

蘇聯 依·米·伏龍科夫原著

理 論 力 學 教 程

上 冊

靜力學及運動學部份

高等工業學校教科書

重慶出版社出版

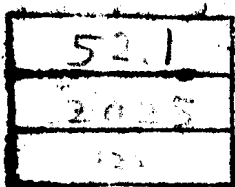
理論力學教程

原著者	依·米·伏龍科夫
主編者	中央重工業部工業教育司
譯者	童秉綱等
出版者	重工業出版社
印刷者	工教印刷廠
總經售	中國圖書發行公司

1953年4月再版 4,000冊

1953年6月三版 3,500冊

1953年7月四版 12,000冊



中央人民政府高等教育部推薦

高等學校教材試用本的說明

充分學習蘇聯的先進經驗，根據國家建設需要，設置專業，培養幹部，是全國高等學校院系調整後的一項重大工作。在我國高等學校裡，按照所設置的專業試用蘇聯教材，而不再使用以英美資產階級教育內容為基礎的教材，是進一步改革教學內容和提高教學質量的正確方向。

一九五二年九月二十四日人民日報社論已經指出：“蘇聯各種專業的教學計劃和教材，基本上對我們是適用的。它是真正科學的和密切聯系實際的。至於與中國實際結合的問題，則可在今後教學實踐中逐漸求得解決。”我們現在就是本着這種認識來組織人力，依照需要的緩急，有計劃地大量翻譯蘇聯高等學校的各科教材，並將陸續向全國推薦，作為現階段我國高等學校教材的試用本。

我們希望：使用這一試用本及今後由我們繼續推薦的每一種試用本的教師和同學們，特別是各有關教研組的同志們，在教學過程中，對譯本的內容和譯文廣泛地認真地提出修正意見，作為該書再版時的參考。我們並希望各有關教研組在此基礎上逐步加以改進，使能結合中國實際，最後能編出完全適合我國需要的新教材來。

中央人民政府高等教育部

譯 者 序 言

我們謹向讀者鄭重推薦蘇聯依萬·米哈依洛維奇·伏龍科夫 Иван Михайлович Воронков) 教授所著“理論力學教程”。(Курс теоретической механики) 這本書是蘇聯教育部制定適用的主要教科書，它在蘇聯各高等工業學校裡被廣泛地採用着。

伏龍科夫教授的原著以內容精要，結構嚴密，說理明晰為它的最大優點。對於高等工業學校各專業而言，這本書是最好教本之一。

在目前國內還沒有一本適當的理論力學教本，而英美版本雖然很多，對我們當前的人民教育事業顯然極不適宜，所以繙譯一本蘇聯的優良教本是有非常迫切要求的。

譯者在哈爾濱工業大學蘇聯專家、科學碩士、副教授阿·華·克雷洛夫同志的建議並直接指導下，將伏龍科夫教授的原著（第三版，1946年）譯成中文，以應國內教學之急需，爲了要使讀者及早地獲得這本優良的教本，特將本書分爲三部出版：1) 上冊靜力學部份，2) 中冊運動學部份及 3) 下冊動力學部份。其中除上、中兩冊已於1952年10月分別出版外，下冊亦將在1953年2月中出版。

由於時間迫促，以及限於譯者的技術水平，譯文中某些部份錯誤遺漏是難免的，特別是技術專用名詞還需要更好的統一。但譯者深信：這本書將在新中國大力培養人民工程師的光榮任務中起顯著的作用。

