[美] JERRY H·GINSBERG
JOSEPH GENIN

动力学

吴家骥 陈笃炎 方汉英 王牧 译

吴永祯 校

DYNAMICS

高等教育出版社

动 力 学

[美] JERRY H. GINSBERG　JOSEPH GENIN
吴家骥　陈笃炎　方汉英　王牧　译
吴永桢　校

高等教育出版社

内 容 提 要

本书根据 Jerry H. Ginsberg 与 Joseph Genin 合著的《Dynamics》(1977) 一书译出。本书是美国普杜大学(Purdue University)的教学用书。

书中内容包括：基本概念、质点运动学、质点动力学、刚体平面运动运动学、刚体平面运动动力学、动参考系中的运动学、刚体空间运动动力学、专题(振动、轨道运动、包含流动质点的系统)等。本书编写成单元的形式，各单元基本上自成一体，这样可以减少内容叙述中所需的前后相互参照。书中除大量的例题和习题外，并有较多的解说题，通过这些解说题的解答，表明如何将有关的概念综合起来，并按照规定的步骤进行分析和计算。

本书可供高等工科院校、职工大学、电视大学的师生及有关工程技术人员参考。

本书第 I、V、VIII 单元由吴家骥译；第 II、IV 单元由陈笃炎译；第 VI、VII 单元由方汉英译；第 III 单元由王牧译。全书由吴永祯教授审校定稿。

原文中明显错误之处已在译文中予以改正。

本书原文作者写的《Statics》(静力学)是与本书配套的力学教材，本社已翻译出版。

动 力 学

[美] JERRY H. GINSBERG
JOSEPH GENIN

吴家骥 陈笃炎 方汉英 王牧 译

吴永祯 校

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷二厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 27.5 字数 630 000

1990 年 6 月第 1 版 1990 年 6 月第 1 次印刷

印数 00,001—1 340

ISBN7-04-002368-7/TV·23

定价 7.30 元

序

在静力学和动力学这两门基础工程力学课程中，要达到两个基本目的。第一个目的是加强对那些支配着工程系统对力的响应的物理定律的理解。第二个目的是提高工程中所需要的推理能力，即提高利用关于实物系统的数学模型的概念，合理地求解问题的能力。

为了达到上述目的，本书和它的姊妹篇静力学一样，是用单元的形式编写的。单元的内容范围比通常的章要广泛一些，而且各单元基本上自成体系，以尽量减少内容叙述中所需的前后相互参照. 选择这种编排方法，还因为我们想把本书的内容直接传授给学生，而教师只须作最少限度的阐述和解释。

为了完成这种直接的传授，有必要提出一种可以应用于广泛类型的问题的统一解题方法。这种解题方法是以对学习力学经验的两个方面的认识为依据的。显然，我们必须首先提高对基本原理的理解，然后才能有选择地应用这些原理来解答广泛类型的问题。

本书是按惯用的方式讲述的。在导出每个原理之后，就讨论一些足以说明它的含义的常见系统，并评述它的适用范围，以指明其要点。接着举一个或几个例题，这些例题说明如何应用得到的原理，而且，同样重要的是，可以加深对这些原理的物理意义以及由这些原理得出的系统的响应的理解。除了在推导之后的讨论外，解题中还注意对解答的数值的定性的讨论。希望这样做将会使学生能较深入地了解工程师的思考方法。

在阐述了原理和方法的主要部分以后，就论述其应用方面。为此，首先提出一系列按顺序进行的步骤，以详述求解一般问题所必需的多重运算过程。这些步骤仅仅是所要遵循的一个逻辑顺序(当然并不是唯一可能的顺序)。随着这些步骤，在适当的地方，将指出差错通常是在何处造成的。

我们的目的是，通过所提出的使解题方法系统化的一系列逻辑步骤，来提高学生对逻辑判断和演绎推理的认识。因此，并不想要学生记住这些步骤。相反，当学生能熟练地解题时，也就能直觉地运用这些步骤了。

本书各单元都列举了四个或更多的按这些步骤解出的问题，这些问题称为解说题。它们着重把由适当的数学工具导出的题材加以综合。这些解说题直接与解题步骤相互对照，这就可以使学生把解法中的个别难点分隔出来。在例题和解说题之后，都提供了大量的习题。一般说来，在解说题之后的习题，范围较为广泛。

在解题过程中，重点放在合乎逻辑地应用适当的原理。为完成每一题的解答，数学上只用到适合于求解该题所需的水平。

为了有助于发展研究方法。同时也为了清除过去学生们发生混淆的一个根源，当可用不同的几种方法处理同一系统时，书中也作了介绍。此外，在运动学或动力学中，在有几种原理可供

选择之处，注意说明它们的相对优点以及不利条件。

对主题的实际理解是通过一些细目的编排来加强的。在导言之后，全书分为三个主要部分，依次讨论质点的、刚体平面运动的以及刚体空间运动的运动学和动力学。各类系统的动力学研究包括运动方程的论述，接下来是功能原理、线冲量-动量原理和角冲量-动量原理。因为动力学中的基本手段(由于其广泛适用性)是运动方程的概念，所以动力学中的解题步骤一般都在运动方程之后提出。然后以与基本步骤一致的方式阐述该单元中后面的题材。相比之下，运动学中的解题步骤通常都出现在接近有关单元的末尾处。

