张钟俊教授论文集（第四卷）

ZHANGZHONGJUN JIAOSHOU LUNWEN JI

上海交通大学出版社

张钟俊教授论文集（第四卷）
上……版社

张钟俊教授论文集

（第四卷）

上海交通大学出版社

内 容 提 要

《张钟俊教授论文集》第四卷收录了近年来张钟俊教授指导研究生和博士后以及和他的学生们合作完成的研究成果和论文共35篇。内容涉及非线性控制系统理论、非线性系统动力学及浑沌运动、预测控制、鲁棒控制系统、分散系统补偿器设计和镇定理论、智能控制与模糊神经网络、学习控制和启发式优化控制、智能机器人系统、机器人控制系统、离散事件系统的监控理论、过程控制系统和控制中的并行算法等12个研究领域。这本论文集可供同行们及自动控制学科的科研人员及研究生参考。

张钟俊教授论文集(第四卷)

上海交通大学出版社出版、发行

上海市番禺路877号　邮政编码 200030

全国新华书店经销

上虞市科技外文印刷厂印刷

开本: 787×1092 (毫米) 1/16　印张: 14　字数: 348000

版次: 1997年5月　第1版　印次: 1997年5月　第1次

印数: 1—1550

ISBN 7-313-01786-3/N·030　定价: 17.60元

序

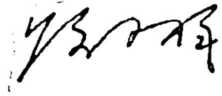
在中国自动控制的发展史上，张钟俊院士有着特殊的地位．他从小天资过人，学业勤奋．1934年，他年仅19岁即毕业于交通大学电机系，后赴美国MIT深造，获科学博士学位，时年23岁．他抱着一颗报效祖国的赤子之心，不畏艰险，毅然放弃在美舒适生活和良好工作条件，于次年(1938年)返回水深火热、国难当头的中国，矢志以自己的智慧和学识为国家和民族的振兴贡献力量．从此以后，他半个多世纪如一日，辛勤耕耘，开拓创新，为我国自动控制的教育、研究及应用作出了不可磨灭的贡献．1948年他首先在国内讲授“伺服原理”，并指导中国首批自动控制领域研究生．新中国成立之后，50年代他受周恩来总理之托，参与制订我国电力系统长期科技规划，60年代初他便将卡尔曼滤波方法应用到“远航仪”的信号处理中，成为我国第一批将现代控制理论应用于工程实际的科学家．70年代中，他又积极探索“工业大系统”和“经济控制论”等领域，率先用系统工程方法研究大规模区域规划．80年代他已入古稀之年，仍诲人不倦，学问不缀，继续活跃在教育和科研的前沿．他成果累累，桃李满天下．他是我国自动控制科学技术当之无愧的奠基人之一，是我国自动控制领域的一代宗师．

上海交通大学出版社于1986年、1988年和1992年分别出版了《张钟俊教授论文集》(1～3卷)．宋健同志为第三卷作了序．1995年春张先生要我为他的第四卷文集写序．我未敢允诺，想不到12月29日他竟离我们而去．自动控制学界陨落了一颗巨星，我们失去了一位尊敬的师长．

1996年春，他的女儿张文渊同志和席裕庚教授再次转达了他的遗愿，并寄来了上海交通大学出版社编辑中的第四卷目录．我觉得再也不能推辞了，否则，有负张先生的嘱托．

文集第四卷收集了张钟俊院士近年来指导研究生和博士后以及和他的学生们合作完成的研究成果和论文共35篇．内容涉及非线性控制系统理论、非线性系统动力学及浑沌运动、预测控制、鲁棒控制系统、分散系统补偿器设计和镇定理论、智能控制与模糊神经网络、学习控制与启发式优化控制、智能机器人系统、机器人控制系统、离散事件系统的监控理论、过程控制系统和控制中的并行算法等12个方面，反映了张钟俊教授指导他的学生们在自动控制理论前沿的不倦攀登和锐意创新；反映了张先生一生坚持的把握前沿，联系实际，系统研究，严谨求实的科学思想、科学精神和科学方法．他在学术上的开拓精神，系统严谨的学风，他热爱祖国，热爱教育和科研，扶持提携青年后学的人品师德，与他留下的 4 卷文集和著作一样