蘇聯專家克雷洛夫同志本崇高的國際主義精神，在其煩重的工作中親自組織本書的繙譯，並給予有力的指示。譯者謹致以最深切的感謝。

譯者並向積極參加本書繙譯工作者高爲炳同志致謝意。

爲了使以後的出版中能消除缺陷，提高譯書的質量，譯者熱忱地歡迎讀者對本書譯文提出批評、指正以及補充，並請直接將意見投哈爾濱市南崗哈爾濱工業大學理論力學教研室。

譯者 1952年10月

再 版 聲 明

本書第一版將全書分爲上、中、下三冊出版。第二版將上、中兩冊合併爲一冊，即第二版的上冊。

緒 論

理論力學是研究物體運動規律的科學¹⁾。根據恩格斯的定義，如運動按其字面的普遍意義理解為一般的變化時，它是物質不可分割的屬性，因此它包羅了發生在宇宙中的一切現象。

從這一觀點來看，被理解為物質之運動的，不僅是機械運動——物質在空間的位移（剛體的運動、液體及氣態物質的運動）——而且還有熱（分子運動）、化學變化（原子與電子的運動）、電磁現象、以至我們的知覺與思維。當然，在物質運動的所有這些形態之間，存在着很大的本質上的區別。如運動的一種形態比另一種形態愈複雜，它們之間本質上的區別愈大，則其描寫與研究方法的區別也愈大。

理論力學研究運動的最簡單形態——機械運動，即物體在空間的位移；但由於這種運動我們隨時隨地在周圍可以見到，那末這門科學對整個自然科學起着怎樣巨大的作用，是可以想見的。

因此，研究理論力學首先有着很重要的普通常識的教育意義；研究運動的一般規律，使我們懂得在包圍着我們的宇宙裏所發生的許多現象。此外，因為在各種建築工程中、在機械設計中、以及在其他方面，所有的工程設計都以理論力學的規律為基礎，所以理論力學在工程技術中意義之重要，是無可置疑的。

現在，在蘇聯社會主義建設的時代，在技術的高速發展中，在新生產的組織與掌握中，在伴之而來的複雜的新技術問題需要得到解決時，對工程師來說，理論力學的意義與作用是隨之而日益增大了。理論力學的方法以及與之有關的高深的數學分析之方法在愈來愈多地貫徹到技術中去。沒有切實的與足夠廣泛的理論力學知識是不可能成為有學識的工程師的。

力學發展的歷史過程說明了這門科學的發生與發展是有賴於技術的。在力學的歷史過程中，也許比在任何其他科學的歷史過程中

¹⁾ 因為當物體上所有各點的速度為零時，物體的靜止（相對的）可以認為是運動的特殊情形。所以物體靜止條件之研究也包括在理論力學的問題之內。

更好地證明着恩格斯的話：“科學之有賴於生產，更甚於生產之有賴於科學”。

力學是最古老的科學之一。我們現在稱為“簡單機械”的那些機械裝置，在很古的時代人們就已經知道了。偉大工程的建設，如著名的古埃及金字塔，需要有着把巨大的重物（大石塊）提升得很高以及作長距離搬運的本領。而在那時，建築者們已經利用槓桿、滑車及斜面。爲了把石塊從採地運到指定的地方，起初使用了小橇，後來還使用了滾子，由滾子的應用進一步到利用輪子製造“四輪車”。但從純粹的經驗知識、從某些簡單機械裝置的實際應用到力學普遍定律的建立，人類當然還需要經筵久而長的路程。根據古代著作家的記載，首先從事於滑車之理論研究的是阿爾希德·塔連斯基（公元前五世紀），但其著作到現在已經失傳。最先提出槓桿平衡問題的也許就是著名的希臘哲學家阿里斯多德（公元前384年—322年），但他沒有對這問題作出科學的解答。這問題是直到阿基米德（公元前287年—212年）才正確地用普遍的形式來解決的。此外阿基米德還解決了力學的許多其他問題。理論力學，主要是靜力學，即關於力以及物體平衡問題的學問，其成爲一門嚴密的科學，可以認爲是由阿基米德奠基的。

中世紀時的特徵是：和其他的自然科學領域一樣，力學的發展，差不多也完全停頓了；這說明在封建制度下之社會關係的特性。然而也需說明：在這時期，有名的“永動機”製造之嘗試（所謂永動機，即毋需消耗外界能量的原動機），在一定程度上也促成了關於機械之觀念的發展。

僅從文藝復興時代起（從十五世紀起），當商業資本開始發達的時候，商業與技術開始有了空前的繁榮，同時力學也隨之而有了空前的發展。隨着商業的迅速擴大，因而道路建築的發展、城市給水的水管建築、江船海船的建造、航海事業與軍事的發展都向科學提出了新的刻不容緩的任務。