本书最后选择了振动、轨道运动和有流动质点的系统三个专题。如果愿意，这些应用性的专题可以放在有关单元的末尾来讨论，如教师手册中指出的那样，或者全都略去不讲，也无损于对动力学的理解的基本水平。选择这三个专题，不仅因为它们在启发学生和发展高水平的专业技能方面的价值，而且还因为它们与工程动力学的第一门课程相一致。

我们相信，对动力学问题提出一套系统的方法是本书的主要贡献之一，特别是论述刚体空间运动的运动学和动力学的方法体系是全新的。我们在普杜大学(Purdue University)用本书进行课堂教学的经验表明，很多可能会被这个课题压倒的学生对这些内容都能理解和应用。学生们对本书理解的一个直接结果是，能够用正确的观点处理质点动力学和平面运动动力学问题。的确，我们希望本书的全部讲述能使学生对动力学的有规则的原理和动力学家们的观点有所了解。

除了编排的体系外，本书的另一特点是给教师提供了灵活性。本书的编写，给予教学中的安排和调整有极多的机会，以便更好利用个人的经验。本书既适用于按传统方法进行教学的课程，也适用于按革新的方法进行教学的课程，例如自定进度和自学的课程。

应当注意，本教材并未对与自定进度和自学的课程有关的安排问题提出建议。不过，对于希望用这种方法进行教学的教师，可将本书作为基本教材，而以师生之间相互联系所提出的问题作为补充材料。各单元自成体系的特点使本书对这类课程特别有用。

最后一个要考虑的技术问题是物理单位问题。我们坚信米制单位的国际制对于工程技术是最好的。有希望的是，在本书出版时，国际单位制就将被普遍采用了。然而，考虑到这个问题的过渡性，并注意到已经按英美单位制造成了大量的实物系统，因此本书把数字计算题分为用国际单位的和用英制单位的两类，彼此约为二与一之比。这个比例使只用一种单位制的课程能够有足够数量的习题。

我们衷心感谢普杜大学同事们的鼓励，他们的有益意见很为宝贵．我们也要向法国南锡国立高等机电学院(École Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique)的教师们致谢，特别要向米歇尔·卢修斯教授致谢，他们在金斯伯格教授休假期间为他提供了学术环境，大大促进了本书的完成。我们感激罗娜·金斯伯格女士在本书编辑方面提出极好的意见并为书稿打字。感激约瑟·W·克拉斯博士在提交书稿前的技术审阅。最后，我们感激约翰·威利公司的全体人员，特别是瑟曼·R·波斯顿先生，在本书出版过程的各个方面所给予的有见识的帮助。

Jerry H. Ginsberg

Joseph Genin

目　录

第I单元 基本概念

在日常生活中，我们会遇到很多实物系统，例如汽车、电梯以及其他类型的机械，这些系统由于力的作用而运动。在使用时，我们并不需要详细了解这些系统工作的确切方式，虽然在有些情况下，对将要产生什么结果应有直观的了解。可是，作为设计一个系统以完成某种特定任务的工程师，关于系统对力的响应的不同方式，需要的绝不只是定性的了解．在这本动力学教材中，将研究很多类型的实物系统的响应与作用在这些系统上的力之间的定量关系。动力学与静力学相区别的主要新特点，在于这里的系统总是在运动着。

§I-1 基本定义

对实物系统的动力学响应的研究一般可分为两部分，一部分研究运动学问题，另一部分研究动力学问题。运动学研究描述系统运动的方法，而不涉及产生运动的力。动力学研究力与表示系统运动的各个运动学变量之间的关系。

上文所提到的实物系统是一基本术语，我们用它来表示由基本的原子单元所组集而成的物体。在力学领域中，为了便于求解问题，我们将这些单元的组集分为三大类：质点、刚体及变形体。

质点 若一物体的各向尺寸均可忽略不计，则该物体称为质点。因此，可以说，一个质点在空间仅仅占据一个点。

刚体 若一物体在空间所占多于一个点，且其体内物质所有的组成单元之间的相互距离始终保持不变，则该物体称为刚体。

变形体 若一物体，其组成单元之间的相互距离发生的改变，对于所研究的问题具有重要意义，则该物体称为变形体。

显然，在这些定义中，有一定程度的含糊之处。例如，组成气体的一群分子是一个质点系呢，还是一个变形体呢？还有另一个我们会问到的基本问题：是否存在能被认为是刚体的物体呢？我们知道所有真实的材料在外力作用下都是要发生变形的。

对于这些问题没有绝对的答案，因为我们对某一系统所建立的模型取决于我们希望对该系统的响应获得哪一方面的认识。这就导致下一个论题，即模型化的方法。

§I-2 模型化方法

在研究实物系统的响应时，一般的方法是，首先建立该系统的抽象模型，也就是有意识地将系统的各个组成部分看作是质点、刚体或变形体，然后应用运动学的知识来描述所选模型的运

动，这样也就描述了该模型所代表的实物系统的运动。再将运动学研究的结果与动力学有关力的原理相联系，以决定系统的响应。这个研究动力学问题的一般方法，可以概括为图 I-1 所示的示意图。

