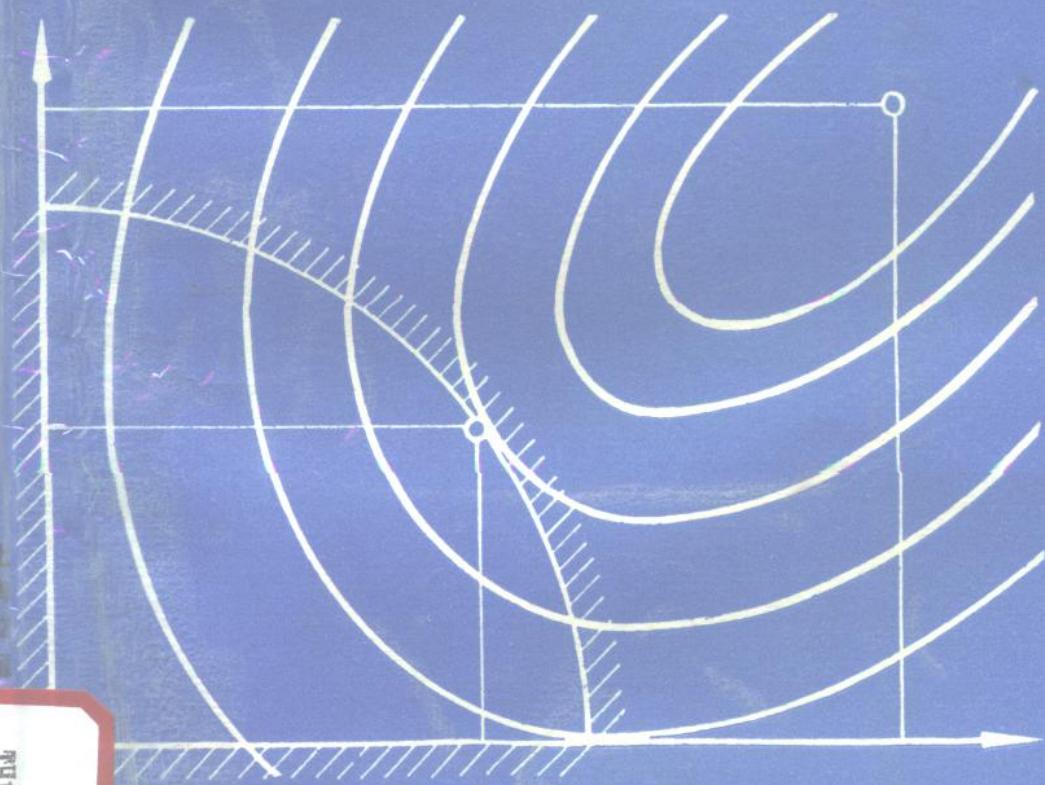


现代设计方法

主编 苏德洋



TH122

上海交通大学出版社

TH122
385

现代设计方法

主编 苏德洋

上海交通大学出版社

内 容 提 要

书中主要阐述了与机械工程领域密切相关的现代设计方法中的重要组成部分：优化设计和计算机辅助设计的主要内容之一——计算机绘图。优化设计部分主要阐述了机械优化设计中常用的优化方法，着重介绍了最速下降法、牛顿法、共轭梯度法、鲍威尔法、变尺度法、随机方向搜索法、复合形法、可行方向法和罚函数法。为便于读者学习，在书中第二章介绍了必要的数学基础。计算绘图部分主要阐述微型计算机绘图，包括绘图原理、坐标变换与图形变换和交互式图示系统，并介绍了以 AutoCAD 软件作为二次开发工具的微机 CAD 应用实例。

本书可作为精密仪器及机械专业本科高年级学生的教材，也可作为机械类专业本科高年级学生的教材，并可供从事仪器设计、机械设计工作的工程技术人员学习与参考。

责任编辑 冯 颖

封面设计 陈玉兰

现代设计方法

主编 苏德洋

上海交通大学出版社·出版

(上海市番禺路 875 号 邮政编码 200030)

新华书店上海发行所·发行

常熟文化印刷厂·印刷

开本：787×1092(毫米) 1/16 印张：9.75 字数：240006

版次：1996 年 6 月 第 1 版 印次：1996 年 11 月 第 2 次

印数：501—1300

ISBN 7-313-01643-3/TH·060 定价 11.50 元

前　　言

随着计算机技术在各个学科领域内的应用与渗透，现代机械设计的理论与方法发展迅速。尤其是其中的计算机辅助设计和优化设计技术已在包括仪器和机械工程在内的各个工程领域内得到愈来愈广泛的应用。

为了满足精密仪器及机械专业本科高年级学生和研究生教学的需要，在1986年开设“机械优化设计”课程的基础上，补充了微型计算机绘图的内容，将本书定名为“现代设计方法”，并自1992年沿用至今。

本书由苏德洋主编。其中第一章至第五章由苏德洋编写，第六章由郑懿编写，第七章由刘凤鸣编写。

由于编者的水平有限，时间仓促，书中错误和缺点在所难免，望读者多加批评和指正。

编　者

1995年11月

目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 现代设计的涵义	1
§ 1-2 现代设计方法及其与传统设计方法的区别	2
§ 1-3 现代机械设计方法简介	3
§ 1-4 最优化设计、计算机绘图在现代设计中的地位及本课程的任务	7
§ 1-5 最优化设计问题数学模型实例	8
§ 1-6 微型计算机绘图概述	12
第二章 最优化设计数学基础.....	16
§ 2-1 二次型与正定矩阵	16
§ 2-2 函数的方向导数与梯度	17
§ 2-3 泰勒级数和海赛矩阵	19
§ 2-4 无约束极值条件	20
§ 2-5 凸集、凸函数与凸规划	22
§ 2-6 约束极值存在的必要条件和充分条件	24
第三章 一维最优化方法.....	28
§ 3-1 概述	28
§ 3-2 一维最优化的解析方法	29
§ 3-3 一维最优化的直接方法	30
第四章 无约束最优化方法.....	36
§ 4-1 概述	36
§ 4-2 坐标轮换法	36
§ 4-3 单纯形(加速)法	39
§ 4-4 最速下降法	42
§ 4-5 牛顿法	45
§ 4-6 共轭梯度法	49
§ 4-7 鲍威尔法	55
§ 4-8 变尺度法	61
第五章 约束最优化方法.....	67
§ 5-1 概述	67
§ 5-2 随机试验法	68