是一份宝贵的遗产，值得我们永远学习和纪念。他一生为之献身的自动化科学和教育事业理应由青年一代继承和发扬。他热切期盼祖国繁荣昌盛的愿望，正在逐步变为现实。见文如见人，让我们以加倍的勤奋努力来寄托我们的哀思，以学习和继承张钟俊先生的崇高精神，作为对他最好的纪念。



1996年3月10日

张钟俊教授生平

张钟俊教授 （1915.9.15～1995.12.29） 我国杰出的科学家、教育家、自动控制学科的创始人、上海交通大学学术委员会副主任，中共党员、九三学社社员、第五届、第七届、第八届上海市人大代表、中国科学院院士。

1915年9月，张钟俊教授出生于浙江嘉善一个普通教员家庭。他从小天才过人，不满16岁即以杰出的成绩，考入当时交通部所属的国立交通大学电机工程学院。1934年7月，获得交大电机工程学士学位，并以其出色的学绩取得中美文化教育基金会的奖学金（庚子赔款公费），进入世界著名的麻省理工学院（MIT）继续深造，授业于控制论创始人维纳之门。由于天赋加上勤奋，他很快在MIT崭露头角。两个学期之后，他获得了硕士学位，又过了5个学期，他获得了科学博士学位。由于学业上的出类拔萃，他被聘为MIT电工系历史上第一个博士后副研究员，为炎黄子孙争得了荣誉。

1938年10月回国后，他历任武汉大学电机系教授、国立中央大学电机系教授、重庆交通大学教授、电机系主任和电信研究所主任。抗日战争胜利以后，他回到上海，任交通大学电信研究所主任，兼上海市公共事业局技术室主任。新中国成立后，他曾任国家科委电力组成员、国家科委自动化专业组副组长。“文革”结束后，他除了在学校担任多项重要职务外、又应聘担任中国自动化学会副理事长、中国系统工程学会副理事长、国务院学位委员会自动化组的召集人、中国微电脑应用学会名誉理事长和上海市微电脑应用学会理事长等职。

张钟俊教授热爱祖国，奉献社会。他在美国获得MIT的科学博士之日，正值日寇铁蹄蹂躏我中华大地之时。但是23岁的他，不畏艰险，毅然放弃美国舒适安逸的生活，返回处于水深火热之中的祖国，决心与国人同甘共苦，用自己所学的知识，为振兴中华和抵御外辱贡献力量。1948年底，MIT 校长 Stratton 教授亲自来函邀请张钟俊到该校任教授，但他此时已对建设一个繁荣富强的新中国充满了憧憬，义无反顾地选择了留下建设新中国的道路。上海解放后，他作为主要技术决策者，对上海和华东电网的恢复、稳定、建设做出了巨大贡献，并作为电力系统专家，受周恩来总理委托，制订我国电力系统长期科学规划和“三峡工程”的可行性论证。党和国家的重托，使他深感欣慰和振奋，更坚定了他报效祖国的决心。

张钟俊教授勇于开拓，不断创新。在 MIT的日子里，他不仅打下了良好的电学和数学基础，而且继承和发扬了科学技术领域开拓创新的精神。1948年，他开始在国内讲授“伺服原理”，并指导了中国首批自动控制领域的研究生；60年代，他是

我国第一批将现代控制理论应用于实际工程的科学家；自70年代中期起，他又积极探索"工业大系统"和"经济控制论"等新的研究领域，率先采用系统工程的方法研究大范围大规模的地区发展规划。张钟俊教授治学严谨，著作宏富，共出版了《电信网络》等专著10余部，发表论文400余篇，汇编成《张钟俊教授论文集》共六卷(包括英文版两卷)，研究成果多次获国家各级部门奖励，并受聘为浙江大学等30余所大学的名誉教授、顾问教授或名誉校长。长期的理论研究和实践活动中所表现的开拓创新精神，使张钟俊教授成为自动控制学科的重要创始人。

张钟俊教授献身事业，功名卓著。曾多次受到周恩来、邓小平、江泽民等党和国家领导人的亲切接见，尤其是与江泽民总书记一直保持着亲切的师生之谊。为表彰他为中国自动控制学科作出的特殊贡献，美国 IEEE 协会也于1988年向他赠送会旗。日本自动控制学术权威 Kimura 教授称他为"中国控制之父"，控制论的创始人维纳教授，现代控制理论的创始人卡尔曼教授都与他结下了私人间的友谊。

