高等学校工科电子类规划教材

数字逻辑电路

翟生辉　冯毛官　施仁勇　编

西安交通大学出版社

高等学校工科电子类规划教材

数字逻辑电路

翟生辉　冯毛官　施仁勇　编

西安交通大学出版社

内容提要

本书是全国高等院校应用电子技术和相近电子类专业的规划教材。全书共八章。主要内容包括：数制与编码、逻辑代数与逻辑门、组合逻辑电路、集成触发器、同步时序电路、中大规模集成电路，A/D 与 D/A 转换及脉冲电路等内容。

本书是在长期教学实践基础上编写的，着重介绍了数字电路和脉冲电路的基本概念、基本原理和基本的分析方法。为了帮助读者理解和掌握基本内容，各章均附有一定数量的应用实例和练习题。

本书可供高等院校应用电子技术和相近电子类专业作为脉冲数字电路课程的教材，也可作为夜大、电大、职大等电类专业的教材，并可供有关工程技术人员学习和参考。

(陕)新登字 007 号

高等学校工科电子类规划教材
数字逻辑电路
翟生辉　冯毛官　施仁勇　编
责任编辑　黄德璘　赵丽平
*
西安交通大学出版社出版发行
(西安市咸宁路 28 号　邮政编码 710049)
陕西人口报印刷厂印装
陕西省新华书店经销
*
开本:787×1092　1/16　印张:15.125　字数:378 千字
1995 年 6 月第 1 版　　1995 年 6 月第 1 次印刷
印数:1——4000
ISBN7-5605-0767-0/TN·44　定价:12.50 元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作的规定，我部承担了全国高等学校和中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978～1990年，已编审、出版了三个轮次教材，及时供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻国家教委《高等教育“八五”期间教材建设规划纲要》的精神，“以全面提高教材质量水平为中心，保证重点教材，保持教材相对稳定，适当扩大教材品种，逐步完善教材配套”，作为“八五”期间工科电子类专业教材建设工作的指导思想，组织我部所属的八个高等学校教材编审委员会和四个中等专业教学指导委员会，在总结前三轮教材工作的基础上，根据教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1991～1995年的“八五”(第四轮)教材编审出版规划。列入规划的，以主要专业主干课程教材及其辅助教材为主的教材约300余种。这批教材的评选推荐和编审工作，由各编委会或教学指导委员会组织进行。

这批教材的书稿，其一是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会(小组)评选择优产生出来的，其二在认真遴选主编人的条件下进行约编的，其三是经过质量调查在前几轮组织编写出版的教材中修编的。广大编审者、各编审委员会(小组)、教学指导委员会和有关出版社，为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还可能有缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评和建议，共同不断提高电子类专业教材的质量而努力。

机械电子工业部教材办公室

前　言

本书为全国高等院校大专层次应用电子技术和相近电子类专业的规划教材。供54学时脉冲数字电路课程使用。本书是根据电子工业部制订的应用电子技术和相近电子类专业教材1991～1995年出版规划要求编写的，并经电子工业部应用电子技术教材编写委员会评选审定，推荐出版。

随着科学技术的迅速发展，中、大规模数字集成电路的出现，以及计算机的广泛应用，数字技术愈来愈显示出其重要性。目前数字技术已广泛应用于通信、雷达、电子计算机、自动控制、航天、仪表等国民经济的各个领域。随着数字技术应用领域的不断扩大，数字逻辑电路已成为现代工程技术人员的必修课程。

本书是作者在长期教学实践的基础上编写的。着重讨论和研究数字电路和各种数字集成电路的基本原理及应用，在编写时把数字电路作为全书的重点，进行了详细的论述，并且对常用的脉冲电路也做了一定的介绍。数字电路部分以小规模集成器件作为基本器件，系统地讨论了数字电路的分析和设计技巧。编写时也注意到中、大规模器件已逐渐成为数字系统的积木式"部件，因此本书也加强了中、大规模集成电路的介绍和应用。在编写脉冲电路时，从实际应用出发，介绍了脉冲波形产生、变换、整形常用电路的基本原理和主要参数的计算。在各个章节中列举了一定数量的实用电路，供读者在学习和工作中参考。

在编写时注意到大专层次学生的特点，力求文字通俗易懂，内容安排上由浅入深，重点突出，基本概念明确清晰，便于学生阅读和自学。每章都配有一定数量的习题，帮助学生加深对课程内容的理解。