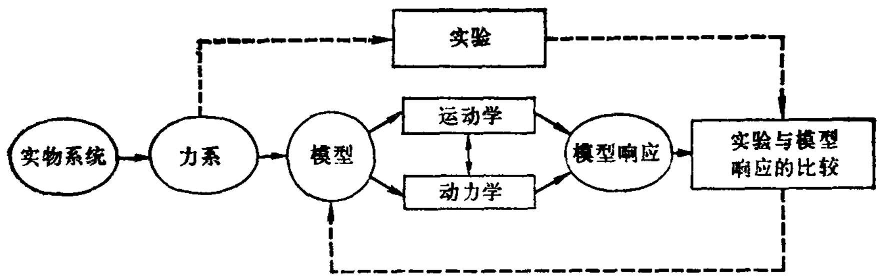

图 I-1　动力学研究的流程图

图 I-1 中虚线所示的途径说明了模型化方法的关键性特点。那就是，要想肯定用来代表实物系统的初选模型确实合理，就必须使模型能显示出由实验观察到的任何相应的现象。否则，模型必须加以改进。所以，模型化方法是一种培养试探的过程。也就是说，一方面，模型化方法是一种技巧，它以先前的经验和实际的直觉知识为根据；而另一方面，模型化方法也是一门科学，它所依据的有关知识是，实物系统的用途和研究该系统所显示的现象时可供应用的分析方法。作为例子，考虑高尔夫球飞行时的情况。作为第一次尝试，可将球模型化为只占据空间一个点的质点。在研究中将可看到，在有些情况下，这样一种办法将导致成功的分析，即理论结果与实验结果相互吻合。另一方面，也可以看到，将高尔夫球看作一个质点，就无法解释在无风时球为什么会曲向左边，或曲向右边，或偏离直线飞行方向。后面这些现象是由于高尔夫球的旋转而产生的空气动力所引起的，因此精确分析球的飞行，就要求将球模型化为一个刚体，而不能模型化为质点。再往前想下去，如果问题是确定高尔夫球棒怎样将能量传给球的，则马上可以发现，正确的模型化方法是，将高尔夫球(及棒)模型化为变形体。由上述的实例可见，选取一个代表实物系统的模型是求解过程中决定性的一步。

本书中不讨论变形体的动力学问题，因为研究这个问题所需要的数学工具的范围远远超过研究质点和刚体的运动所需要的。如果我们的目标是要求对每个学科领域的概括性和通用性达到相同水平的话，就尤其是这样。所以，在这本初等动力学教材中，只考虑那些能成功地模型化为质点及刚体的实物系统。

§ I-3　牛顿力学基础

我们希望能完全确定所研究的实物系统中所有各点的运动。为了达到这个目的，首先必须将运动的概念数量化。

读者或许可从以前的初等物理学课程中回忆到，用来描述点的运动的三个基本运动学量是位置、速度和加速度。这些基本量都是相对于某一参考系而确定的，该参考系代表了在其中发生运动的三维空间。这参考系可以看作是一组直角坐标轴。

伊萨克·牛顿爵士(Sir Isaac Newton)(1666～1727)在他的具有历史意义的著作"原理"(Principia)(1687)一书中提出的运动定律，是研究动力学的基础。在应用这些定律时，必须假设存在一个"绝对"(固定)参考系。这种要求是与相对论的概念相矛盾的。相对论表明，在空间中不存在固定不动的物体。幸好可以证明，在物体的运动速度远小于光速的特殊情况下，相对论的定律就简化为较简单的牛顿力学定律。大多数具有工程意义的系统确实就是这种情况。所以，我们将假设存在一个绝对参考系，并用 XYZ 来表示(在全书中，大写字母都表示固定在空间的坐标轴)。对于大多数问题，可用地球来规定坐标系 XYZ。然而，为了更正确地校正某些问题，在第 VI 单元的 § VI-5 中，我们将研究关于地球运动的一些影响。

现在让我们回到基本的运动学量。要确定点 P 在任意选定的坐标系 XYZ 中的位置，就应同时知道从原点 O 到点 P 的线段的长度和方位。例如让我们确定点 P 在图 I-2 中的位置。为了描述点 P 相对于点 O 的位置，我们使用位置矢量 $\bar{r}_{P/O}$(读作 P 相对于 O 的 r)。

图 I-2 表示，当点 P 在空间运动时，其位置矢量将改变，所以 $\bar{r}_{P/O}$ 是时间的函数。矢量 $\Delta\bar{r}_{P/O}$ 表示矢量 $\bar{r}_{P/O}$ 在由 t 到 $t+\Delta t$ 的时间间隔内的改变。根据矢量相加的图解法则，由图 I-2 可以写出

$$\bar{r}_{P/O}(t)+\Delta\bar{r}_{P/O}=\bar{r}_{P/O}(t+\Delta t)$$

从而

$$\Delta\bar{r}_{P/O}=\bar{r}_{P/O}(t+\Delta t)-\bar{r}_{P/O}(t)$$

将 $\Delta\bar{r}_{P/O}$ 除以 Δt，就得到一个与标量函数 $f(t)$ 对时间的导数相似的量。由初等微积分知道，对于一个标量函数，

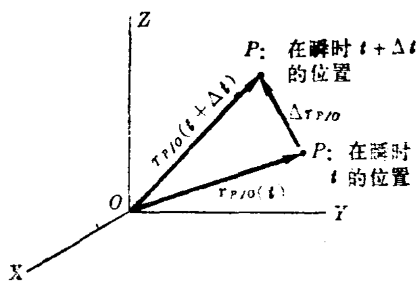

图 I-2

$$\frac{df}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}$$

类似的定义可用于矢量函数的导数。位置矢量 $\bar{r}_{P/O}$ 对时间的变化率称为速度 $\bar{v}_P$。这是三个基本的运动学量中的第二个量。于是

$$\boxed{\bar{v}_P\equiv\frac{d}{dt}\bar{r}_{P/O}\equiv\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\bar{r}_{P/O}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\bar{r}_{P/O}(t+\Delta t)-\bar{r}_{P/O}(t)}{\Delta t}} \tag{I-1}$$

