



信息处理丛书·信息处理丛书

时域离散 信号处理

李素芝 万建伟 编著

国防科技大学出版社

7 A911.7

L34

380556

信息处理丛书·信息处理丛书

时域离散信号处理

李素芝 万建伟 编著

皇甫堪 审

国防科技大学出版社

D724/16
[湘] 新登字 009 号

内 容 简 介

本书系统地论述了数字信号处理的基本原理和方法,着重讨论时域离散信号的处理。

全书共九章。前四章是时域离散信号处理的基础理论。内容包括:时域离散信号与系统, z 变换与傅里叶变换,线性时不变系统的变换域分析,离散傅里叶变换和各种快速傅里叶变换算法,数字滤波器的基本结构、理论和设计方法,最后讨论数字信号处理中的有限字长效应。每章末都附有大量习题。全书条理清楚,叙述深入浅出,便于自学。

本书可作为大专院校电子技术专业的本科生教材,也可供此专业的研究生和教师以及科研和工程部门从事数字信号处理的科技人员参考。

时域离散信号处理

编 著 李素芝 万建伟

责任编辑 曹莉华

责任校对 张刚华

*

国防科技大学出版社出版发行

(长沙·湖南·410074)

邮编 410074 电话 (0731) 446564

新华书店北京发行所经售

国防科技大学出版社

开本: 850×1168 1/32 印张: 18.75 字数 356 千

1994年8月第1版第1次印刷 印数: 3000册

ISBN 7-81024-294-6

TP·56 定价: 12.00元

前 言

数字信号处理是近 20 年发展起来的一门新兴学科。它以数字计算机和专用数字信号处理系统为工具,用数值计算的方法对信号进行分析、滤波、变换、估计等处理。70 年代以后,由于大规模集成电路和计算机技术的迅猛发展,为数字信号处理技术的发展提供了更加有利的条件。利用数字信号处理技术,不仅可以更经济地完成模拟信号处理的大部分工作,而且可以获得模拟信号处理难以得到的好效果。

本书是本科生数字信号处理课的教材。侧重于数字信号处理的基本理论和基本分析方法,以讲述时域离散信号的处理为主。

全书共分九章。第一章:时域离散信号和系统;第二章: z 变换与傅里叶变换;第三章:线性时不变系统的变换域分析;第四章:离散傅里叶变换(DFT)。前四章是数字信号处理的理论基础。第五章:时域离散系统的基本结构;第六章:无限长单位取样响应(IIR)数字滤波器(DF)的设计;第七章:有限长单位取样响应(FIR)数字滤波器的设计。这三章主要是讨论数字滤波器的原理和设计方法。第八章:快速离散傅里叶变换(FFT),它是 DFT 的一种快速算法;第九章:数字信号处理中的有限字长效应,这一章主要讨论数字系统实现中的问题。

数字信号处理属于应用科学,必须在实践中学习,才能真正掌握数字信号处理的理论知识和技术。为此在学习本书过程中要多做习题,争取更多的机会上机练习,以便更好地掌握数字信号处理的实际技能。书中全部习题由万建伟讲师编写。

由于作者水平有限,不当和错误之处,敬请读者批评指正。

李素芝

1992.12

绪 论

数字信号处理是 60 年代随着数字计算机技术和大规模集成电路技术的迅速发展而发展起来的一门新技术和新学科。它是把信号变换成数字或符号表示的序列,然后通过计算机或专用数字信号处理设备,用数值计算的方式处理这些序列。它可以对信号进行滤波、变换、估计、识别、谱分析等等。处理的目的是估计信号的特征参数,也可以是把信号变换成更符合人们要求的形式。

虽然数字信号处理是一个正在生气勃勃迅速发展的学科,但它的基本原理已经相当完善,应用日益广泛。

数字信号处理的基本理论与应用概貌如图 1 所示。

时域离散线性时不变系统理论和离散傅里叶变换是数字信号处理的理论基础。数字滤波和数字谱分析(即快速傅里叶变换 FFT)是数字信号处理的核心。

数字滤波从系统上可分为无限长单位取样响应(IIR)数字滤波器和有限长单位取样响应(FIR)数字滤波器两大类;在内容上,包括它们的数字逼近问题、综合问题和硬件或计算机软件宏观实现问题。