§ 5-3 网格法	71
§ 5-4 随机方向搜索法	73
§ 5-5 复合形法	75
§ 5-6 可行方向法	83
§ 5-7 消元法	92
§ 5-8 拉格朗日乘子法	93
§ 5-9 罚函数法	95
§ 5-10 增广乘子法	111
第六章 机械最优化设计	113
§ 6-1 有关建立机械优化设计数学模型的一些问题	113
§ 6-2 最优化方法的选择、计算结果的分析与处理	115
§ 6-3 精密机械优化设计实例	116
第七章 计算机绘图	124
§ 7-1 概述	124
§ 7-2 绘图原理	125
§ 7-3 计算机图形功能	128
§ 7-4 坐标变换与图形变换	132
§ 7-5 交互式图示系统	140
§ 7-6 计算机绘图应用实例	144
参考文献	150

第一章 緒論

§ 1-1 現代设计的涵义

“设计”一词，即英语的 Design，起源于拉丁语 Designare，此词由记下(*D.*)和符号、记号、图形等(Signare)两词组成。因而它的最初含义是：将符号、记号、图形之类记下来之意。

随着科学技术和生产力的不断发展，设计也不断向深度和广度发展。按系统论的原理，人—机器—工作—环境组成了一个完整的总系统，并且它们之间相互影响，因而可得到 4 种类型的设计：环境设计、系统设计、产品设计和零件设计。实际上，由于设计项目不同，各设计类型的侧重是不同的，但不管哪类设计，都涉及到三大要素：即人、机器和环境，三者构成了完整的系统。因而在进行设计时，应从这系统的角度来考虑。

(产品)设计的一般过程，如图 1-1 所示。

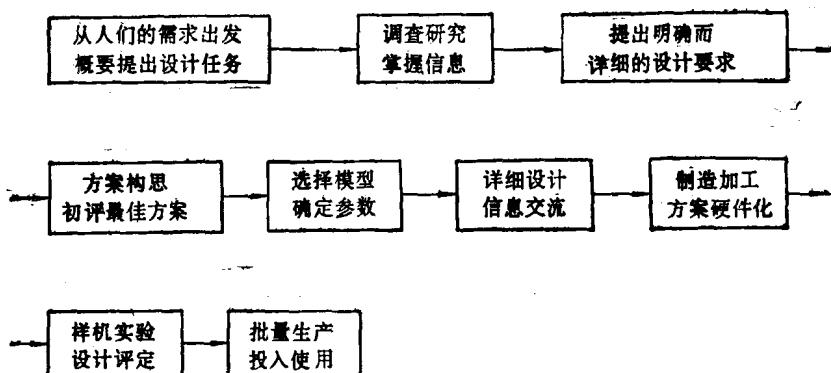


图 1-1 设计过程

图 1-1 客观反映了一个产品设计过程中的内涵和规律，但未反映出设计过程如何在时间与空间范围内运动及它与各种知识软件间的关系。其实，设计过程所表现的形式和状态，可用图 1-2 表示。

由图不难看出，整个设计空间分为两部分。内部为设计应遵循的各过程，也是设计的目的——“硬件”所在，称之为设计核心；外部为支持设计所需的各种设计“软件”——包括自然科学、技术科学、社会科学等必要的知识、经验和技能。所以，设计的过程，一方面是遵循设计自身的规律进行运动，另一方面是不断地调用外部软件反复进行信息交流的过程。

因此，设计的实质是：根据客观需求，通过人们创造性思维，经过反复判断，作出决策并用各种设计模型使之定量化，借此将提供的资源(人、物、信息)转化为技术装置、设施或系统(包括社会系统)以满足人类与社会的功能要求，并取得最满意的杜会与经济效益。当前，“设计”的概念已经广义化，已扩大理解为包括社会问题；“数据”不仅指数字，实际上已指一切信息的记录，如图形、数值、法则、消息等；“机构”已理解为机械、电气、液压、气动、小五金等部件，也说明了只有跨行业、跨学科才能解决一项工程问题的必然趋势。不久前在上海诞