将速度表示为 $\bar{v}_P$ 时，并未标明这个量是相对于固定点 O 而确定的。这样做是为了使记号简化，而且，同样重要的是，在后面将看到，一点相对于固定参考系的速度与该参考系原点 O 的位置无关。

大家记得，矢量表示的是具有大小和方向的量。让我们来考查速度矢量 $\bar{v}_P$。该矢量的大小定义为速率 v_P，即 $v_P\equiv|\bar{v}_P|$。速率表示运动的快慢(例如 50km/hr)，是一个正标量。当要求决定一点运动得多快时，就与要求找出速率是同义的。$\bar{v}_P$ 的方向告诉我们点 P 正朝哪个方向运动。在第 II 单元中，还将对速率和速度作进一步说明。

有了速度的数学定义，即公式(I-1)，就可按照类似的方法定义加速度。加速度是基本的运动学量中的第三个量。加速度 $\bar{a}_P$ 是速度对时间的变化率，于是得到

$$\boxed{\bar{a}_P \equiv \frac{d}{dt}\bar{v}_P = \frac{d^2}{dt^2}\bar{r}_{P/O}} \qquad (\text{I-2})$$

位置和速度这两个运动学量是通过我们的视觉和思维可以感知的两种信息。如果不是由于牛顿运动定律，我们也就不一定会对加速度明显地感兴趣了。因为这些定律是我们今后研究的基础，所以在这里用现代术语重新叙述如下。

第一定律 一个质点，如果不是受到一个合力作用，将保持静止或沿着一条直线作匀速运动。

第二定律 当一个质点受到一个合力作用时，该质点的加速度的方向与合力的方向平行，而加速度的大小则与合力的大小成正比。

第三定律 作用在某一物体上的每一个力，都是与另一个物体相互作用的结果，作用力与反作用力二者大小相等，方向相反，而且共线。

在研究中将看到，第一定律包含在第二定律中，它仅仅强调，只有受到力的作用，质点的运动状态才会改变。第三定律帮助我们确定有些什么样的力作用在一个物体上。

求解静力学问题时，只需要第一定律和第三定律。动力学的特点是还要应用第二定律。该定律可以改述为：作用在一个质点上的力 $\bar{F}$ 与该质点的加速度 $\bar{a}_P$ 成正比。可能读者已经知道，这一关系中的比例常数就是质点的质量 m。这样，我们就得到熟悉的公式

$$\boxed{\bar{F} = m\bar{a}_P} \qquad (\text{I-3})$$

在应用上式求解动力学问题之前，务必明确，用来表示上式中各项的单位应相互协调。在下节中将考虑这个课题。

§I-4 几种单位制

出现在牛顿第二定律 $\bar{F}=m\bar{a}$ 中的量包含着长度、时间、力和质量，为简便计，分别用 L、T、F 和 M 来表示。用来量度这四个有量纲的量的单位是不能独立规定的，它们必须遵守量纲一致性定律。该定律要求，在一个方程内，所有各项的物理单位必须完全相同。用通俗的话来说，就是“苹果不能与桔子相等”。

应用这四个基本量，加速度的量纲为 L/T^2。公式(I-3)的量纲一致性要求

$$F = M\frac{L}{T^2}$$

换句话说，在 L、T、F、M 四个量中，我们可以自由选取三个量的单位，而第四个量的单位必须是导出单位。从历史上看，量度长度和时间的单位已有很好的规定，而且，通过国际标准委员会的努力，已被普遍接受了。

这样，留待我们选择的就是规定质量的或者力的标准单位，然后导出其中另一个量的尚未确定的单位。按照某一标准规定质量单位的，称为绝对单位制；而规定力的单位的，则称为重力单

位制。后一术语来源于，在接近地球表面的真空中，自由下落的质点的重量 W 与其加速度 g 之间有一定关系，根据牛顿第二定律，这个关系是

$$W = mg \tag{I-4}$$

应用公式(I-4)时，必须注意，W 和 g 的值取决于质点相对于地球表面的位置，而且同样重要的是，与选用的计量单位制有关。当前，广泛采用的两种单位制是米制绝对单位制和英制重力单位制。就这两种单位制来说，对于大多数问题，本书取 $g=9.806\mathrm{m/s^2}$(米制)或 $g=32.17\mathrm{ft/s^2}$(英制)作为平均值。这些值将在第 VI 单元的例题 VI-5 中详细讨论。

在表 I-1 中列举了几种常用的单位制，并标明如何得到导出单位。每种单位制中的基本单位是根据标准物体或物理现象来规定的。例如，1 千克就是由铂合金制成的一根基准原器的质量。另一方面，1 米则规定为氪-86 的橙红色光在真空中的波长的 1650736.73 倍。在表中，导出单位都标有星号。