著名的意大利藝術家、物理學家及工程師達納多·達·芬奇（1452年—1519年）在機械原理方面做了一系列的研究，他又研究了機器中的摩擦和物體沿斜面的運動；他由滑車上力之平衡的研究

而確定：由滑車固定點引向繩索的垂線之長，在滑車中起了力臂的作用；又當作用於滑車上諸力各與其相應垂線長之乘積彼此相等時，滑車就平衡。如是，在力學中導入了力矩的概念，後來這概念由法國科學家伐里囊（1654年—1722年）更加以普遍化。荷蘭物理學家斯蒂芬（1548年—1620年）由研究物體在斜面上之平衡，得出力之合成與分解定律，即力的平行四邊形規則。所有這些結果都是在平衡學說領域內——即靜力學之內的。

達·達·芬奇以後不久，大科學家尼古拉·哥白尼（1473年—1543年）創立了太陽中心說，它推翻了托勒密的地球中心說，在科學界引起了宇宙觀的大革命。由於哥白尼的發現，加上當時的天文學家們無數次的觀測，刻卜勒（1571年—1630年）得出著名的行星運行三大定律，此三定律後來又成為牛頓的萬有引力之基礎。在哥白尼之後，伽利略（1564年—1642年）的發現奠定了動力學（即研究物體運動的學問）的基礎。在伽利略之前，一直是根據阿里斯多德的觀點，以為落體速度與其重量成比例。伽利略觀察了落體運動以及物體沿斜面的運動，根據這些實驗和觀察，他第一個提出落體在真空中運動的真正定律，按此定律，物體所經路程之長與時間之平方成比例。此外，伽利略並引入加速度的概念、等加速運動的概念，並確定落體之加速度為一與落體重量無關的常數，因而發現了物體基本性質之一的慣性。伽利略動力學方面之研究的繼承者為荷蘭物理學家惠更斯（1629年—1695年）。惠更斯創立了擺的理論，這在時間的準確測量上有着頭等重要的意義，他又把伽利略所創立之加速度的概念加以普遍化，又在動力學中引入了離心力的概念。

在槍砲發明以後向前邁進了一大步的軍事問題，在動力學的發展史中起了極其重要的作用。砲彈真正彈道及射程之決定、大砲的反座現象、空氣阻力對砲彈運動的影響等等——所有這些問題都已經需要動力學領域內的更豐富的知識。

伽利略認為砲彈的運動，是由二個運動合成的——水平方向的等速運動和鉛垂向下的等加速運動——於是他發現砲彈的真正軌跡（在真空中）是拋物線。

奠定動力學基礎的工作，自伽利略開始以後，由偉大的英國科

學家伊薩克·牛頓(1643年——1727年)所完成。在其有名的著作“自然哲學的數學原理”*) (出版於1687年。在蘇聯有有阿·尼·克雷洛夫院士的俄文譯本。)一書中，牛頓已經建立了幾乎已成為典型的**古典力學**的基本定律；而從這些定律出發，他給動力學做了有系統的和有層次的敘述，使它成為一個建立在實驗與觀察的結果、以及這些結果的數學分析之上的嚴密的科學。除了建立了動力學的基本定律以外，牛頓還解決了力學與數學上許多新的問題，還有物理學領域內的重要發現，而其萬有引力定律之發現，更創立了所謂**天體力學**，即天文學中研究行星運行的一部分；天體力學的發展反過來又給理論力學在其後的發展中以極大的影響。

自從萊伯尼茲和牛頓發明了數學分析的新方法(微積分方法)以後，在十八世紀，理論力學上出現了輝煌的成就。偉大的數學家、俄國科學院院士遼納多·歐拉(1707年——1783年)創立了解決力學問題的新的分析方法。法國科學家達倫培爾(1717年—1783年)在其“動力學論文”中，提出了解決動力學問題的新的普遍原理，即力學中著名的達倫培爾原理。力學中分析法的最巨大進展為蘭格倫日(1736年——1813年)的貢獻，他從一個普遍的原理——虛位移原理——出發，建立了整個力學之純分析的敘述**1)。虛位移原理在蘭格倫日以前，約翰·柏努利就已提出來了，但蘭格倫日則建立了此原理的普遍形式及其數學的推演與發揮。在此後，力學中分析法的發展，在十八世紀下半世紀和在十九世紀，有出色的法國科學家拉普拉斯和布桑，以及偉大的德國數學家高斯和耶科比等等。