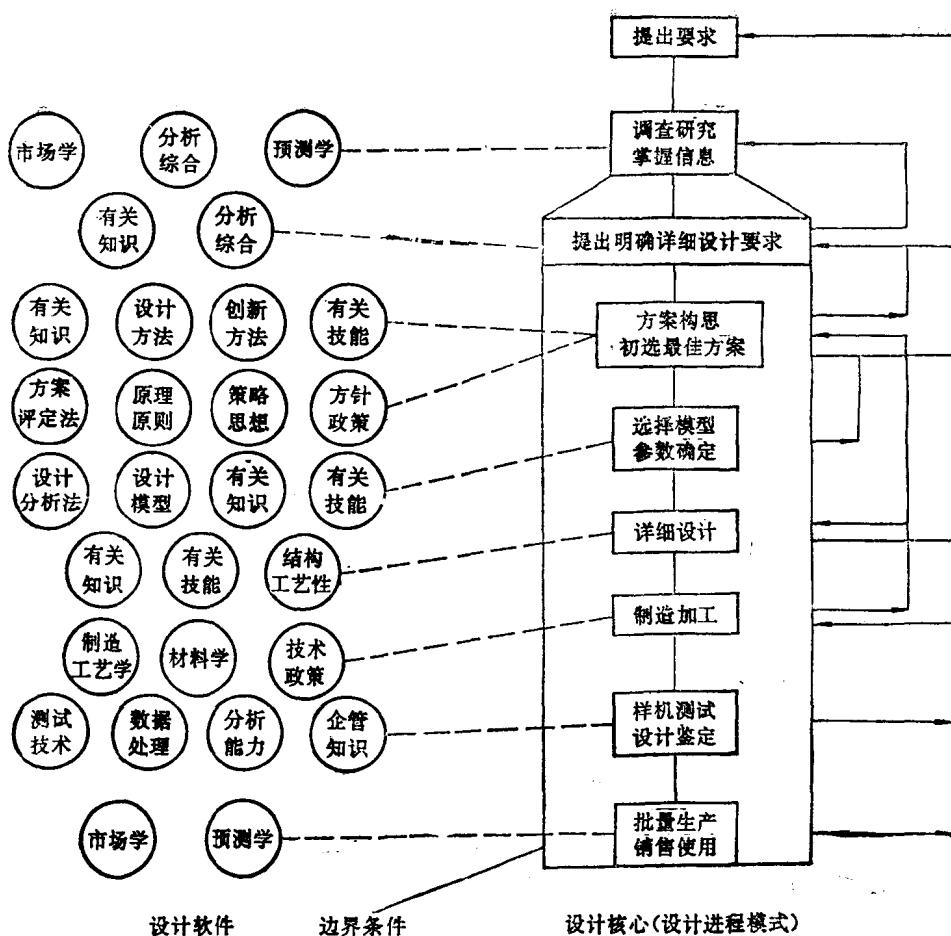


图 1-2 设计过程形态

生的中华 I 型全身 X 射线计算机断层扫描装置，就是集机械、电子、电器、光学、高分子、核物理学、生物医学及计算机技术于一体的高科技尖端产品，充分体现了设计的广义化、交叉特性以及跨行业技术密集的特征。

对设计人员的要求则是：掌握设计核心的内在特点、规律、原理、原则、步骤与方法；掌握外部设计软件的各种知识，具备科学的思维方法和分析、综合判断各种信息的能力，并集中各种知识和技能于整个设计之中的才能。

§ 1-2 现代设计方法及其与传统设计方法的区别

我们从机械工程设计领域对设计方法进行剖析，据统计：在现实的生产实践中，机械行业中只有 40% 的机械是已经设计过的，它们具备一定的设计资料；而其余 60% 的机械则还未曾设计过，它们没有设计资料；许多老的机械则大量需要更新换代。由于原始条件的不同，在进行重新设计时有 3 种不同的类型：

(1) 开发性设计。即没有样机的设计，需要从设计方案、设计原理开始，就是从对产品的抽象要求出发，设计出满足要求的产品；

(2) 适应性设计。在总的方案、原理基本保持不变的情况下对已有产品进行局部变更，

使之适应于某些新的或附加要求。

(3) 变异性设计。为在方案、原理和功能、结构都不变的情况下，仅仅改变产品的结构尺寸和配置，适应在技术参数、在量的方面的要求。

众所周知，传统设计是一种经历了直觉设计、经验设计、半理论半经验设计3个发展阶段并于本世纪50年代后期形成，至今仍被广泛采用的设计方法。它基本上是凭借直接或间接的经验，通过类比法来确定方案，然后以机械零件的强度和刚度理论对确定的形状和尺寸进行必要的计算或验算，以满足限定的约束条件。它不仅在方案的构思上很大程度地取决于个人的经验，难以获得最佳结果，而且分析计算中使用了大量的近似方法，降低了设计质量，周期长，效率低。总之，这种设计方法对全局性的问题研究得很不够。可以认为，传统设计仅限于图1-2所示的设计核心部分，而且实现的是合格“可行”的设计，谈不上最佳或最优化。

由于近年来电子计算机包括微型计算机的出现和发展，与计算技术相关联的数学、物理、力学、系统工程学在数学规划论、可靠性理论、有限元素法、断裂理论等新理论新技术的应用，一门新兴的多元交叉学科——现代设计法于60年代初开始孕育，经过美国、英国、德国、瑞典、丹麦和日本等国学者多年的探索、研究和实践，已形成概括为突变论、功能论、优化论、智能论、系统论、离散论、信息论、控制论、功应论、模糊论、艺术论等数种科学方法学及其所隶属的各种科学方法形成的方法学，它可用以解决一切领域的广义设计问题。

在机械工程领域内，现代设计方法具有下列特点：

(1) 采用技术预测和信号分析法处理资料信息，科学地获得必要的设计参数。在机械设计中通常采用幅值概率密度函数分析、方差分析、相关分析及谱分析等方法求取设计参数；

(2) 运用系统分析法进行方案设计，能较好地实现方案的优化。这是由于它从整个系统出发来认识设计对象，确定设计要求和约束条件，进而将系统分解为子系统甚至基本单元，通过功能分解和单元组合，可以得到许多总体方案，最后根据技术和经济指标对它们进行评价和优选。

(3) 由于引进了大量的近代数学、力学和各种工程技术的研究成果，广泛采用有限元素法、有限差分法、边界元法、数值积分法等计算方法，使分析计算方法发生了质的飞跃；运用概率统计方法来分析失效，从系统的观点来分析机械及零部件的可靠性，发展了机械系统及机械零件的可靠性设计的新方法。这样，使设计的精确度和可靠性大大提高。