表 I-1　几种单位制

单位制	长度	时间	质量	力
米制绝对制	米(m)	秒(s)	千克(公斤)① (kg)	牛顿(N)* = kg·m/s²
米制重力制	米(m)	秒(s)	米制司勒格* = kg·s²/m	千克(公斤)① (kg)
英制绝对制	英尺(ft)	秒(s)	磅(lb)	磅达(pdl)* = lb·ft/s²
英制重力制	英尺(ft)	秒(s)	司勒格* = lb·s²/ft	磅(lb)

① 按照我国国家标准计量局规定，括弧中的名称与前面的名称是同义词。——译者注

由于在每一种单位制中，基本单位的某些倍数和约数都各有其名称，例如 1 英里表示 5280 英尺，1 达因表示十万分之一牛顿，这就使得对表 I-1 所列的几种单位制的选择更为复杂。为了简化这种状况，现在在全世界范围内都已采用了 SI 单位制(国际单位制)。

SI 单位制实质上就是每种类型的量只用一个单位来表示的米制绝对单位制。对于长度、时间、质量和力，所用的 SI 单位分别为米、秒、千克和牛顿。如果需要，也可用适当的词冠来表示基本单位的十进倍数或约数。于是，在 SI 单位制中，0.2 米(m)和 200 毫米(mm)的长度尺寸是相同的，而且这两种表示法都是正确的。另一方面，用 $2(10^{-3})$牛顿(N)或等价地用 2 毫牛(mN)来表示一个大小为200 达因的力，也是正确的。从附录 A 的表中，可查到 SI 单位和推荐使用的词。

本书中许多例题和习题都采用 SI 单位。遗憾的是，在美国还未普遍采用这种单位制，很多工程师以及非技术人员仍用英制重力单位制。所以本书中的一些例题和习题分别采用了两种单位制。我们一般将按照已知数据所用的单位制来求解问题，而不作不同单位制之间的换算。显然，任一物理量的单位都可借助于换算系数进行变换。这些换算系数是些数值，它们是一些物理值，而不是纯数。例如，25.40mm = 1in。在附录 A 中给出一组简要的换算系数。

换算系数可以连续使用。例如，为了将速率单位由英里/小时(mile/hr)变换为米/秒(m/s)，我们可以这样计算

$$1\frac{\mathrm{mile}}{\mathrm{hr}}\left(\frac{1\mathrm{hr}}{3600\mathrm{s}}\right)\left(\frac{5280\mathrm{ft}}{1\mathrm{mile}}\right)\left(\frac{12\mathrm{in}}{1\mathrm{ft}}\right)\left(\frac{25.40\mathrm{mm}}{1\mathrm{in}}\right)\left(\frac{1\mathrm{m}}{1000\mathrm{mm}}\right)=0.4470\mathrm{m/s}$$

顺便提一句，包含在上式中的一个换算系数是 1mile/hr = (88/60) ft/s。在求解用英制单位制表示的数据的问题时，就常常会用到这个系数。记住，为了满足量纲一致性定律，在一个方程中所有各个量的单位必须协调一致。

为了求得一组协调的单位，而又获得有关英制单位相对于 SI 单位的大小方面的直观了解，作为实际练习，现举例如下。

例题 I-1 利用 1in. 等于 25.40mm，以及在地球表面上 1lb 重的物体的质量等于 0.4536 kg 的关系，将英制重力单位制中的磅力(lb)、司勒格(slug)① 和密度单位($slug/ft^3$)换算为国际单位制中的相当单位。试求其换算系数。

解 磅与牛顿之间的换算系数可用 $W = mg$ 来决定。首先计算质量为 0.4536kg 的一个物体的重量为多少牛顿(N)。由于不知道物体重量是在何处称得的，所以采用 g 的平均值 9.806 m/s^2，从而得到

$$W = (0.4536\text{kg})(9.806\text{m/s}^2) = 4.448\text{N}$$

换句话说

$$1\text{lb} = 4.448\text{N}$$

其次，由于 $1\text{lb-s}^2/\text{ft}$ 就是 1slug，于是可得

$$1\text{slug} = \left(1\frac{\text{lb-s}^2}{\text{ft}}\right)\left(\frac{4.448\text{N}}{1\text{lb}}\right)\left(\frac{1\text{ft}}{12\text{in}}\right)\left(\frac{1\text{in.}}{25.40\text{mm}}\right)\left(\frac{1000\text{mm}}{1\text{m}}\right)$$

$$= 14.593\frac{\text{N}\cdot\text{s}^2}{\text{m}} = 14.593\text{kg}$$

为了换算密度的单位，可用

$$1\frac{\text{slug}}{\text{ft}^3} = \left(1\frac{\text{slug}}{\text{ft}^3}\right)\left(\frac{14.593\text{kg}}{1\text{slug}}\right)\left(\frac{1\text{ft}}{12\text{in.}}\right)^3\left[\left(\frac{1\text{in.}}{25.40\text{mm}}\right)\left(\frac{1000\text{mm}}{1\text{m}}\right)\right]^3$$

$$= 515.3\text{kg/m}^3$$

以上算得的数值和附录 A 表中的数值之间有些差别，这是因为在我们的计算中只用了四位有效数字，对我们所选取的 g 值而言，这是容许的最大有效位数。

习　题

在下列习题中，t 是以秒计的时间，x 是距离，v 是速率，a 是加速度的大小，m 是质量。

I-1 一个力所作的功为 Fx，而这个力所产生的功率为 Fv。在 SI 单位制中，功和能的基本单位为焦耳(J)，1 焦耳是 1 N 的力使物体移动 1 m 距离时所作的功。功率的基本 SI 单位为瓦(W)，1 瓦是 1 N 的力使物体以 1 m/s 的速率运动时所产生的功率。试求：(*a*) 用米、公斤和秒表示的 1 J 的数值；(*b*) 用米、公斤和秒表示的 1 W 的数值；(*c*) 用焦耳和秒表示的 1 W 的数值。