张钟俊教授德高望众，堪称泰斗，却待人诚恳。他提携后人，甘为人梯。从1942年培养研究生起，其麾下弟子千计，杰出人才层出不穷，这与他的"鼓励年青人冒尖，挑重担"的教育思想密切相关。对于年轻科技工作者的成长，他更是关心倍至，亲自为他们审阅论文，修改文章，指明学科方向，鼓励他们满怀信心地迎接二十一世纪的挑战。在职称评聘时，他总是千方百计地鼓励提携年轻教师。

张钟俊教授对事业鞠躬尽瘁，始终活跃在学科发展的最前沿。他把几乎所有的时间都放在工作和指导研究生上，日程表总是安排的满满的。当家人和学生心疼他的身体，劝他少操心、少管事时，他总是动情地说："与其坐享清福，我还不如累死在工作岗位上"。就在逝世前不到一个月，他还风尘仆仆地出差外地，考察、交流和研究如何进一步改进我国博士生培养质量等问题。张钟俊教授为年轻人的健康成长，为祖国的教育事业的发展，为我国科技振兴，耗尽了心血，竭尽了心力，一直奋斗到生命的最后一刻。

目　录

（一）非线性控制系统理论

非线性控制系统理论的特性

摘　要

本文采用与线性系统理论相比较的方法，阐述非线性控制系统理论。文中通过一些例子来分析非线性控制系统在能控性、能观性、抗干扰性、解耦和稳定性等方面的特性，从而进一步说明非线性控制系统理论在提法、论述和结论上的特点。先介绍非线性系统的能控性和能观性。再揭示非线性控制系统在干扰解耦和无交互作用控制方面的特性。最后通过一些实例来分析非线性系统稳定性与线性系统相应内容之间的联系和内在区别，阐述非线性系统自身的基本特点：

一、引　言

近20年来，由于采用微分几何方法，使得非线性控制系统理论获得了巨大的发展，用几何方式描述线性控制系统的许多结论在非线性系统中得到了平行的推广。有关这方面的成果，Isidori和程代展已有全面论述；而张嗣瀛则以讲座的形式对微分几何方法作了系统介绍。尽管非线性控制系统的微分几何方法是依照线性系统几何理论为蓝本而发展起来的，它们之间在定义直至结论的表述上有许多相似之处，然而非线性系统毕竟有着自身的特点，其行为更加复杂、内容更加丰富，它与线性系统的许多结论看似相同，实则存在很大差异。

70年代末和80年代初，非线性系统的干扰解耦和无交互作用控制的研究取得了重要的进展。也许可以这样说，非线性系统理论的微分几何方法能够脱颖而出，一个重要原因就是线性系统几何方法在干扰解耦和无交互作用控制方面的许多结论，在应用了微分几何方法之后，顺利地推广到了非线性仿射系统。

非线性控制系统的反馈镇定问题具有较长的发展历史。经典的反馈镇定方法有相平面法、描述函数法及针对鲁里叶系统的绝对稳定性法。本世纪80年代以来，尤其在近10年中，非线性控制系统的反馈镇定问题取得了较大的发展，提出了许多方法，主要有微分几何方法、中心流形法、Lyapunov方法、分解方法、奇异摄动法及变结构控制等以及这些方法之间的混合应用。非线性控制系统的反馈镇定问题中的许多研究是由线性系统理论的相应内容引伸而来的，但由于系统的非线性使得反馈镇定问题变得非常复杂：例如，由于系统的非线性使得系统的稳定区域有局部与全局之分，类型则有Lyapunov意义下的渐近稳定、有界镇定及输入输出镇定等等；系统的反馈分为光滑反馈、几乎光滑反馈和非连续反馈；线性系统稳定性和镇定方面的一些基本特性在非线性系统理论中不再存在。