(4) 随着计算技术的不断发展，现在已可以通过计算机系统硬件和软件进行产品交互式设计分析、设计判断、自动绘图，最终实现从分析到优化的综合设计。总之，计算机辅助设计已成为提高设计效率、大大缩短设计周期、降低成本、加速产品更新的重要技术。CAD(计算机辅助设计)、CAM(计算机辅助制造)与 CAE(计算机辅助工程)正引起一场产品设计和工程设计的技术革命。

可见，传统的设计方法是以静态分析、近似计算和经验设计为特征的，而现代设计方法由于具备了以上特点，它是以动态分析、精确计算、优化设计和 CAD 为特征。

§ 1-3 现代机械设计方法简介

现代机械设计方法由许多设计方法所组成，既相对独立又有有机联系。现仅介绍与现

代设计的意图、准则、手段、工具联系较密切的几种方法。

一、机械零件的模型试验设计方法

模型试验设计就是设计、制造出原型零件的模型，在其上加载并进行应力和应变的测量，用以判断原型零件的强度和刚度以及原型零件的结构是否合理，然后以实测数据为依据，对零件的尺寸及结构进行修改，从而使设计更加完善的设计过程。

用作试验的机械零件的模型，从强度设计的范畴来讲，应和原型零件是力学相似，它包括几何相似、运动相似和动力相似。

1. 几何相似

模型和原型零件任何相对应的线性尺寸之比相等，任意两条对应直线间的夹角保持不变，即

$$C_L = l_{e,i} / l_{m,i}, \quad (1-1)$$

式中： C_L ——尺寸比例尺，对于选定的模型是一个常数；

$l_{e,i}$ ——原型零件的第 i 项线性长度；

$l_{m,i}$ ——模型上相对应的长度。

2. 运动相似

指原型零件和模型的位移场、速度场和加速度场保持几何相似。即

$$C_u = U_{e,i} / U_{m,i}, \quad (1-2)$$

式中： C_u ——位移比例尺；

$U_{e,i}$ ——原型零件上的点在时刻 t_i 时的位移（在强度问题中一般为变形位移量）；

$U_{m,i}$ ——模型上相对应点在时刻 t_i 时的位移。

可以证明，位移、速度和加速度的比例尺是相等的。

3. 动力相似

原型零件和模型的力场是几何相似的，即作用在原型零件和模型上的外力必须保持恒定的比例。即

$$C_P = P_e / P_m, \quad (1-3)$$

式中： C_P ——动力相似比例尺；

P_e ——作用于原型零件上的力；

P_m ——作用于模型上的力。

由应力的定义可以证明，应力比例尺 $C_\sigma = C_P / C_L^2$ ，而不能任意选取。

在强度问题中，除上述相似条件外，还有与强度有关的物理量（如弹性模量 E 和 G 、泊松比 μ 、单位体积的重量 γ 等）的相似和边界条件的相似。在若干情形下要使所有几何尺寸都相似会给模型制造带来极大困难，此时，只保留相似准则中关键的一项比例尺，称之为变态相似。

在模型试验时，基本的方法是在模型上加载，用以校核初步设计的零件上的应力和应变的分布情况，找出最大应力和应变发生的位置、大小和方向，称为应力应变分析试验。此外，有时还要进行零件模型的破坏试验，确定零件的极限承载能力；或进行疲劳试验，用以确定零件能够承受的极限载荷。

二、机械零件的概率设计方法

传统的机械零件设计是以材料力学、弹性力学为基础。在确定它的强度、刚度是否满足条件要求并进行计算时，作用于零件上的载荷、零件的特征线性尺寸、零件材料的性能参数等设计变量都是当作常数来对待。而概率设计法的区别则是将它们当作随机变量来看待，例如强度和应力均视为随机变量。它不仅可以解释传统机械设计方法中难以解释的现象，并处理不能处理的一些问题，满足了近年来对机械和机械系统中如超速、超高温、超低温、超高压、超低压条件下但可靠性要求却非常高的要求。它也是将概率论和统计学应用于工程设计的必然结果。

它的基本思想是：按零件的失效概率的大小来衡量零件的可靠性。使用的数学工具是不同分布密度的曲线相互重叠，即相互干涉的干涉理论。设计准则可表达为：

$$P = P(S > s) \equiv R(t) = R, \quad (1-4)$$

式中：
 \$R\$——系统或零件的可靠度；

\$S\$——强度 \$S \cong (\bar{S}, \zeta_s)\$；
 \$\bar{S}\$ 为样本均值，\$\zeta_s\$ 为样本标准差。
 \$s\$——作用应力 \$s \cong (\bar{s}, \zeta_s)\$；
 \$\bar{s}\$ 为样本均值，\$\zeta_s\$ 为样本标准差。

\$t\$——系统或零件使用寿命期间的时间或循环次数；

\$P\$——强度超过应力的概率。

设强度 \$S\$ 的概率密度函数为 \$f(S)\$，作用应力的概率密度函数为 \$f(s)\$，则零件的可靠度按以下方法处理：为强度(或许用应力)大于某一确定作用应力范围内一切可能值的概率(图 1-3)。

(1) 作用应力为某一确定值 \$s\$，强度大于该值时零件的可靠度

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \left[\int_s^{\infty} f(S) dS \right] ds. \quad (1-5)$$