本书主要作为电子技术和相近电子类专业教材，也可作为夜大、电大、职大、函大等电类专业的教材，还可以供有关工程技术人员学习和参考。

参加编写的有西安电子科技大学翟生辉副教授(第一、二、三、四章)，冯毛官副教授(第五章)，上海大学施仁勇讲师(第六、七、八章)，由翟生辉担任主编，负责统稿。全书由西安交通大学李中副教授负责主审，对书稿进行了全面，细致的评审，并提出了中肯而具体的修改意见。在拟订教材提纲和撰写初稿过程中，得到责任编委黄贤武教授及全体编委的支持和帮助。在编写和出版过程中还得到吴震蒙教授、张苹迦副教授的帮助。编者在此对以上诸位老师表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

编者

目　　录

第 1 章　数制与编码

第 2 章　逻辑代数与逻辑门

第3章 组合逻辑电路

第 4 章　集成触发器

第 5 章　同步时序电路

第 6 章　中大规模集成电路

第7章 A/D与D/A转换器

第8章 脉冲电路

参考文献

第1章　数制与编码

数制是计数进位制的简称。数制是以表示数值所用的数字符号的个数来命名的，如二进制、八进制、十六进制、六十进制及日常生活中最常用的十进制等。各种数制中数字符号的个数称为该数制的基数。一个数可以用不同计数制表示它的大小，虽然形式不同，但数的量值则是相等的。本章从十进制开始，分析导出各种进位制的计数规律。重点讨论广泛用于计算机及数字系统的二进制、八进制和十六进制数的计数规律，并将介绍各种进位制数之间的转换方法。本章最后还介绍了几种常用的十进制代码表示方法。

1.1　进位计数制

1.1.1　十进计数制

十进计数制简称十进制。在十进制中采用十个有序数字符号来表示数的大小，即用0、1、2、3、4、5、6、7、8、9来表示0～9的数值。当数值9加1时，则向相邻高位进1，以10来表示，称为“逢十进一”，这个10就是这种计数制的基数，或称为底数。基数也就是所用数字符号的个数。以基数为10的进位计数制称为十进制。在十进制中，虽然只有十个数字符号，只要将这十个数字符号和一个小数点符号结合起来，就可以表示任意有限的十进制数。例如，875.49这个数，可以读作八百七十五点四九。按照数字符号所处的位置，可以直接读出数的大小，这种计数方法称为位置记数法。在位置记数法中，对于每一个数位赋以不同的位值，称为“权”。对于十进制，每个数的权是10的某次幂，即10^i称为第i位上的“权”，它表示数符1在i位上的数值。对于任意一个十进制数来说，每个数位上的数字所表示的量(数值)是这个数字和该位权的乘积。因此，任意的十进制数可以按权展开为10的幂多项式。例如，875.49这个数，可以写成

$$875.49 = 8\times10^2 + 7\times10^1 + 5\times10^0 + 4\times10^{-1} + 9\times10^{-2}$$

由上式可以看出，数符所处的位置不同，所代表的数值也不同。从小数点开始往左，按个位(10^0)、十位(10^1)、百位(10^2)等等往上升，而从小数点往右，则按十分位(10^{-1})、百分位(10^{-2})等往下降。任意一个十进制数N，可以表示为

$$(N)_{10} = (A_{n-1}A_{n-2}\cdots A_1A_0 \cdot A_{-1}A_{-2}\cdots A_{-m})_{10} \tag{1-1}$$

还可以用幂展开式表示为

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= A_{n-1}\times10^{n-1} + A_{n-2}\times10^{n-2} + \cdots + A_1\times10^1 + A_0\times10^0 \\ &\quad + A_{-1}\times10^{-1} + \cdots + A_{-m}\times10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} A_i\times10^i \end{aligned} \tag{1-2}$$

式中，A_i为十进制数符0～9中的某一个，记为$0\leqslant A_i\leqslant9$；n为整数的位数；m为小数的位数；i表示数的某一位。括号外的下标为基数，$(N)_{10}$表示基数为10的十进制数。

1.1.2　二进计数制

人们习惯用十进制计数，但是，在计算机及其它数字系统中，广泛采用二进制数。大家知

道，计算机的最基本功能是进行数据的计算和处理加工。数在计算机中是以器件的物理状态来表示的。为了方便和可靠，在计算机和数字系统中采用二进制数字系统，即计算机中要处理的所有数据，都要用二进制系统来表示，所有的字母、符号、指令等都要用二进制代码来表示。