在十九世紀中葉，由於技術的飛速發展，適合實用需要的**工程力學**也開始發展了。二十世紀標誌着彈性力學和流體力學、空氣動力學方面的巨大成就，這發展一方面是由於現代航空的發展，另一方面則是由於工業建設的發展。在這一些科學領域之內，應當提出我們的科學家們：不愧被譽稱為“俄羅斯航空之父”的尼·葉·儒科

*) 此書有中文譯本：譯者鄭太朴——本書譯者註

**1) 此書有俄文譯本：Лагранж, “Аналитическая механика”, 1938年；即蘭格倫日：“分析力學”。

夫斯基教授(1847年——1921年)、以及院士斯·阿·却潑累金、阿·尼·克雷洛夫和薄·格·伽遼爾金等人鉅大的成就。

由於十九世紀末葉和二十世紀初葉物理學的光輝成就，在本世紀二十年代，在愛耳潑脫·愛因斯坦的相對論原理基礎之上，產生了新的所謂**相對論力學**。愛因斯坦的力學帶來了古典力學基本定律的根本變革，否定了古典力學中所採用的絕對空間、絕對時間的概念和運動軀體的質量與其速度無關的概念。雖則愛因斯坦的力學在科學發展中是跨進了新的巨大的一步，然而必須強調指出，古典力學仍未喪失其本身的意義，而直至今日，不僅在工程方面，如上所述，所有計算均基於古典力學之定律，而且即在天文學中和物理學中的某些部分也是如此。計算證明，根據相對論力學定律和伽利略——牛頓力學定理所得之結果，僅當運動速度極大，接近於光速(300000 公厘/秒)時，彼此間始有本質上的差別。而在小於光速甚多的通常速度下，這差別異常之小，在實用上完全可以略去不計，故在這些情況下應當應用更為簡單的古典力學的定律與公式。

理論力學通常分為三部分：靜力學、運動學和動力學。

靜力學為研究作用於機械系統上諸力之平衡的學問。

運動學研究機械系統之運動，但此運動僅從幾何觀點來研究，而不考慮作用於其上之力。

動力學的對象為在受力作用的關係上研究機械系統的運動。

此外，按照機械系統的性質，理論力學又區分為：1) 絕對剛體力學(或所謂不變形系統的力學)；2) 變形固體力學(彈性學、塑性學)；3) 流體——空氣力學，即液體與氣態軀體之力學。

在本書前兩部分中(在靜力學與運動學中)僅研究絕對剛體的力學；在第三部分中(在動力學中)將研究變形的質點系統之運動，特別是研究不變形系統的運動，即絕對剛體的運動。

靜 力 學

目 錄

緒 論.....	1
第 一 章 靜力學之基本概念及公理.....	1
§ 1 剛體之概念 質點.....	1
§ 2 力之概念.....	2
§ 3 靜力學基本定義及公理.....	4
§ 4 約束及約束反作用力.....	7
第 二 章 匯 交 力.....	10
§ 5 作用於一點之力之合成.....	10
§ 6 力之分解.....	14
§ 7 向量在軸上之投影.....	17
§ 8 向量與無向量之相乘 單位向量.....	20
§ 9 向量沿座標軸之分解.....	22
§ 10 力之合成的分析法.....	23
§ 11 匯交力系之平衡.....	28
§ 12 力對於點之矩 槓桿平衡之條件.....	34
第 三 章 平 行 力.....	39
§ 13 兩平行力之合成.....	39
§ 14 分解已知力為與之平行的兩力.....	41
§ 15 諸平行力之合成 平行力系中心.....	44
§ 16 槓桿在平行力作用下之平衡.....	50
第 四 章 力 偶 理 論.....	55
§ 17 力偶矩.....	55
§ 18 力偶之互等 力偶矩是向量.....	55
§ 19 力偶之合成.....	60
第 五 章 平 面 力 系.....	65
§ 20 力對於點之矩.....	65