I-2 一个力产生的功率为 Fv。在 SI 单位制中，功率的基本单位为瓦(W)，1 瓦是 1 N 的力使物体以 1m/s 的速率运动时产生的功率。在英制重力单位制中，功率的基本单位为马力，1 马力是 550 lb 的力使物体以 1 ft/s 的速率运动时所产生的功率。试求：(*a*) 1 马力等于多少千瓦；(*b*) 1 千瓦等于多少马力。

I-3 求出将下列英制重力单位改变为相应的 SI 单位时的换算系数。(*a*) 面积：平方英寸；(*b*) 体积：立方

① 系英制质量单位。——译者注

英尺；(c) 力：盎司；(d) 压力：磅/英寸^2；(e) 压力：磅/英尺^2；(f) 速率：英尺/秒；(g) 速率：英寸/小时；(h) 加速度：英里/小时^2。

I-4 在下列各式中，c_1、c_2等表示常数，而θ为用弧度表示的角度。若各式的量纲都正确，试决定这些常数的单位。(a) $a=c_1v^2/x$；(b) $\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}c_1x^2$；(c) $x=c_1x_0+c_2v_0+c_3t^2$；(d) φ[①](度)$=c_1\theta$(弧度)；(e) $\frac{d\theta}{dt}=c_1+c_2t$；(f) $t=c_1\sqrt{x}$；(g) $mc_1^2\frac{d^2\theta}{dt^2}=Fx$。

I-5 在某一以体育闻名的大学中，采用了下列一些新的物理单位。长度的基本单位为底线得分(touchdown)，它等于100码(yard)；时间的基本单位为冲刺(dash)，它等于9秒(s)；力的基本单位为高尔夫球(golf ball)，它等于1.620盎司(oz)。试决定这些单位与其相应的SI单位间的换算系数。

I-6 在习题I-5提到的大学中，质量的基本单位为篮球(basket)，1篮球等于1高尔夫球-冲刺^2/底线得分(golf ball-dash^2/touchdown)。试求每1篮球等于多少公斤(kg)。

I-7 关于沿着一条长度为l、直径为D的管道的压降，有一众所周知的流体力学方程：

$$P_1-P_2=f\frac{l}{D}\rho\frac{v^2}{2}$$

其中P代表压力，ρ是流体的密度，v是流体的速度，f是阻力系数，它可用下式计算

$$\sqrt{f}=2.30\log_{10}\left(\frac{Dv}{\nu}\sqrt{f}\right)-0.91$$

试确定运动粘滞系数ν的量纲。

I-8 某饭店在一标准地区购买了1000 lb咖啡并在该地区校准了一个弹簧称。试求在(a) $g=32.11\ \mathrm{ft/s^2}$和(b) $g=9.791\ \mathrm{m/s^2}$的地区，咖啡在弹簧称上的重量。

§I-5 矢 量

在建立关于位置、速度和加速度等运动学变量的定义时，我们已看到，矢量描述是研究动力学的一种基本方法。和在静力学中一样，我们常常需要进行矢量加法，减法及乘法等代数运算。同样重要的是，从各运动学变量之间的关系来看，还需要对矢量求导数。下面简要地复习一下矢量代数的某些基本运算和结果，然后研究矢量微积分的一些基本定理。

(一) 矢量代数

矢量是知道其大小和方向就可完全确定的量。作图时，为了在图中表示任一矢量$\bar{A}$，可画一个有向线段，如在图I-2中表示的位置矢量$\bar{r}_{P/O}$那样。该有向线段的长度与矢量的大小$|\bar{A}|$成正比，其指向则表示矢量的方向。

(1) 矢量与标量相乘

设q为一标量，则乘积$q\bar{A}$定义为具有如下的性质

$$|q\bar{A}|=|q||\bar{A}|$$

相乘后所得的矢量$q\bar{A}$平行于$\bar{A}$；若q为正值，则$q\bar{A}$与$\bar{A}$方向相同；若q为负值，则$q\bar{A}$与$\bar{A}$方向相反。

单位矢量的概念是矢量与标量相乘的一个重要的应用。设将$\bar{A}$乘以$\frac{1}{|\bar{A}|}$，其结果是一个平

① 此处原书为θ，为了避免与用弧度表示的θ混淆，故改用φ。——译者注

行于 $\bar{A}$ 的矢量 $\bar{e}_A$。因为 $\bar{e}_A$ 的大小是无量纲数 1，故称 $\bar{e}_A$ 为单位矢量。于是

$$\bar{e}_A=\frac{\bar{A}}{|\bar{A}|} \tag{I-5}$$

从静力学可回想到，在表示矢量时，上式是很有用的。

(2) 矢量的加法

任意两个矢量 $\bar{A}$ 和 $\bar{B}$ 相加的基本法则是平行四边形定律。根据这个定律，将两个矢量的起点放在一起，于是合矢量 $\bar{R}=\bar{A}+\bar{B}=\bar{B}+\bar{A}$ 就可从这两个矢量作成的平行四边形得到，如图 I-3 所示。此图还说明矢量相加的一种相当的法则，具体地说，就是将一个矢的起点放在另一个矢的终点处，作成一个三角形，从三角形的第三边就可得到合矢量。