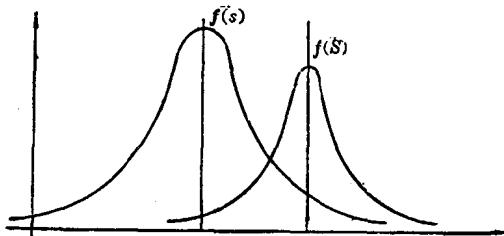


图 1-3 应力和强度的概率密度函数

(2) 强度为某一确定值 \$S\$，应力 \$s\$ 小于该值时零件的可靠度

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} f(S) \left[\int_{-\infty}^s f(s) ds \right] dS. \quad (1-6)$$

(3) 取变量 \$Z = S - s\$，\$Z > 0\$，即 \$S - s > 0\$ 时零件的可靠度

$$R = \int_0^{\infty} h(Z) dZ, \quad (1-7)$$

式中：

$$h(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_s(Z + s) f_s(s) ds,$$

\$f_s(Z + s)\$——强度 \$S\$ 的概率密度函数中用 \$Z + s\$ 代替 \$S\$；

或
$$h(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_s(S) f_s(S - Z) dS,$$

\$f_s(S - Z)\$——应力 \$s\$ 的概率密度函数中用 \$S - Z\$ 代替 \$s\$。

利用应力-强度干涉理论，可以把传统的设计方法中的安全系数与可靠度联系起来，从而建立起对安全系数评价的新概念。

与本设计方法密切相关的机械零部件的可靠性设计将在专门的课程中研究。

三、最优化设计方法

优化的思想和要求历来贯穿在人们的生产与实践之中，因而很早就已展开了工程设计的最佳设计方案的研究，开始大部分是对某些具体设计问题而进行的。过去的常规设计（即传统设计）可利用人工进行有限次的计算和试凑，最优化设计并不是仅仅把有限次的计算利用电子计算机变为大量更为精确的计算，而是近40年来，以电子计算机技术的发展为基础，将数学规划的理论和方法用于工程设计的结果，并与最优控制、最优化试验构成了优化技术的主要内容。这种设计方法已成为现代设计方法的核心内容之一，下面将介绍它的基本要点。

人们进行机械或机械系统的设计时，可能有许多不同的实施方案。在这些方案中，总有某一方案在客观条件许可下能满足成本最低、或体积（或重量）最小，或使用寿命最长，或某项使用性能最好等设计要求，则此方案称为最优方案。如果把影响这些设计要求的因素作为参数（即设计变量），并建立关于这些参数的数学模型，即用含有这些参数的多元函数 $F(X)$ 来模拟这些设计要求，则最优方案就是使该多元函数取最小值（或最大值）的一组参数值 (X^* ，即最优解）。反映设计优化要求的多元函数 $F(X)$ 称为目标函数或评价函数，设计变量必须满足的条件，称为约束条件或约束函数，并可分为不等式约束 $g_u(X) \leq 0$ 和等式约束 $h_v(X) = 0$ 。凡是满足所有约束条件的点 X 称为可行点，所有可行点的集合 D 称为可行域， n 维设计变量代表 n 维实欧氏空间 E^n 。因此，最优化设计的数学模型可表示为

$$\begin{aligned} & \min_{X \in D \subset E^n} F(X) \\ \text{s.t. } & \left. \begin{aligned} g_u(X) &\leq 0, u=1, 2, \dots, m, \\ h_v(X) &= 0, v=1, 2, \dots, p \quad (p < n), \\ X &= (x_1, x_2, \dots, x_n)^T. \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (1-8)$$

可见，正确建立数学模型是优化设计获得成功的关键之一。应该力求使数学模型繁简恰当，抓住主要矛盾，既保证较高的设计质量又要减少计算量，节约机时。其次就是选择合适的方法寻求最优解。在机械设计中使用的优化方法很多，大致可分为以下三类：

- (1) 约束最优化问题的直接解法，如随机试验法、随机方向搜索法、复合形法、可行方向法、广义简约梯度法等；
- (2) 约束最优化问题的间接解法，如消元法、拉格朗日乘子法、惩罚函数法等；
- (3) 无约最优化方法，如共轭梯度法、鲍威尔法、变尺度法等。

机构和机械零件的优化设计开始于50年代后期，其中前者开始得较早且发展亦较为迅速。如用于连杆机构的运动学、动力学参数的优化设计，凸轮机构的从动件最佳偏置量、滚子和凸轮间最小接触应力、最佳传力条件、体积最小等设计。在机械零件的设计方面，最近十几年也有很大发展，已用于齿轮传动、弹簧、轴、轴承等的优化设计。近年来，机械优化设计的应用愈来愈广，但还面临许多问题需要解决。如离散变量优化方法、更为有效的优化设计方法、整机优化设计模型等一系列问题。

还应指出的是：最优化设计目前大多数为参数的优化，尚不能完全代替人的创造与经验。

四、计算机辅助设计

计算机辅助设计，简称 CAD，是指应用电子计算机进行设计计算和绘图的所有工作过

程。近 30 年来,它在电子、造船、航空、机械、化工、土建和运输等部门中已得到应用。

机械 CAD 的硬件系统主要包括主机、软磁盘机、硬磁盘机、打印机、X-Y 绘图仪、数字化仪等;一个完备的机械 CAD 软件系统是由科学计算、计算机绘图与图形显示、数据库等 3 个方面功能搭配而成。目前以超级微型计算机或 PC 机为基础的 CAD 系统发展迅猛,超级微型计算机的 CAD/CAM 系统其功能正不断扩大并已接近大型机的 CAD/CAM 系统。

CAD 的应用包括:

- (1) 进行有限元素法和优化等比较复杂的设计计算以及一切可以上机的设计计算;
- (2) 用通用或专用的程序包对常用的机械零部件进行选用和设计计算;
- (3) 使用计算机进行设计方案的分析、设计模型的模拟分析、绘图,大大减少了设计人员的非创造性工作时间(过去他们的创造性工作时间只占 20%~30%),提高了设计工作的效率、速度和质量;
- (4) 由 CAD/CAM 相结合的集成生产系统 IMS (Integrated Manufacturing System), 可直接完成产品由设计到制造,这时图纸将失去作用。

可见 CAD 将成为进行机械产品和机械设计的主要方法并为逐步过渡到彻底的设计自动化创造条件。

§ 1-4 最优化设计、计算机绘图在现代设计中的地位及本课程的任务

当今由于计算机技术渗透到各个领域,生产及科学技术包括精密仪器均引起深刻的变化。就精密仪器而言,微机化、智能化已成为它的发展方向。

早在 70 年代初日本人提出机电一体化的概念:把机械结构和电子装置结合成为一个整体,或者用电子装置取代机械结构而构成新的机械,以便能提供最为出色的技术。现在机电一体化已在许多新一代的精密仪器、精密机械直至由它们组成的系统上得到体现并发展,它们具有从样品(或产品)登录、过程(或检测)控制、结果采集、数据存储处理查询、报告输出等功能。计算机化已成为现代设计的一大特点。现在提出的要求已不仅仅限于机电一体化,即机械、电气、液压、气动有机匹配的四位一体,还必须统筹兼顾可靠性、适用性(包括先进性)与经济性;人机配合;兼顾设计、制造、管理、使用、维护、保养。其参数变量是成百的,必须借助于 §1-3 已介绍过的最优化设计方法对参数变量进行优化,以期达到预先给定条件的要求。例如美国贝尔(Bell)飞机公司采用优化方法解决含有 450 个设计变量的大型结构优化问题,在对一个机翼进行重设计中,减轻重量达 35%,波音(Boeing)公司在 747 飞机机身设计中,也收到了减轻重量、缩短生产周期、降低成本的效果。我国武汉钢铁公司引进德国 DMAG 公司 1700 薄板轧机也是经该公司对产品优化修改后,盈利多达几百万马克的机型。可见,最优化设计已成为现代设计的核心内容。

计算机辅助设计是计算机在设计中应用发展的高级阶段,也是一种初级智能型的计算方法,计算机绘图是它的重要组成部分,其中交互式的设计系统是比较完善和先进的,由于通过计算机及相关的外部设备,它不仅可以对定义的设计模型对有关资料进行检索、对有关数据进行高速运算,而且可以通过对草图和标准图显示的实时观察,设计者在分析结果的基础上,通过光笔、键盘、鼠标器等输入装置和交叉命令直接对图形实时修改,计算机作出响应并重新显示修改的图形。近年来由于 32 位超级微型计算机的发展极其迅速,Intel

80386 的功能已经超过 VAX I/780, 32 位字长能有效地综合处理数据、文字、图形和声音各种信息，在大型机上运行的 CAD/CAM 软件已向超级微型计算机上移植，因此微型计算机绘图在计算机绘图中的地位日益明显。总之，通过 CG(Computer Graphics, 计算机绘图)、CAD、CAM、CAE 以实现设计、绘图和制造管理的全自动化生产中，CG 是 CAE 的核心。

综上所述，由于最优化设计和计算机绘图在现代设计中占有重要地位，为了培养精密仪器方面的专门人材，就必须学习和掌握它的基本内容并在以后的工作中继续实践、充实和提高，也是本课程的任务所在。具体内容有：

(1) 最优化技术基础。从广义上来说，一切科学方法论，均在一定程度上具有优化的效果。从优化方法来说，尚可分为直觉优化、试验优化、进化优化、数学规划优化、设计方法的优选等方面。而本课程要学习的内容是数学规划方法的基本原理、方法，因这种方法适用于参数优化价值较高的关键零部件设计。数学规划法又可以按求解的优化设计问题的特点，分为线性规划、非线性规划、几何规划、整数规划、随机规划和动态规划等。由于在机械优化设计中，绝大多数是多变量有约束的非线性规划问题，也是工程上应用最广的数学规划问题，理所当然也是最优化技术基础的主要内容。

(2) 应用前述的方法具体解决机械包括精密仪器的优化设计问题，它包括分析设计对象，明确优化目标；建立合理而实用的数学模型；选择合适的优化方法程序；编写源程序和选择程序要求的输入数据；上机调试和对求解结果进行分析。即应运用掌握的优化方法、熟练使用国内外已开发的优化方法程序包，上机求解本专业中遇到的优化设计问题。

(3) 学习微型计算机绘图的基本原理、方法和编制需要的绘图程序。由于 Auto CAD 不仅是一个绘图软件包，而且也是一个微机 CAD 的支撑软件，自美国 AUTO DESK 公司于 1982 年首次推出以来，版本几经更新，现已有了 12.0 版。通过本课程的学习，结合上机操作，运行，对它应有所了解。总之，掌握计算机绘图的基本内容，无论从必要性，或是方法上、节省时间上来说，对于设计人员进行创造性劳动都是不可少的。

§ 1-5 最优化设计问题数学模型实例

在 §1-3、§1-4 中已从不同的角度对最优化设计问题加以叙述，并用式(1-8)表示问题的数学模型。现以我们熟悉而又典型的机械零件设计任务为例，说明如何将设计任务转化为最优化问题，建立符合式(1-8)要求的数学模型。