§ 21	平面力系向已知點之簡化	66
§ 22	平面力系之平衡 伐里囊定理	69
§ 23	平面力系簡化爲一力偶之情況	71
§ 24	平面力系平衡之條件	71
§ 25	作用於物體之力在同 一平面內時靜力學題解舉例	72
§ 26	平面平行力系之平衡	80
§ 27	靜不定問題之概念	82
§ 28	幾個物體組成之系統的平衡	82
第六章	摩 擦 力	87
§ 29	滑動摩擦	87
§ 30	滾動摩擦	95
第七章	圖解靜力學基本知識	99
§ 31	同平面內諸力之合成 平面力系平衡之圖解條件	99
§ 32	分解已知力爲與之平行的兩力	104
§ 33	求平行力系中心之圖解法	105
§ 34	靜力學平面問題中反作用力之圖解法	106
第八章	桁 架	110
§ 35	桁架之概念 桁架計算問題	110
§ 36	節點截割法	113
§ 37	克林蒙那——馬克斯維爾法	116
§ 38	李特爾法	120
第九章	空間力系	124
§ 39	力對於軸之矩	124
§ 40	力對於座標軸之矩之公式	126
§ 41	力對於點之矩是向量	127
§ 42	力對於已知點之矩與對於 通過此點的軸之矩間的關係	129
§ 43	兩向量之有向積	130
§ 44	以有向積表示力對於點之矩的公式	132
§ 45	向已知中心簡化空間力系 主向量與主矩	134

§ 46	空間力系之合力	137
§ 47	力系簡化成爲一力偶之情況	139
§ 48	力系簡化爲力螺旋 力系之不變量	139
§ 49	伐里囊定理	141
§ 50	空間力系之平衡條件	142
§ 51	不自由物體之平衡	143
第十章 重 心		150
§ 52	重心座標之普遍公式	150
§ 53	對稱物體重心的位置	152
§ 54	古里頓定理	153
§ 55	幾種簡單物體與圖形之重心	156
§ 56	複雜形狀物體和圖形之重心求法	161
§ 57	平面圖形重心的圖解求法	164

運 動 學

第十一章 點之直線運動		167
§ 58	導言	167
§ 59	運動方程式與運動圖	168
§ 60	點之等速運動	171
§ 61	變速運動之速度	175
§ 62	根據點速度變化之已知規律求此點所經之路程	180
§ 63	直線運動之加速度 等變速運動	182
第十二章 點之曲線運動		189
§ 64	點之運動方程式	189
§ 65	變向量之微分 向量導數的性質	191
§ 66	曲線運動之速度	193
§ 67	曲線運動中之加速度	195
§ 68	在直座標中由點之運動方程式求速度與加速度	196
§ 69	曲線之曲率與曲率半徑的概念 自然座標軸	201

70	加速度在自然軸上之投影 切向加速 度與法向加速度	204
第十三章	剛體運動之基本種類	214
§ 71	移動	214
§ 72	剛體繞定軸之轉動	215
§ 73	角速度爲向量 以有向積表示線速度、切向 加速度與法向加速度	223
第十四章	點之複雜運動	227
§ 74	點之相對速度及牽連速度 點之相對運動方程式	227
§ 75	速度合成定理	228
§ 76	加速度之合成 哥里奧里斯定理	232
第十五章	物體之平面平行運動	243
§ 77	物體平面平行運動方程式	243
§ 78	平面平行運動分解爲移動及轉動	244
§ 79	圖形上各點速度的求法 瞬時轉動中心	246
§ 80	速度圖解	250
§ 81	布安索定理	254
§ 82	平面圖形內各點的加速度 瞬時加速度中心	259
§ 83	平面圖形運動之分析法研究	265
第十六章	剛體繞定點之轉動 一般情況下自由剛體之運動	269
§ 84	具有一定點之剛體運動之方程式	269
§ 85	達倫培爾—歐拉定理 物體的瞬時轉動軸	270
§ 86	繞一定點轉動的剛體內速度與加速度之分佈	273
§ 87	在一般情況下自由剛體的運動方程式 剛體運動分解爲移動和轉動	281
§ 88	在剛體運動的一般情況下其速度與 加速度之分佈	283
第十七章	剛體運動之合成	286
§ 89	移動之合成	286
§ 90	轉動與垂直於轉動軸之移動的合成	286