两个矢量的减法可从加法法则推论而得到。这是因为

$$\bar{A}-\bar{B}=\bar{A}+(-\bar{B})$$

这里，根据矢量与标量相乘的法则，$-\bar{B}\equiv(-1)\bar{B}$ 是一个矢量，它与 $\bar{B}$ 的大小相等但方向相反。

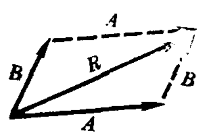

图 I-3

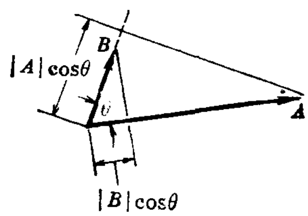

图 I-4

(3) 两矢量的点积

乘积 $\bar{A}\cdot\bar{B}$ 定义为一个矢量的大小与另一个矢量在沿着第一个矢量方向的投影之乘积。由图 I-4 可见，上述定义可以写成下面的数学公式

$$\bar{A}\cdot\bar{B}=\bar{B}\cdot\bar{A}\equiv|\bar{A}||\bar{B}|\cos\theta$$

其中 θ 是矢量 $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 之间的夹角。注意，若 $\theta>90°$，则点积为负值，这表示 $\bar{A}$ 在 $\bar{B}$ 上的投影与 $\bar{B}$ 的方向相反，或者 $\bar{B}$ 在 $\bar{A}$ 上的投影与 $\bar{A}$ 的方向相反。根据上述定义，还可知 $\bar{A}\cdot\bar{A}=|\bar{A}|^2$。

(4) 两矢量的叉积

叉积 $\bar{A}\times\bar{B}$ 的定义是以两个相交的矢量 $\bar{A}$ 及 $\bar{B}$ 决定一个平面这个事实为基础的。叉积定义为与这两个矢量所组成的平面成正交(垂直)的矢量。为了确定此平面的法线指向，可以应用"右手规则"。按照这个规则，将右手各指从第一个矢量向第二个矢量卷曲，则大拇指的方向就是叉积矢量的方向，如图 I-5 所示。

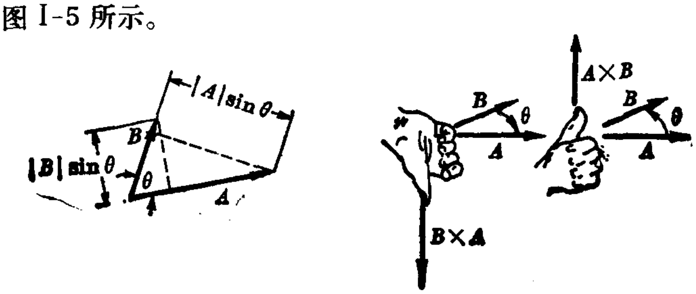

图 I-5

叉积的大小定义为

$$|\bar{A}\times\bar{B}|\equiv|\bar{A}||\bar{B}|\sin\theta$$

由图 Ⅰ-5 可见，这一定义涉及到一个矢量在垂直于另一个矢量的方向上的分量。

如图 Ⅰ-5 所示，叉积的一个重要性质是

$$\bar{B}\times\bar{A}=-\bar{A}\times\bar{B}$$

这是因为，根据右手规则，两个叉积具有相同的大小，但方向相反。

(5) 矢量代数定理

根据矢量基本运算法则的定义，可得关于综合运算的法则，它们与普通代数学的有关法则相似，即

$$q(\bar{A}+\bar{B})=q\bar{A}+q\bar{B}$$
$$q(\bar{A}\cdot\bar{B})=(q\bar{A})\cdot\bar{B}=\bar{A}\cdot(q\bar{B})$$
$$q(\bar{A}\times\bar{B})=(q\bar{A})\times\bar{B}=\bar{A}\times(q\bar{B})$$
$$\bar{C}\cdot(\bar{A}+\bar{B})=(\bar{C}\cdot\bar{A})+(\bar{C}\cdot\bar{B})$$
$$\bar{C}\times(\bar{A}+\bar{B})=\bar{C}\times\bar{A}+\bar{C}\times\bar{B}$$

(6) 正交分量

前面我们一直利用有向线段用作图法来表示矢量。这个方法有两个严重的缺点，第一，三维矢量很难用图来表示；第二，即使对于二维矢量，按照平行四边形定律求矢量的和时，仍然需要广泛应用关于不等边三角形的三角学。为了克服这些困难，在本书中将采用另一种方法，即用矢量在一组正交(即相互垂直)方向上的投影来表示矢量。

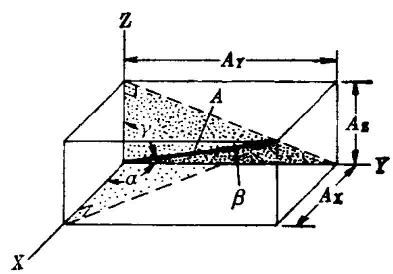

图 Ⅰ-6

为了表示矢量 $\bar{A}$ 对于直角坐标系 XYZ 的投影，我们将坐标轴的原点放在这矢量的起点，然后从矢量的末端向三个坐标轴作垂线（如图 Ⅰ-6 中的虚线所示）。由这些垂线与坐标轴的交点，作出图中所示的正平行六面体，长度 A_X、A_Y 和 A_Z 就是矢量 $\bar{A}$ 对于坐标系 XYZ 的投影。