全文通过一些具体算例，采取与线性系统比较的办法，阐述非线性系统本身的一些特点。

国家自然科学基金、博士后基金及上海交通大学科研基金资助课题。

掌握这些特点不但能使非线性控制系统理论更上一层楼，而且对于将非线性控制系统理论转化为应用都有重要意义。

二、非线性系统的能控性

为了表述简便，我们采用非线性时不变模型

$$\dot{x}(t)=f(x(t),u(t)) \tag{1a}$$

$$y(t)=h(x(t)) \tag{1b}$$

其中，$x\in M$，$u\in\mathscr{U}$和$y\in\mathscr{Y}$；M称为系统的状态流形，通常将它理解成R^n中的一个开集；$\mathscr{U}$称为允许控制集，通常取为m维的Lesbegue 可积函数组成的线性空间；$\mathscr{Y}$则是r维的输出空间，它也可认为是线性空间。

非线性系统(1)的能控性定义过程如下：

$x_0,x_1\in M$，如果存在$T>0$和$u(t)\in\mathscr{U}$，使得在$u(t)$作用下，系统(1)的状态轨线$x(t,x_0,u(t))$满足$x(T,x_0,u(t))=x_1$，则称x_1是x_0的一个可达点。x_0的可达点全体称为x_0的可达集，记为$R(x_0)$。如果$R(x_0)=M$，则称系统(1)在x_0处是可控的；如果对一切$x\in M$都成立$R(x)=M$，则称系统是能控的。

能控性具有十分明显的物理意义，它刻划了控制输入$u(t)$驾驭状态$x(t)$运动的能力。将它用于线性系统就是熟知的线性系统的能控性。对于线性系统来说，能控性是一种通有的性质，即如果有一个x_0使$R(x_0)=M$，则对所有的$x\in M$，都成立$R(x)=M$。同时，可达性描述了一种等价关系，它具有对称性，即如果$x_1\in R(x_0)$，那么$x_0\in R(x_1)$。这些重要性质对非线性系统则不再具有。

例1 考虑非线性系统

$$\dot{x}_1=x_1+u_1 \tag{2a}$$

$$\dot{x}_2=x_2-x_2^2x_3-x_3^3-x_3u_2+\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2+x_3^2}}u_2^2 \tag{2b}$$

$$\dot{x}_3=x_3+x_2x_3^2+x_2^3+x_2u_2+\frac{x_3}{\sqrt{x_4^2+x_3^2}}u_2^2 \tag{2c}$$

其中x_2和x_3不同时为零。作柱面坐标变换

$$x_1=x_1,\quad x_2=r\cos\theta,\quad x_3=r\sin\theta \tag{3}$$

则式(2)就是

$$\dot{x}_1=x_1+u_1,\quad \dot{r}=r+u_2^2,\quad \theta=r^2+u_2 \tag{4}$$

考虑系统式(4)的状态轨线特性，首先式(4)之第一式是一个独立的线性方程，显然它是能控的，即对于任意的x_{10}和x_{11}，总有T和$u(t)$使$x_1(T,x_{10},u(t))=x_{11}$。这说明柱面坐标系中在垂直方向上可以随意变动。其次考虑式(4)之第三式，其解为

$$\theta(t)=\theta_0+\int_0^t r^2(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_0^t u_2(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{5}$$

对任意的θ_1和已知的$r(t)$，总有T和$u_2(t)$使$\theta(T)=\theta$，这说明柱面坐标系中的角位移也是随意的。最后考虑式(4)之第二式，其解为

$$r(t)=e^{t}r_0+\int_0^t e^{(t-\tau)}u_2^2(\tau)d\tau \tag{6}$$

由于$\int_0^t e^{(t-\tau)}u_2^2(\tau)d\tau\geqslant 0$，因此对任意的$t_2>t_1>0$，成立$r(t_2)>r(t_1)>r_0$，这说明径向总是增加的。

综合上述讨论，对于系统(2)来说，任意两点(x_{10},x_{20},x_{30})，$(x_{11},x_{21},x_{31})\in M$，只要$\sqrt{x_{20}^2+x_{30}^2}\leqslant\sqrt{x_{21}^2+x_{31}^2}$，$(x_{11},x_{21},x_{31})$总是$(x_{10},x_{20},x_{30})$的可达点；而当$\sqrt{x_{20}^2+x_{30}^2}>\sqrt{x_{21}^2+x_{31}^2}$时，$(x_{11},x_{21},x_{31})$必不是$(x_{10},x_{20},x_{30})$的可达点。换言之，$x_0\in R(x_1)$和$x_1\in R(x_0)$当$\sqrt{x_{20}^2+x_{30}^2}\neq\sqrt{x_{21}^2+x_{31}^2}$时，总有一个也只有一个成立。可达性不再具有对称性，从而它不再构成等价关系。