频谱分析是研究信号特征、信号处理的重要内容。高效的快速离散傅里叶变换算法 FFT 的出现,对促进数字信号处理的发展起着决定性的作用,不仅在实际谱分析技术中用到它,还可用于实现 FIR 数字滤波器。

为了解数字信号处理的基本组成,我们讨论模拟信号的数字化处理系统,其方框图如图 2 所示。

该系统首先把模拟信号变换成数字信号,然后用数字技术进行处理,最后再还原成模拟信号。模拟信号 $x_a(t)$ 首先输入前置预滤波器,此滤波器的主要作用是滤除输入信号 $x_a(t)$ 中高于折叠频

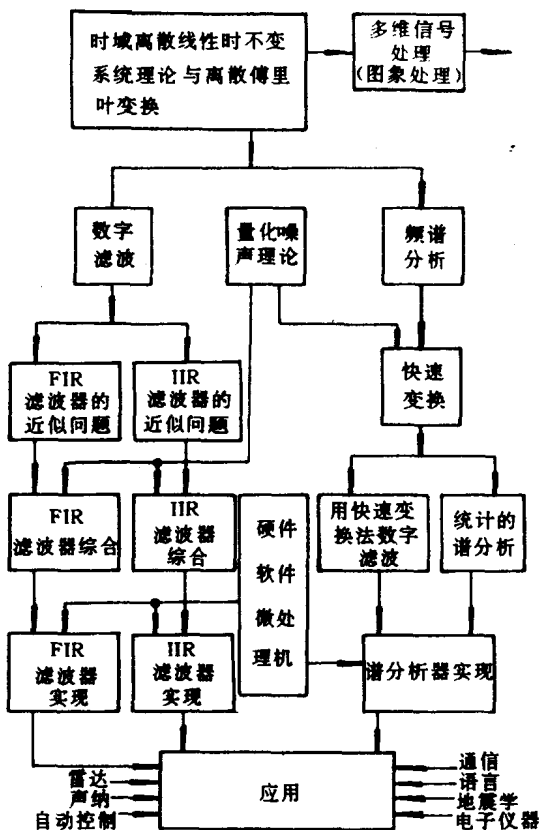


图 1 数字信号处理的基本理论与应用概貌

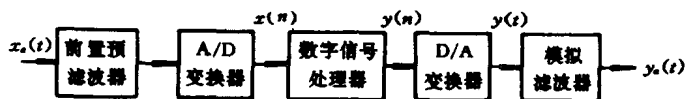


图 2 模拟信号数字化处理原理方框图

率(等于取样频率的一半)的分量。随后在模数转换器(A/D)的取样器中每隔时间 T 秒(取样周期)取出一次信号 $x_a(t)$ 的幅度,取样后的信号称为离散时间信号,它只表示离散时间点 $0, T, 2T, \dots, nT, \dots$ 上的信号 $x_a(0), x_a(T), \dots, x_a(nT), \dots$ 。随之,在模数转换器的量化器中按照量化电平,将取样信号转换成二进制数码。显然输入信号 $x_a(t)$ 经A/D变换后,不仅时间数字化了,而且幅度也数字化了,这种信号称为数字信号,它是数字序列,用 $x(n)$ 表示,其中 n 是整型变量。接着数字序列通过数字信号处理器,按照预定的要求,在处理器中将信号 $x(n)$ 进行处理,得到输出数字信号 $y(n)$ 。然后 $y(n)$ 通过数模(D/A)转换器,将数字序列变换成模拟信号 $y(t)$ 。最后再通过一个模拟滤波器,以滤除不必要的高频分量,平滑成期望的模拟输出信号 $y_a(t)$ 。这些信号的波形分别如图3所示。