用矢量 $\bar{A}$ 与各坐标轴之间的夹角 α、β、γ 来表示，则得

$$A_X=|\bar{A}|\cos\alpha \qquad A_Y=|\bar{A}|\cos\beta \qquad A_Z=|\bar{A}|\cos\gamma \tag{Ⅰ-6}$$

角 α、β、γ 称为方向角，方向角的余弦称为方向余弦。因为 $\bar{A}$ 是平行六面体的对角线，于是可知

$$|\bar{A}|=\sqrt{A_X^2+A_Y^2+A_Z^2} \tag{Ⅰ-7}$$

将式(Ⅰ-6)代入式(Ⅰ-7)，得

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$$

上式表明方向角中只有两个是独立的。

从前文可见，由矢量的投影可完全表明矢量的特性，假如知道各投影是与哪个坐标系相关联

的话。为了确定该坐标系，我们采用单位矢量 $\bar{I}$、$\bar{J}$ 和 $\bar{K}$，它们分别沿着 X、Y、Z 轴的正向。于是，作为例子，图 I-7 中所示的 $A_X\bar{I}$ 为平行于 X 轴的矢量，其大小就等于 A_X。画出三个分矢量的图 I-7 还表明，这些分量的矢量和就是 $\bar{A}$。所以

$$\boxed{\bar{A}=A_X\bar{I}+A_Y\bar{J}+A_Z\bar{K}} \qquad (\text{I-8})$$

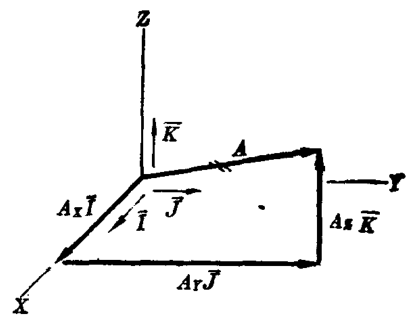

图 I-7

这就是 $\bar{A}$ 的分解式。

一个重要的结论是，若用矢量的投影来表示矢量，就可简单地表示出两矢量相等的条件：两个矢量只有当其对应的投影相等时才相等，换句话说：

$$\bar{A}=\bar{B} \text{ 意味着 } A_X=B_X \quad A_Y=B_Y \quad A_Z=B_Z \qquad (\text{I-9})$$

式(I-9)是很有用的，因为它表明，一个矢量方程可以分解成三个标量方程，这三个标量方程是令该矢量方程两边对应的投影相等而得到的。

一般说来，用投影来作各种矢量运算，比按基本定义进行运算更容易。为了求得单位矢量 $\bar{e}_A$，将式(I-7)及式(I-8)代入式(I-5)，就得到

$$\bar{e}_A=\frac{\bar{A}}{|\bar{A}|}=\frac{A_X\bar{I}+A_Y\bar{J}+A_Z\bar{K}}{\sqrt{A_X^2+A_Y^2+A_Z^2}} \qquad (\text{I-10}a)$$

关于 $\bar{e}_A$ 的另一形式，可利用式(I-6)而得到

$$\bar{e}_A=\cos\alpha\bar{I}+\cos\beta\bar{J}+\cos\gamma\bar{K} \qquad (\text{I-10}b)$$

两矢量的和或差的计算也很简便，因为

$$\bar{A}\pm\bar{B}=(A_X\pm B_X)\bar{I}+(A_Y\pm B_Y)\bar{J}+(A_Z\pm B_Z)\bar{K} \qquad (\text{I-11})$$

根据归纳法，式(I-11)可以推广应用到两个以上矢量的情形。

为了得到点积和叉积，首先根据矢量运算的定义，考虑单位矢量的各种乘积。例如，点积

$$\bar{I}\cdot\bar{I}=|\bar{I}||\bar{I}|\cos 0=1$$

从而可知

$$\bar{I}\cdot\bar{I}=\bar{J}\cdot\bar{J}=\bar{K}\cdot\bar{K}=1$$
$$\bar{I}\cdot\bar{J}=\bar{J}\cdot\bar{I}=\bar{J}\cdot\bar{K}=\bar{K}\cdot\bar{J}=\bar{K}\cdot\bar{I}=\bar{I}\cdot\bar{K}=\bar{0} \qquad (\text{I-12})$$

至于叉积，因

$$|\bar{I}\times\bar{I}|=|\bar{I}||\bar{I}|\sin 0=0$$

于是，

$$\bar{I}\times\bar{I}=\bar{J}\times\bar{J}=\bar{K}\times\bar{K}=0$$
$$\bar{I}\times\bar{J}=-\bar{J}\times\bar{I}=\bar{K}$$
$$\bar{J}\times\bar{K}=-\bar{K}\times\bar{J}=\bar{I}$$
$$\bar{K}\times\bar{I}=-\bar{I}\times\bar{K}=\bar{J} \qquad (\text{I-13})$$

图(I-8)可帮助确定式(I-13)中不等于零的叉积的方向及符号。若运算顺序与图 I-8 中所示的