等价关系在系统结构分析中十分重要，线性系统的能控分解和许多能控性判据都是建筑在商空间的基础之上，失去了等价关系就意味着不能将线性系统的这些性质推广到非线性系统。弱能控性就是为了弥补此不足而提出的。

$x_0,x_1\in M$，若存在有限个$\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\cdots,\ \tilde{x}_k\in M$，满足：1)$x_0=\tilde{x}_1,\tilde{x}_k=x_1$；2)$\tilde{x}_i\in R(\tilde{x}_{i-1})$或$\tilde{x}_{i-1}\in R(\tilde{x}_i)$至少有一个成立，$i=1,2,\cdots,k$，则$x_1$是$x_0$的弱可达点，$x_0$的弱可达点全体记为弱可达集$WR(x_0)$。若$WR(x_0)=M$，则称系统(1)在$x_0$处是弱能控的；如果对一切$x\in M$，$WR(x)=M$，则称系统(1)是弱能控的。

显然，弱可达关系是一个等价关系，利用弱能控性可以建立许多与线性系统相似的结果。首先的一个相似结论是弱能控判据。

令$F=\{f(x,u),u=常数\}$，由F生成的Lie代数$\mathscr{F}$称为能控性Lie代数。有下述结论：

定理1 如果系统(1)在x_0处满足$\dim\{\mathscr{F}(x)\}=n$，那么系统在x_0的一个邻域里是弱能控的。

定理2 如果系统(1)对M上的任意点x都存在x的一个邻域，在该领域里系统弱能控，则在M的一个开稠集Θ上成立$\forall x\in\Theta,\dim\{\mathscr{F}(x)\}=n$。

容易验证(4)(即2)的弱能控性，取$u_1=(0,0)^T,u_2=(1,2)^T$和$u_3=(2,3)^T$，分别对应向量场

$$f^1=\begin{bmatrix}x_1\\ r\\ r^2\end{bmatrix},\ f^2=\begin{bmatrix}x_1+1\\ r+4\\ r^2+2\end{bmatrix},\ f_3=\begin{bmatrix}x_1+2\\ r+9\\ r^2+3\end{bmatrix}$$

于是

$$\dim\{[f^1,f^2],[f^2,f^3],[f^1,[f^2,f^3]]\}=\dim\left\{\begin{bmatrix}1\\4\\8r\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\5\\10r\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\5\\0\end{bmatrix}\right\}=3$$

在$r\neq 0$时成立。由定理1，系统(2)在M上是局部弱能控的。

另一个主要的相似结论是局部弱能控分解。考虑非线性系统(1a)，设$p\in M$是$\mathscr{F}_0$的非奇异点，如果$\dim\{\mathscr{F}(p)\}=n_1<n$，那么在$p$点的一个邻域上存在坐标变换$z=T(x)$，在坐标系$z$下，系统(1a)表现为

$$\dot{z}_1=\mathscr{F}_1(z_1,z_2,u) \tag{7a}$$

$$\dot{z}_2=\mathscr{F}_2(z_2) \tag{7b}$$

其中，z_1是n_1维的，$\mathscr{F}_0=SP\{\partial/\partial z_1^i|i=1,2,\cdots,n_1\}$。(7a)表示的子系统是弱能控的。

上述这些相似的结果，有助于我们对非线性控制系统的理解。然而必须看到，这种相似性是引进了弱能控和弱可达的概念后才获得的。与能控性相比较，弱能控这个概念不能反映输入驾驭状态运动的能力，已经丧失了能控性的物理意义，它的引入更多的是为了数学论证的需要。正是这一点限制了能控性概念在非线性控制系统理论中的应用。例如，它对于非线性系统的镇定研究几乎不起什么作用，这一点将在后面详细说明。

三、非线性系统的能观性

这里仍然采用非线性系统(1)作为对象，因为在考虑非线性系统的能观性时，需要保留控制$u(t)$。能观性的定义过程如下：

$x_1,x_2\in M$，如果对任何允许控制$u(t)\in\mathscr{U}$，系统(1) 在初始状态$x(0)=x_1$的输出$y(t,x_1,u)$总等于初始状态$x(0)=x_2$时的输出$y(t,x_2,u)$，则称x_1和x_2是不可分的。M中与x_0不可分的点所成的集合记为$ID(x_0)$。若$ID(x)=\{x_0\}$，则称系统(1)在x_0处是能观测的；若对任意的$x\in M$都有$ID(x)=\{x\}$，则称系统是能观的。