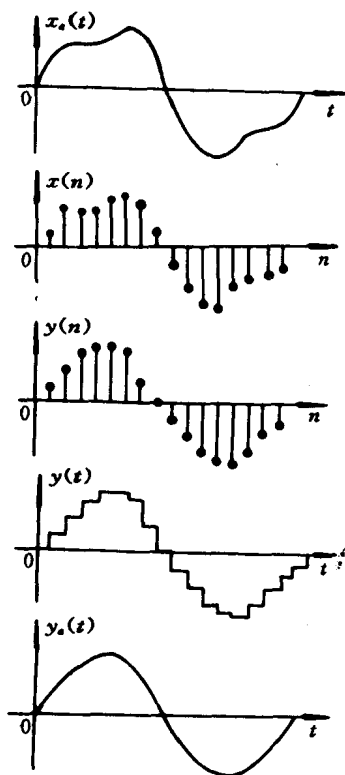


图3 模拟信号数学处理波形图

数字信号处理与模拟信号处理相比较,具有很多优点:

1. 灵活性强

数字系统的性能主要是由乘法器的乘系数决定的,这些乘系

数预先存放在系数存储器中,只要改变这些系数或存储单元,就可以得到不同性能的数字系统。

2. 精度高

模拟系统的精度由元器件决定,模拟元器件的精度很难达到 10^{-3} 以上。而数字系统的精度与字长有关,例如为使数字系统的精度达到 10^{-4} ,只需选择14位字长,这是很容易做到的。因此在高精度系统中,有些只能采用数字系统。

3. 可靠性高

模拟系统中各元器件都有一定的温度系数,而且电信号是连续变化的,因而,容易受周围环境温度以及噪声等的影响。而数字系统中只有两个信号电平“0”和“1”,受温度、噪声等影响较小。若采用大规模集成电路,可靠性就更高。

4. 数字系统便于大规模集成,大规模生产,这是因为数字部件有高度规范性,对电路参数要求不严,便于大规模集成和生产。

数字信号处理设备也有一些局限性。例如,数字系统速度不太高,系统结构较复杂,因而价格较昂贵。

今后,随着超大规模集成电路(VLSI)的发展,数字信号处理技术必将得到更加广泛的应用和发展。

目 录

绪论

第一章 时域离散信号和系统

1.1 引言	(1)
1.2 时域离散信号——序列	(2)
1.3 时域离散系统	(8)
1.4 线性时不变系统 (L. T. I)	(12)
1.5 线性时不变系统的特性	(16)
1.6 线性常系数差分方程	(19)
1.7 时域连续信号的采样	(23)
习题一	(32)

第二章 z 变换与傅里叶变换

2.1 引言	(36)
2.2 z 变换及其收敛域	(36)
2.3 z 反变换	(45)
2.4 z 变换的性质和定理	(54)
2.5 z 变换与拉普拉斯变换的关系	(68)
2.6 序列的傅里叶变换及其一些对称性质	(71)
习题二	(78)

第三章 线性时不变系统的变换域分析

3.1 引言	(83)
3.2 线性时不变系统的频率响应	(83)
3.3 系统函数	(88)
3.4 有理系统函数的单位取样响应 (IIR, FIR)	(95)
3.5 系统频率响应的几何确定法	(97)
3.6 振幅和相位间的关系	(101)
3.7 全通系统	(104)
3.8 最小相位系统	(106)