二进制只有两个数字符号，即0和1。二进制计数时，是"逢二进一"。例如，1+1=10，这个10所代表的值不是十而是二，二进制的基数是2，每个数位的位权值为2的幂。任意一个二进制数也象十进制一样，可以用下面的表达式表示

$$(N)_2=(B_{n-1}B_{n-2}\cdots B_1B_0\cdot B_{-1}B_{-2}\cdots B_{-m})_2 \tag{1-3}$$

还可以表示为

$$\begin{aligned}(N)_2&=B_{n-1}\times 2^{n-1}+B_{n-2}\times 2^{n-2}+\cdots+B_1\times 2^1+B_0\times 2^0\\&\quad+B_{-1}\times 2^{-1}+B_{-2}2^{-2}+\cdots+B_{-m}\times 2^{-m}\\&=\sum_{i=-m}^{n-1}B_i\times 2^i\end{aligned} \tag{1-4}$$

式中，B_i 是二进制数符，只能取0和1；n 表示整数的位数；m 表示小数的位数；i 表示数的某一位。2^i 是位置为 i 的数符 B_i 具有的权。2是进位制的基数，故称为二进制数。例如

$$(1001)_2=1\times 2^3+0\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0=(9)_{10}$$

例如

$$\begin{aligned}(10011.1)_2&=1\times 2^4+0\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0+1\times 2^{-1}\\&=(16+2+1+0.5)_{10}=(19.5)_{10}\end{aligned}$$

1.1.3 八进计数制和十六进计数制

计算机中采用二进制数，优点是物理实现容易，并且运算特别简单。但缺点是书写冗长。因此，常用八进制或十六进制代替二进制来书写数据。由于八进制和十六进制的基数都是2的某次幂，因此与二进制数之间的相互转换特别方便。

八进制有0,1,2,3,4,5,6,7等八个数字符号，代表0～7等八个数值。八进制是逢八进一。例如，7+1=10，这个10所代表的数值为八，即进位基数是8，故称八进制。任意一个八进制数 $(N)_8$ 可以表示为

$$(N)_8=(C_{n-1}C_{n-2}\cdots C_1C_0\cdot C_{-1}C_{-2}\cdots C_{-m})_8 \tag{1-5}$$

或者写成

$$\begin{aligned}(N)_8&=C_{n-1}\times 8^{n-1}+C_{n-2}\times 8^{n-2}+\cdots+C_1\times 8^1+C_0\times 8^0\\&\quad+C_{-1}\times 8^{-1}+C_{-2}8^{-2}+\cdots+C_{-m}\times 8^{-m}\\&=\sum_{i=-m}^{n-1}C_i\times 8^i\end{aligned} \tag{1-6}$$

式中，C_i 可取0～7之间的任意一个数符，即 $0\leqslant C_i\leqslant 7$；$n$ 和 m 分别表示整数位数和小数位数。例如

$$(327)_8=3\times 8^2+2\times 8^1+7\times 8^0=(215)_{10}$$

同样，十六进制可以用十六个互不相同的数字符号来表示，即0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F 等十六个数符。十六进制是逢十六进一。任意一个十六进制数 $(N)_{16}$ 可以表示为

$$(N)_{16}=(D_{n-1}D_{n-2}\cdots D_1D_0\cdot D_{-1}D_{-2}\cdots D_{-m})_{16} \tag{1-7}$$

或者写成

$$(N)_{16}=C_{n-1}\times 16^{n-1}+D_{n-2}\times 16^{n-2}+\cdots+D_1\times 16^1+D_0\times 16^0$$

$$
\begin{aligned}
&+ D_{-1} \times 16^{-1} + D_{-2} \times 16^{-2} + \cdots + D_{-m} \times 16^{-m} \\
&= \sum_{i=-m}^{n-1} D_i \times 16^i
\end{aligned} \tag{1-8}
$$

式中，n 和 m 分别表示整数和小数的位数；D_i 可取 0～F 之间的任意一个数符，即 $0 \leqslant D_i \leqslant F$；$16^i$ 表示该数第 i 位的数符 D_i 具有的权。例如

$$(3B)_{16} = 3 \times 16^1 + B \times 16^0 = (59)_{10}$$

综上几种进位计数制的表示方法，可以推广到任意进制 R 的计数规律。对于基数为 R 的进位计数制来讲，数$(N)_R$ 可表示为

$$(N)_R = (K_{n-1}K_{n-2}\cdots K_1K_0 \cdot K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m})_R \tag{1-9}$$