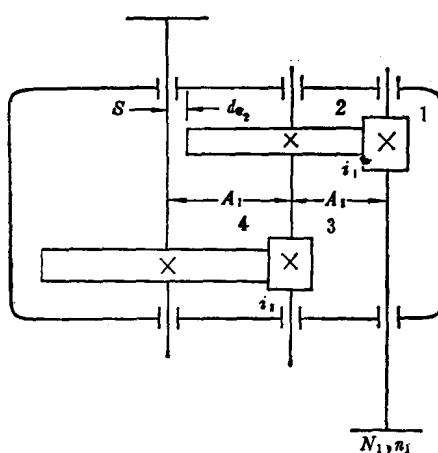


图 1-4 两级圆柱齿轮减速器

一、圆柱齿轮减速器

图 1-4 所示为该减速器。已知传递功率 N_1 和输入轴转速 n_1 ，总传动比 i 。要求在满足强度、刚度和寿命条件下，使它的体积最小。

由于减速器体积主要取决于各级齿轮传动的中心距，目标函数取为中心距之和。为了简化问题，设计变量选取如下：各级传动的主动齿轮的齿数 Z_1, Z_3 及相应的齿轮法向模数 m_{n1}, m_{n3} ，第一

级(高速级)传动的减速比 i_1 , 齿轮分度圆螺旋角 β (两级减速齿轮取值相等)。故得设计变量

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)^T = (m_{nI}, Z_1, m_{nII}, Z_3, i_1, \beta)^T,$$

减速器中心距之和

$$A_I + A_{II} = \frac{1}{\cos \beta} \left[m_{nI} Z_1 (1 + i_1) + m_{nII} Z_3 \left(1 + \frac{i}{i_1} \right) \right],$$

即目标函数

$$F(X) = \frac{1}{2 \cos x_6} \left[x_1 x_2 (1 + x_5) + x_3 x_4 \left(1 + \frac{i}{x_5} \right) \right]. \quad (1-9)$$

由机械设计可知,主动齿轮的齿数、模数、螺旋角和单级减速比都有一定的取值范围,可列出 6 个显式约束(相应的有 12 个约束条件的数学表达式):

$$\left. \begin{array}{l} a_1 \leq m_{nI} \leq b_1, \\ a_2 \leq Z_1 \leq b_2, \\ a_3 \leq m_{nII} \leq b_3, \\ a_4 \leq Z_3 \leq b_4, \\ a_5 \leq i_1 \leq b_5, \\ a_6 \leq \beta \leq b_6. \end{array} \right\} \quad (1-10)$$

按齿面接触强度条件,接触应力

$$\sigma_H = \frac{925}{A} \sqrt{\frac{(i+1)^3 K_1 T_1}{b_i}} \leq [\sigma_H].$$

对于高速级可得出:

$$\frac{[\sigma_H]^2 m_{nI}^3 Z_1^3 i_1 \psi}{8 \times (925)^3 K_1 T_1} - \cos^3 \beta \geq 0,$$

即

$$\frac{[\sigma_H]^2 \psi x_1^3 x_2^3 x_5}{6.845 \times 10^6 K_1 T_1} - \cos^3 x_6 \geq 0. \quad (1-11)$$

对于低速级有:

$$\frac{[\sigma_H]^2 m_{nII}^3 Z_3^2 \frac{i}{i_1} \psi}{8 \times (925)^3 K_1 T_3} - \cos^3 \beta \geq 0,$$

即

$$\frac{[\sigma_H]^2 \psi i x_3^3 x_4^3}{6.845 \times 10^6 K_1 T_3 x_5} - \cos^3 x_6 \geq 0. \quad (1-12)$$

按齿根的弯曲强度,主、从动轮轮齿的最大弯曲应力分别为

$$\sigma_1 = \frac{1.5 K_1 T_1}{b d_1 m_{nI} y_1} \leq [\sigma_b]_1,$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{y_1}{y_2} \leq [\sigma_b]_2.$$

对于高速级有:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{[\sigma_b]_1 \psi y_1}{3 K_1 T_1} (1 + i_1) m_{nI}^3 Z_1^2 - \cos^2 \beta \geq 0, \\ \frac{[\sigma_b]_2 \psi y_2}{3 K_1 T_1} (1 + i_1) m_{nII}^3 Z_3^2 - \cos^2 \beta \geq 0, \end{array} \right\}$$

即

$$\left. \begin{array}{l} \frac{[\sigma_b]_1 \psi y_1}{3K_1 T_1} (1+x_5)x_1^3 x_2^2 - \cos^2 x_6 \geq 0, \\ \frac{[\sigma_b]_2 \psi y_2}{3K_1 T_1} (1+x_5)x_1^3 x_2^2 - \cos^2 x_6 \geq 0. \end{array} \right\} \quad (1-13)$$

对于低速级有：

$$\left. \begin{array}{l} \frac{[\sigma_b]_3 \psi y_3}{3K_2 T_3} \left(1 + \frac{i}{i_1}\right) m_{n2}^3 Z_3^2 - \cos^2 \beta \geq 0, \\ \frac{[\sigma_b]_4 \psi y_4}{3K_2 T_3} \left(1 + \frac{i}{i_1}\right) m_{n2}^3 Z_3^2 - \cos^2 \beta \geq 0, \end{array} \right\}$$

即

$$\left. \begin{array}{l} \frac{[\sigma_b]_3 \psi y_3}{3K_2 T_3} \left(1 + \frac{i}{x_5}\right) x_3^3 x_4^2 - \cos^2 x_6 \geq 0, \\ \frac{[\sigma_b]_4 \psi y_4}{3K_2 T_3} \left(1 + \frac{i}{x_5}\right) x_3^3 x_4^2 - \cos^2 x_6 \geq 0, \end{array} \right\} \quad (1-14)$$