3.9 具有线性相位的 FIR 系统	(116)
习题三	(133)
第四章 离散傅里叶变换 (DFT)	
4.1 引言	(137)
4.2 周期序列的离散傅里叶级数 (DFS)	(139)
4.3 离散傅里叶级数的性质	(143)
4.4 有限长序列的傅里叶表示: 离散傅里叶变换 (DFT)	(148)
4.5 补零 DFT	(153)
4.6 离散傅里叶变换的性质	(156)
4.7 用 DFT 实现线性卷积	(169)
4.8 DFT 与 z 变换、傅里叶变换的相互关系	(185)
习题四	(189)
第五章 时域离散系统的基本结构	
5.1 引言	(194)
5.2 数字滤波器结构的表示方法	(195)
5.3 无限长单位脉冲响应 (IIR) 数字滤波器的基本结构	(197)
5.4 有限长单位脉冲响应 (FIR) 数字滤波器的基本结构	(202)
习题五	(215)
第六章 无限长单位脉冲响应 (IIR) 数字滤波器 (DF) 的设计	
6.1 引言	(218)
6.2 由模拟滤波器设计 IIR 数字滤波器	(223)
6.3 常用模拟低通滤波器设计简介	(235)
6.4 设计 IIR 数字滤波器的频率变换法	(253)
6.5 IIR 数字滤波器的优化设计	(269)
习题六	(279)
第七章 有限长单位脉冲响应 (FIR) 数字滤波器的设计	
7.1 引言	(282)
7.2 用窗函数法设计 FIR 滤波器	(283)
7.3 用频率取样法设计 FIR 滤波器	(295)
7.4 FIR 滤波器的优化设计	(301)

7.5 IIR 与 FIR 滤波器的比较	(307)
习题七	(309)
第八章 快速离散傅里叶变换 (FFT)	
8.1 引言	(312)
8.2 直接计算 DFT 的运算量及特点	(312)
8.3 按时间抽取 (DIT) 的 FFT 算法	(315)
8.4 按频域抽取 (DIF) 的 FFT 算法	(328)
8.5 N 为复合数的 FFT 算法	(332)
8.6 用卷积实现离散傅里叶变换——chirp 变换算法 (CTA)	(348)
8.7 快速卷积的 FFT 算法	(354)
习题八	(359)
第九章 数字信号处理中的有限字长效应	
9.1 引言	(362)
9.2 数的表示法对误差的影响	(363)
9.3 模/数转换过程中的量化效应	(377)
9.4 数字滤波器的系数量化效应	(384)
9.5 数字滤波器运算中的有限字长效应	(395)
9.6 快速傅里叶变换算法 (FFT) 的有限字长效应	(424)
习题九	(436)

第一章 时域离散信号和系统

1.1 引言

信号处理是本书讨论的主题。信号是传递信息的函数，例如语音、电报是信号，人造卫星拍摄的气象图片也是信号。

按信号的特点不同，它可以表示成一个或几个独立变量的函数。例如语音信号是时间（一维变量）的函数；而图像信号是空间位置（二维变量）的亮度函数。

一维变量可以是时间，也可以是其它参量，一般习惯上将它看成时间。

信号有三种类型：时域连续信号，时域离散信号和数字信号。

时域连续信号 如果信号定义在时间的连续区域上，其幅度可以是连续区域内的任何值，也可以是离散数值。当幅度是连续数值时的信号又常称为模拟信号。实际上时域连续信号与模拟信号常常通用，可以用来说明同一类信号。

时域离散信号 如果信号定义在离散时刻上，其幅度取连续区域内任何值的信号称为时域离散信号。

数字信号 如果信号的幅度只能取在离散集合中一些值的信号称为数字信号，即时间和幅度都离散的信号。

当使用专用硬件或计算机处理时域离散信号时，因受寄存器或字长限制，这时的信号实际上就是数字信号。设计数字系统时把数字信号看成是时域离散信号更方便。因此，在本书大部分章节里，我们并不区分这两类信号，只在第九章里介绍两者间的差异。

信号处理,即信号变换。例如,分离两个或几个按某种方式合并在一起的信号;增强一个信号的某一分量或参数;估算信号的某些参数等等。信号处理必须通过一定的系统来实现。这些系统按照处理信号的不同分成两大类:模拟系统又称连续系统,其输入和输出都是时域连续信号的系统;离散系统又称数字系统,其输入和输出都是离散信号的系统。数字信号处理就是研究时域离散信号和系统的变换和处理。