上述的能观性有着十分明显的物理意义，它反映了由系统的外部信息来了解其内部运动的能力。对于线性系统来说能观性有下列特点：

1) 系统的能观性与$u(t)$的选择无关，即如果有一个$u(t)$使得x_1和x_2是可分的，那么任何一个$u(t)\in\mathscr{U}$都能使x_1和x_2可分。

2) 能观性是一种通有的性质，即如果x和包含它的一个邻域里的点都是可区分的，则x是能观的。

3) 能观性与能控性是一对偶关系。

这些性质对能观性的判别和应用来说都是十分重要的，而这些重要的性质对于非线性系统却不再具有。

例2 考虑非线性系统

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=u\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix},\quad y=x_1 \tag{8}$$

取$u(t)=1$，则(8)为一线性系统，易知它是能观的。当$u(t)=0$时，系统成为$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=0$，$y=x_1$，$y\equiv x_{10}$。从而对任意两个$\begin{bmatrix}x_{10}\\ x_{20}\end{bmatrix}$和$\begin{bmatrix}x_{10}\\ \tilde{x}_{20}\end{bmatrix}$都产生相同的输出。

例2说明非线性系统一般不成立性质1，因而在测试系统的初始状态时，选择控制输入是必要的。上述例子从一个侧面说明非线性系统的能观性一般不再是能控性的对偶概念，因为能控性的判别可以不必利用输出，而能观性的判别却紧紧地依赖于输入

例3 有下列非线性系统

$$\dot{x}=u \tag{9a}$$

$$y=\sin x \tag{9b}$$

解(9a)得$x(t)=x_0+\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau$，从而

$$y(t)=\sin(x_0+\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau) \tag{10}$$

由(10)可以看出，对任意的整数k，初始状态x_0和$2k\pi+x_0$都是不可分的；而对在包含x_0的任意一个长度不超过2π的开区间上的任意一个x_1，x_0和x_1总是可区分的．即当M是R上一个长度不超过2π的开区间时，系统是能观的，否则是不能观的．

例3说明非线性系统一般不成立性质2)．为了能使非线性系统也具有与线性系统相似的结论，人们建立了弱能观和局部能观的概念．

$x_0\in M$，如果存在x_0的一个邻域U，使得$ID(x_0)\cap U=\{x_0\}$，则称系统(1)在x_0处是弱能观的．系统(1)称为是弱能观的，如果所有的$x_0\in M$都是弱能观的．如果对$x_0\in M$都有一个确定的邻域V，使得对任意的$x_1\in V$，总有$T>0$，使得当$0\leqslant t\leqslant T$时$x(t,x_0)\subset V$和$x(t,x_1)\subset V$，而$y(t,x_0)\neq y(t,x_1)$，则称系统是局部能观的．

弱能观性要求一点和它附近的点是可分的；而局部能观性则要求任意两点很快就能分别．对于线性系统来说，它们都是与能观性等价的概念．将局部能观性和弱能观性相结合，可以建立局部弱能观的概念，并利用它可以建立与线性相类似的结论．首先一个是局部弱能观性的秩判据．

依然用F表示系统(1)的能控Lie代数，记H是包含$h_1,\cdots,h_r$的最小的关于F不变的函数空间，即

$$H=\{\sum_{i=1}^{p}\lambda_i L_{x_1^i}\cdots L_{x_{s_i}^i}(h_i)\mid p<\infty,\ \lambda_i\in R,\ x_1^i,\cdots,x_{s_i}^i\in F\}$$

