$$V=\int_o^r\int_o^{2\pi}W(\sigma_{ij}^2)r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$$

其中 $W(\sigma_{ij}^2)$ 是应变能密度。注意到式(1-5)，有

$$W(\sigma_{ij}^2)=r^{2\lambda-2}S(\theta)$$

令

$$\int_o^{2\pi}S(\theta)\mathrm{d}\theta=S_0$$

则

$$V=S_0\int_o^r r^{2\lambda-1}\mathrm{d}r$$

应变能 V 应该有界，则必有 $2\lambda-1>-1$，即 $\lambda>0$。

$$\therefore\quad \lambda=\frac{n}{2}\qquad (n=1,2,\cdots)\tag{1-9}$$

于是，由式(1-7)，有

当 $n=1,3,5,\cdots$时，

$$C_\lambda=-\frac{\lambda+1}{\lambda-1}A_\lambda=-\frac{\frac{n}{2}+1}{\frac{n}{2}-1}A_\lambda,\ D_\lambda=-B_\lambda \tag{1-10}$$

当 $n=2,4,6,\cdots$时，

$$C_\lambda=-A_\lambda,\ D_\lambda=-\frac{\frac{n}{2}+1}{\frac{n}{2}-1}B_\lambda \tag{1-11}$$

由这组关系式及式(1-3)和式(1-4)，得满足双调和方程和裂纹处应力自由边界条件的应力函数为

$$U(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}C_n r^{\frac{n}{2}+1}\left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta-\frac{\frac{n}{2}+(-1)^n}{\frac{n}{2}+1}\cos\left(\frac{n}{2}+1\right)\theta\right]$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}D_n r^{\frac{n}{2}+1}\left[\sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta-\frac{\frac{n}{2}-(-1)^n}{\frac{n}{2}+1}\sin\left(\frac{n}{2}+1\right)\theta\right] \tag{1-12}$$

这个应力函数是 M. L. Williams(威廉姆斯)于 1957 年提出的，现称为 Williams 应力函数。关于这个函数的特征根值级数展开的收敛性还没有得到证明，然而这是一个实用方法，边界配置法就是以此作为理论基础的。以后我们还要用此法讨论界面裂纹的奇异性。

由式(1-5)得极坐标下的应力分量表达式：

$$\sigma_r=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2}C_n r^{\frac{n}{2}-1}\Big\{\Big[\frac{n}{2}+(-1)^n\Big]\cos\Big(\frac{n}{2}+1\Big)\theta$$

$$-\Big(\frac{n}{2}-3\Big)\cos\Big(\frac{n}{2}-1\Big)\theta\Big\}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2}D_n r^{\frac{n}{2}-1}\Big\{\Big[\frac{n}{2}$$