1.2 时域离散信号——序列

时域离散信号只在等间隔的离散时间 nT 点上给出函数值,因而是时间上不连续的数字“序列”。由于在信号处理过程中,信号是存放在存储器里的,在取用时可以不按它们的存放次序,故 nT 已不能代表信号出现的具体时刻,只表示时域离散信号在序列中前后位置的顺序。因此序列没有必要用 nT 作自变量,而直接以 $x(n)$ 表示一数字序列 x 的第 n 个序列值。一个数字序列 x 可以写成

$$x = \{x(n)\} \quad (1-1)$$

或 $\{x(-\infty), \dots, x(-1), x(0), x(1), \dots, x(\infty)\}$

但为了方便,实际上直接用 $x(n)$ 表示时域离散信号——序列。这里要特别强调序列 $x(n)$ 只在 n 为整数时才有意义,而对于非整数的 n 值是没有定义的,不能视为零。

时域离散信号,也可以用图形表示,如图 1-1 所示。

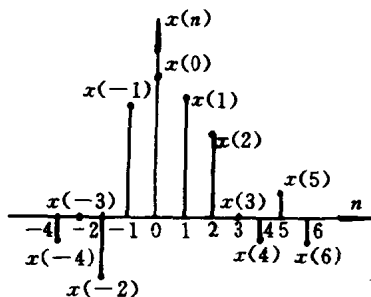


图 1-1 时域离散信号的图形表示

虽然图 1-1 的横坐标，画成一条连续的直线，但 $x(n)$ 仅仅对于整数的 n 值有意义，纵轴线段的长短表示各序列值的大小。

1.2.1 序列的运算和常用序列

在时域离散信号处理系统的分析中，序列有几种基本运算。

定义两个序列 $x(n)$ 和 $y(n)$ ，两个序列的积与和分别定义为其同序号(n)的序列值逐项对应相乘与相加。

积：
$$x(n) \cdot y(n) = \{x(n) \cdot y(n)\}$$

和：
$$x(n) + y(n) = \{x(n) + y(n)\}$$

例如：

$$x(n) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^n & n \geq 0 \\ n & n < 0 \end{cases}$$

$$y(n) = \begin{cases} n + 1 & n > 0 \\ 0 & n \leq 0 \end{cases}$$

积：
$$x(n) \cdot y(n) = \begin{cases} (n+1)(\frac{1}{2})^n & n > 0 \\ 0 & n = 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

和：
$$x(n) + y(n) = \begin{cases} n + 1 + (\frac{1}{2})^n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \\ n & n < 0 \end{cases}$$

序列 $x(n)$ 与一个数 α 相乘定义为：

$$\alpha x(n) = \{\alpha x(n)\}$$

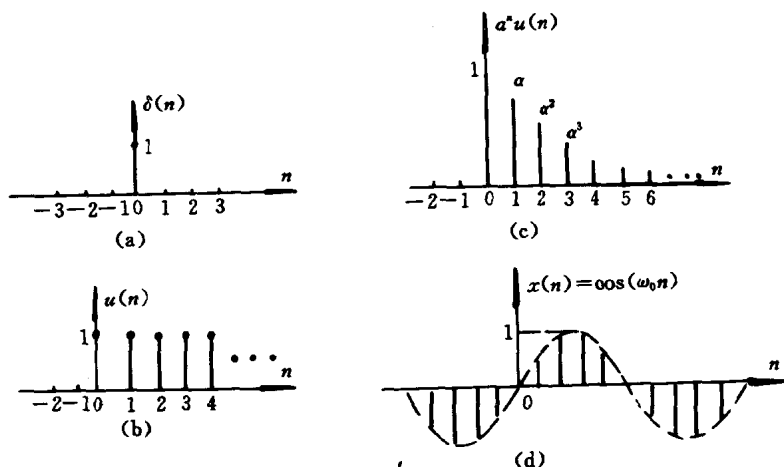
即各序列值均乘上 α 值。

如果序列具有下列取值：

$$y(n) = x(n - n_0)$$

其中 n_0 为整数。当 n_0 为正时, 则 $x(n - n_0)$ 是原序列 $x(n)$ 逐项依次右移(延时) n_0 位得到的新序列, 称 $x(n - n_0)$ 为序列 $x(n)$ 的延序列或移位序列。当 n_0 为负时, 则 $x(n - n_0)$ 是 $x(n)$ 的左移(超前) n_0 位序列。