§ 91	螺旋運動·····	287
§ 92	轉動與不垂直於轉動軸的移動之合成·····	288
§ 93	兩個繞平行軸的轉動之合成·····	289
§ 94	兩個繞相交軸之轉動的合成·····	294

靜 力 學

第 一 章

靜力學之基本概念及公理

§ 1 剛體之概念 質點

本理論力學教程的第一部份——剛體靜力學——為研究作用於剛體上力之平衡的學問。在靜力學中研究以下兩個主要問題：1) 將作用於剛體上之已知力系代換為另一與之互等的力系，及 2) 剛體在外力作用下處於靜止狀態的一般條件的推證（作用於剛體上之力的平衡條件）。

因此，在研究靜力學時，經常所碰到的基本概念為剛體的概念與力的概念。

在靜力學中，當講到物體之靜止時，係指相對的靜止，即：當所研究的物體與周圍的物體相對地保持靜止（例如相對於地球）時的情況。

必須指出：在靜力學中剛體被視為絕對剛體。如物體中各點間的距離在任何情況下均保持不變，則這種物體稱為絕對剛體；換句話說，絕對剛體永遠保持其本身的幾何形狀（不變形）。而實際上，由經驗所知，絕對剛體並不存在。在任何剛體中，我們總是可以於相當的條件下看到或多或少的變形。例如，放在兩支座上的鐵樑在重物作用下發生彎曲變形；又如取一金屬桿，以一端鉛垂地固定在天花板上，而另一端懸掛一重物，則此時桿的長度將有少許增加；在這種情況下所見到的是伸長變形。

但是在以後的講述中，我們仍舊把物體看成絕對剛體。這點可用下面的理由來說明：1) 如果和實際上常有的情形一樣，物體的變形不大，則此變形在初步近似的情況下可以略去不計；2) 把所

研究的剛體看成絕對剛體，會大大地簡化了力對物體之作用以及力所處的平衡條件這問題的研究。只有在研究過絕對剛體靜力學以後，才能進一步研究關於變形體平衡之更複雜的問題（在材料力學課程中）。

可是，爲了剛體靜力學的順利研究，這種簡化雖然是足够了，而在動力學中，甚至像絕對剛體這樣簡化了的模型之運動的研究還遠遠不是一個簡單的問題。因此動力學的研究必須從更簡單的客體，即從所謂質點之運動的研究開始。

在理論力學中，質點這個名詞應理解爲沿任何方向之度量均爲極小的物體。但與此同時又假定質點的質量，也就是其重量，仍有其一定的大小。

在理論力學中，有時甚至是有一定度量的物體亦被視爲質點；當在某一問題的條件中，物體之度量不起實際作用時，就可以這樣做。例如在關於行星繞太陽運動之問題中，行星被視爲質點，因爲比起它們與太陽之間的距離，它們的度量是太小了。

如已知諸質點間多少有些聯繫，使其中每一個點均不能離開其他的質點而單獨運動，則這些質點即組成所謂質點的機械系統，或簡稱爲系。如在已知系的運動中，各質點間之距離均保持不變，則這種系稱爲不變系。因此在理論力學中，絕對剛體常被看成爲不變質點系。

§2 力之概念

力的概念爲力學基本概念之一。從日常的經驗與觀察中我們體會出這個概念。我們常常看到：周圍的物體在改變着其本身的運動狀態，即：看到的不僅是該物體在空間的位置在改變，並且還看到其速度在改變。例如，物體起初處於靜止狀態，而在某一瞬時開始運動；物體在向地面落下時，其速度逐漸增加；車廂制動時，其速度逐漸減小，而當其停止時，速度變爲零；運動的物體其速度通常不僅在大小上改變，並且還在方向上改變。物體速度的這種改變，其原因究何在？觀察的結果是：這些原因就在於其他物體對此物體的作用。