用$\mathscr{H}$表示由$\mathrm{d}H$张成的余分布，$\mathscr{H}$称为弱能观余分布．

定理3 如果$\dim\mathscr{H}|_{x_0}=n$，则系统在x_0点是局部弱能观的．

定理4 如果系统(1)在M上是局部弱能观的，那么存在M的一个稠密集Θ，对Θ中任一点x成立$\dim\mathscr{H}|_x=n$．

应该指出的是，尽管定理3及定理4和定理1及定理2十分相似，但是由于在定义$\mathscr{H}$时应用了F，使得能控性与能观性依然不是对偶的性质．

与能控性的情形一样，利用局部弱能观性可以对非线性系统作能观性分解．这种分解与线性系统的也很类似．

如果$\dim\mathscr{H}=n_1<n$，那么总存在坐标变换$z=T(x)$，使得(1)成为

$$\dot{z}_1=f_1(z_1,u) \tag{11a}$$
$$\dot{z}_2=f_2(z_1,z_2,u) \tag{11b}$$
$$y=h(z_1) \tag{11c}$$

且由(11a)和(11c)组成的系统是局部弱能观的．

能观分解和能控分解具有一种相似的结构，这反映了弱能控性与局部弱能观性在刻划结构上相似的作用．弱能观性和局部能观性都有实际的应用意义，但是至今我们还不能将这种能观性定义和系统的观测器设计联系起来．

四、干扰解耦

先考虑受到外干扰的线性系统

$$\dot{x} = Ax + Bu + D\omega \tag{12a}$$

$$y = Cx \tag{12b}$$

其中x、u、y和ω分别是系统的状态、输入、输出和干扰，它们分属于相应维数的实向量空间．A、B、C和D是具有相应阶数的实常数矩阵．用$\mathscr{X}$表示系统的状态空间，$\mathscr{V}$是$\mathscr{X}$的一个子空间，$\mathscr{V}$称为(A,B)不变的是指存在实数矩阵F，使得$A+BF$是合理的，且

$$(A+BF)\mathscr{V} \subset \mathscr{V} \tag{13}$$

显然，(13)式就是

$$\forall z \in \mathscr{V}, \ (A+BF)z \in \mathscr{V} \tag{14}$$

从控制角度讲，实矩阵F对应了如下形式的反馈

$$u = Fx + Qv \tag{15}$$

一般要求Q是可逆矩阵．

系统(12)的干扰解耦问题可解的充分必要条件是存在(A,B)不变子空间$\mathscr{V}$，使得

$$\mathrm{Im}D \subset \mathscr{V} \subset \mathrm{Ker}C \tag{16}$$

其中$\mathrm{Im}D$是D的象空间，$\mathrm{Ker}C$是C的核空间．

程代展曾给出线性系统几何理论与非线性系统几何理论之间的一种对应关系．如果采取这种对应，那么，当$\mathscr{X}$被看成一个微分流形的时候，子空间对应于对合布确定的积分子流形，线性变换则对应于 Lie 代数运算．此时式(14)式即成为

$$[(A+BF)x, z] \in \mathscr{V}$$

由于z是常向量，因而有

$$[(A+BF)x, z] = -(A+BF)z = -Az - BFz$$

可是(14)式在非线性系统理论中成立的必要条件也是$Az \in \mathscr{V} + \mathrm{Im}B$．可以证明此条件也是充分的。

转而考虑仿射非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x)u_i + \sum_{j=1}^{l} p_j(x)\omega_j \tag{17a}$$

$$y = h(x) \tag{17b}$$

其中$f(x)$，$g_i(x)$，$i=1,2,\cdots,m$和$p_j(x)$，$j=1,2,\cdots,l$都是光滑向量场，$h(x)$是光滑向量值函数，用$\mathscr{G}$表示由$g_i(i=1,2,\cdots,m)$张成的分布，我们假定它是非奇异的(或至少是局部非奇异的)．记$G(x)=[g_1(x)\cdots g_m(x)]$和$P(x)=[p_1(x)\cdots p_l(x)]$．考虑反馈

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \tag{18}$$

其中$\alpha(x)=[\alpha_1(x)\cdots\alpha_m(x)]^{\mathrm{T}}$是光滑向量值函数$\beta(x)=[\beta_1(x)\cdots\beta_m(x)]$，$\beta_i(x)=[\beta_{i1}(x)\cdots\beta_{im}(x)]^{\mathrm{T}}$是光滑的$m\times m$可逆函数矩阵．如果依照(13)或(14)式来定义$(f,G)$不变分布$\Delta$，那么$\Delta$应满足$\forall\varphi\in\Delta$，在某个开集$U$上成立

$$[f(x) + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i(x)g_i(x), \varphi(x)] \in \Delta(x) \quad x \in U \tag{19}$$