在时域离散信号和系统的理论讨论中, 有几个基本序列特别重要, 这些序列示于图 1-2 中。下面我们来讨论这些序列。



(a) $\delta(n)$ 序列 (b) $u(n)$ 序列 (c) 指数序列 (d) 正弦序列

图 1-2 常用序列

1. 单位取样序列(单位冲激) $\delta(n)$

定义为如下取值的序列:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

为单位取样序列, 又称为单位脉冲序列。我们将会看到, 单位取样序列在时域离散信号和系统中所起的作用和单位冲激函数 $\delta(t)$ 在时域连续信号和系统中所起的作用是相同的。故又称为时

域离散冲激。但要强调的是,在数学上时域离散冲激并不像时域连续冲激那样复杂,前者是一个有限的值,而后者是数学上的极限。如图 1-2(a) 所示。

在线性系统讨论中,单位取样序列的重要作用之一是任何一个序列都可以表示成各延迟单位取样的幅度加权和。例如图 1-3 的序列 $x(n]$ 表示为

$$x(n) = 3\delta(n+3) + \delta(n-1) - 2\delta(n-2) + 7\delta(n-7)$$

更一般的说,任意序列都可以表示成:

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k) \quad (1-3)$$

在今后讨论时域离散线性系统时经常要用到 (1-3) 式。

2. 单位阶跃序列 $u(n]$

单位阶跃序列具有下列取值:

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

如图 1-2 (b) 所示。

它类似于时间连续信号中的单位阶跃函数 $u(t)$ 。

单位取样序列与单位阶跃序列间的关系为

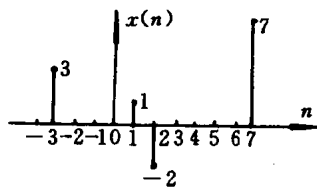


图 1-3 用单位取样序列表示任意序列

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1-5)$$

而单位阶跃序列等于各延迟单位取样之和

$$u(n) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k) \quad (1-6)$$

令 $n-k=m$ 代入上式可得

$$u(n) = \sum_{m=-\infty}^n \delta(m) \quad (1-7)$$

上式看出, n 时刻单位阶跃序列的取值等于 n 时刻和 n 时刻以前的单位取样序列所有值的总和。

3. 矩形序列

矩形序列表示为

$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{其余 } n \end{cases} \quad (1-8)$$

显然它是有限长度的序列。与 $\delta(n)$ 、 $u(n)$ 的关系为

$$\begin{aligned} R_N(n) &= u(n) - u(n-N) \\ R_N(n) &= \delta(n) + \delta(n-1) + \cdots + \delta[n-(N-1)] \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \delta(n-m) \end{aligned}$$

4. 实指数序列

实指数序列的一般形式为:

$$x(n) = \alpha^n u(n) \quad (1-9)$$

其中 α 为实数。当 $|\alpha| < 1$ 时序列是收敛的, 而当 $|\alpha| > 1$ 时序列是发散的。图 1-2(c) 表示 $0 < \alpha < 1$ 时 $\alpha^n u(n)$ 的图形。

5. 正弦型序列

正弦序列为:

$$x(n) = A \cos(\omega_0 n + \varphi) \quad (1-10)$$

其中 A 为信号幅度, ω_0 为数字域频率, φ 为初始相位。图 1-2(d) 中表示当 $A = 1$ 、 $\varphi = 0$ 时的 $x(n)$ 的图形。

6. 复指数序列

复指数序列的通式为:

$$x(n) = e^{j\omega_0 n} \quad (1-11)$$

它具有实部和虚部, 可展开成

$$x(n) = \cos \omega_0 n + j \sin \omega_0 n$$