式中： $[\sigma_b]$ ——许用接触应力；

$[\sigma_b]_1, [\sigma_b]_3$ ——分别为高、低速级主动齿轮的许用弯曲应力；

$[\sigma_b]_2, [\sigma_b]_4$ ——分别为高、低速级从动齿轮的许用弯曲应力；

ψ ——齿宽系数；

y_1, y_2, y_3, y_4 ——分别为高、低速级的主从动齿轮的齿形系数；

K_1, K_2 ——分别为高、低速级传动的动载荷系数；

T_1, T_3 ——分别为高、低速级主动轴传递的扭矩；

A ——齿轮的中心距；

b ——从动齿轮的齿宽， $b = \psi A$ 。

按结构要求：高速级的从动齿轮与低速级的齿轮轴之间应保持一定的间隙 S ，由此构成最后一个约束条件：

$$A_2 - S - d_{e2}/2 \geq 0,$$

式中： A_2 ——低速级传动的齿轮中心距；

d_{e2} ——高速级传动从动齿轮的齿轮外径， $d_{e2} = m_{n2}(Z_2 + 2) = m_{n2}(i_2 Z_1 + 2)$ 。

将上式中有关参数代入后，可写为

$$m_{n2} Z_3 \left(1 + \frac{i}{i_1}\right) - 2 \cos \beta (S + m_{n2}) - m_{n2} Z_1 i_1 \cos \beta \geq 0,$$

即

$$x_3 x_4 \left(1 + \frac{i}{x_5}\right) - 2(S + x_1) \cos x_6 - x_1 x_2 x_5 \cos x_6 \geq 0. \quad (1-15)$$

因此，求解该两级圆柱齿轮减速器的体积为最小的优化问题为求满足 13 个约束条件（由式(1-10)~(1-15)共 19 个数学表达式），6 个设计变量的非线性规划问题。

二、圆柱螺旋压缩弹簧

圆柱螺旋压缩弹簧如图 1-5 所示。

已知弹簧工作条件及有关参数：工作载荷 F 、载荷作用频率 f_r 、工作时最大变形量 λ 、弹簧材料的许用剪应力 $[\tau]$ ，剪切弹性模量 G 和密度 ρ 。弹簧两端为固定支承，结构上要求

满足下列条件：弹簧丝直径 d 应满足 $a_1 \leq d \leq b_1$ ，弹簧外径 D 应满足 $a_2 \leq D \leq b_2$ ；工作圈数 $n \geq 3$ ，旋绕比 $c \geq 6$ ，弹簧两端的死圈总圈数 $n'_2 = 2$ 。设计要求选择弹簧丝直径 d 、弹簧平均直径 D_2 、工作圈数 n ，使在满足强度、刚度和其它性能限制的条件下，弹簧的重量为最轻。

由题意可知：设计变量为 d, D_2, n ，即

$$X = (x_1, x_2, x_3)^T = (d, D_2, n)^T。$$

圆柱螺旋压缩弹簧的重量 W 按下式计算：

$$W = (n + n'_2) \pi D_2 \frac{\pi d^3}{4} \rho g = \frac{\pi^2 \rho g}{4} (n + 2) D_2 d^3,$$

故目标函数

$$F(X) = \frac{\pi^2 \rho g}{4} (x_3 + 2) x_2^2 x_1^2. \quad (1-16)$$

按弹簧的强度条件，弹簧丝的最大剪应力为

$$\tau = \frac{8 K F D_2}{\pi d^3} \leq [\tau],$$

式中： K ——弹簧的曲度系数， $K \approx 1.6 / \left(\frac{D_2}{d} \right)^{0.14}$ ；

$[\tau]$ ——许用剪应力。

$$\text{得 } [\tau] - \frac{12.8 F}{\pi} \cdot \frac{D_2^{0.86}}{d^{2.86}} \geq 0,$$

即

$$[\tau] - 4.074 F D_2^{0.86} / d^{2.86} \geq 0. \quad (1-17)$$

两端为固定支承时，弹簧工作不失稳的高径比应满足

$$H_0 / D_2 \leq 5.3,$$

式中： H_0 为弹簧的自由高度， $H_0 = (n + n'_2 - 0.5)d + \lambda_b$ ， λ_b 为弹簧并圈时轴向极限变形量，可取 $\lambda_b = 1.1\lambda$ 。得

$$5.3 - \frac{(n + 1.5)d + 1.1\lambda}{D_2} \geq 0,$$

即

$$5.3 - \frac{(x_3 + 1.5)x_1 + 1.1\lambda}{x_2} \geq 0. \quad (1-18)$$

按无共振条件，一般应使弹簧的自振频率 $f \geq 15 f_r$ ，而 f 与弹簧结构参数的关系为

$$f = 3.56 \times 10^5 \frac{d}{D_2^2 n} \quad (\text{Hz})$$

故无共振条件为 $f - 15 f_r \geq 0$ ，即

$$3.56 \times 10^5 \frac{x_1}{x_2^2 x_3} - 15 f_r \geq 0. \quad (1-19)$$

按最大变形条件：工作时产生最大变形量为 λ 时的最大载荷 F_{\max} 应大于或等于工作载荷 F ，

$$F_{\max} - F \geq 0.$$

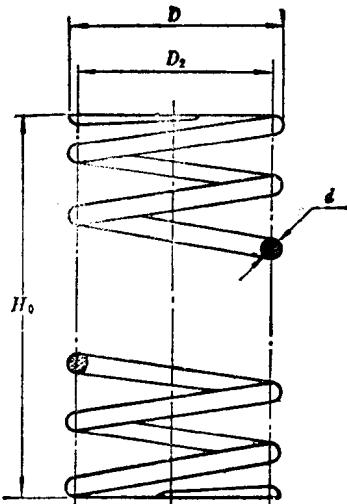


图 1-5 圆柱螺旋压缩弹簧