由于

$$[f(x) + \sum_{i=1}^{m}\alpha_i(x)g_i(x), \ \varphi(x)] = [f(x), \ \varphi(x)] + \sum_{i=1}^{m}\alpha_i(x)[g_i(x), \varphi(x)] - \sum_{i=1}^{m}(L_{\varphi(x)}\alpha_i(x))g_i(x) \tag{20}$$

(20) 式中最后一项属于$\mathscr{G}$,从而要使

$$[f(x),\varphi(x)]\in\Delta(x)+\mathscr{G}(x) \tag{21a}$$

成立的充分条件为

$$[g_i(x),\varphi(x)]\in\Delta(x)+\mathscr{G}(x)\quad i=1,2,\cdots,m \tag{21b}$$

与线性系统的结论比较,(21b)是仿射非线性系统对于(f,G)不变分布的新要求。精细的描述采用下述定义。

定义1 分布Δ称为(局部)(f,G)不变的,如果存在光滑向量值函数$\alpha(x)$和光滑可逆矩阵$\beta(x)$,使得对一切x(在x的某个邻域内)成立

$$[f(x)+G(x)\alpha(x),\Delta(x)]\subset\Delta(x) \tag{22a}$$

$$[G(x)\beta_i(x),\Delta(x)]\subset\Delta(x)\quad i=1,2,\cdots,m \tag{22b}$$

其中$G(x)\beta_i(x)$为矩阵$G(x)\beta(x)$的第i列。

由于$\beta(x)$是可逆矩阵,从而由(22b)即可导出(21b)。而从(19)式到(20)式的演算可知,(20)式确为(f,G)不变分布的必要条件。再增添一些前提之后,它们也是充分的,我们将此结论叙述为下面的定理。

定理1 如果$\mathscr{G}$,Δ和$\Delta+\mathscr{G}$都是非奇异分布,且Δ是对合的,那么,在x_0点Δ是局部(f,G)不变分布的充分必要条件是对x_0的某个邻域中的一切x成立

$$[f(x),\Delta(x)]\subset\Delta(x)+\mathscr{G}(x)$$

$$[g_i(x),\Delta(x)]\subset\Delta(x)+\mathscr{G}(x)\quad i=1,2,\cdots,m$$

把线性系统视为仿射非线性系统的特例,则每一个(A,B)不变子空间必然对应一个不变分布;反之却未必成立,即(f,G)不变分布对应的积分流形未必是子空间(如果是子空间,它必然是(A,B)不变的),考虑下面的例子。

例1 考虑系统

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{pmatrix}6 & -3\\ 2 & -1\end{pmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{pmatrix}9\\ 3\end{pmatrix}u \tag{23}$$

对非奇异对合分布$\Delta=\mathrm{Sp}([\mathrm{e}^{x_1}\quad \mathrm{e}^{3x_2}]^T)$。对分布$\Delta$验证定理1的条件全部满足

$$\left[\begin{bmatrix}6x_1-3x_2\\ 2x_1-x_2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{x_1}\\ \mathrm{e}^{3x_2}\end{bmatrix}\right]=(6x_1-3x_2)\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{x_1}\\ \mathrm{e}^{3x_2}\end{bmatrix}-(2\mathrm{e}^{x_1}-\mathrm{e}^{3x_2})\begin{bmatrix}3\\ 1\end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{bmatrix}9\\ 3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{x_1}\\ \mathrm{e}^{3x_2}\end{bmatrix}\right]=9\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{x_1}\\ \mathrm{e}^{3x_2}\end{bmatrix}$$

因而Δ是(f,G)不变分布(例如可以取$\alpha(x)=\left(-\frac{2}{3}\ -\frac{1}{3}\right)\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$和$\beta=I$)。但$\Delta$对应的积分流形,即解

$$\dot{x}_1=\mathrm{e}^{x_1},\quad \dot{x}_2=\mathrm{e}^{3x_2}$$

得

$$t=c_1-\mathrm{e}^{-x_1},\quad t=c_2-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-3x_2}$$

其中c_1和c_2是由初始条件确定的常数。消去参数t,得到

$$c_1-\mathrm{e}^{-x_1}=c_2-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-3x_2}$$