或者写成

$$
\begin{aligned}
(N)_R &= K_{n-1} \times R^{n-1} + K_{n-2} \times R^{n-2} + \cdots + K_1 \times R^1 + K_0 \times R^0 \\
&\quad + K_{-1} \times R^{-1} + K_{-2} \times R^{-2} + \cdots + K_{-m} \times R^{-m} \\
&= \sum_{i=-m}^{n-1} K_i \times R^i
\end{aligned} \tag{1-10}
$$

式中，n 和 m 分别表示整数和小数的位数；K_i 是 R 进制中 R 个数符中的一个，即 $0 \leqslant K_i \leqslant R-1$；计算时每一位都是逢 R 进一。R 是该计数制的基数。R^i 是第 i 位数符 K_i 具有的权，小数点右边各位的权都是基数 R 的负次幂。若小数点向左移一位，则该数减小 R 倍；若小数点向右移一位，则该数增大 R 倍。

表 1-1 列出十进制、二进制、十六进制数的对应关系。由表 1-1 可见，一位八进制数用二进制数来表示需要三位，而一位十六进制数用二进制数来表示则需要四位。也就是说，表示某一个数时，用八进制数所需要位数比二进制数少，用十六进制所需位数则更少。

表 1-1　十进制、二进制、八进制、十六进制数对照表

$R=10$	$R=2$	$R=8$	$R=16$
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

1.2 不同进位制数之间的转换

1.2.1 二进制数转换成十进制数

二进制与十进制数之间的转换通常采用按权展开法或基数连乘、连除法，下面分别进行讨论。

(1) 按权展开法

这种转换方法比较简单，对于所有非十进制转换为十进制数都适用。其方法是先将其非十进制数按定义展开为多项式，再将系数(二进制多项式表示的系数不是 0 就是 1)及权均用十进制表示后，按十进制进行乘法及加法运算，所得结果即为该数对应的十进制数。

例 1-1 把二进制数$(1101.101)_2$转换为十进制数。

解：

$$
\begin{aligned}
(1101.101)_2 &= 1\times 2^3+1\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0+1\times 2^{-1}+0\times 2^{-2}+1\times 2^{-3}\\
&= 8+4+0+1+0.5+0+0.125\\
&= (13.625)_{10}
\end{aligned}
$$

(2) 基数连乘、连除法

把式(1-4)变换为基数连乘、连除的形式，即

$$
\begin{aligned}
(N)_2 &= B_{n-1}\times 2^{n-1}+B_{n-2}\times 2^{n-2}+B_{n-3}\times 2^{n-3}+\cdots+B_1\times 2^1+B_0\times 2^0\\
&\quad +B_{-1}\times 2^{-1}+B_{-2}\times 2^{-2}+\cdots+B_{-m}\times 2^{-m}\\
&= (\cdots((B_{n-1}\times 2+B_{n-2})\times 2+B_{n-3})\times 2+\cdots+B_1)\times 2\\
&\quad +B_0+(\cdots(B_{-m}\times\frac{1}{2}+\cdots+B_{m+1})\times\frac{1}{2}+\cdots+B_{-1})\times\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

故

$$
\begin{aligned}
(N)_2 &= (\cdots((B_{n-1}\times 2+B_{n-2})\times 2+B_{n-3})\times 2+\cdots+B_1)\times 2+B_0\\
&\quad +(\cdots(B_{-m}\times\frac{1}{2}+\cdots+B_{m+1})\times\frac{1}{2}+\cdots+B_{-1})\times\frac{1}{2}
\end{aligned}
\tag{1-11}
$$

由式(1-11)可见，整数部分的转换采用基数连乘的方法，而小数部分的转换则采用基数连除的方法。

整数的二进制数转换为十进制数的步骤为

第一步　从最高位开始，将该位的系数(数符)乘以 2；

第二步　把乘得之积与低位系数相加，记下所得之和；

第三步　把第二步所得之和乘以 2。

以后重复第二、第三两步，直到最低位与前面所得之结果相加，运算结束。得出等值的十进制数。

例 1-2 把二进制数$(101101)_2$转换成十进制数。

解：从最高位开始连乘以 2，直到加上最低位 B_0 为止。

$$((((1\times 2+0)\times 2+1)\times 2+1)\times 2+0)\times 2+1=(45)_{10}$$

为了便于计算，通常将上面的运算过程写成如下的形式

$$\begin{array}{cccccccccccc}
1 & \rightarrow & +0 & & \rightarrow & +1 & & \rightarrow & +1 & & \rightarrow & +0 \quad \rightarrow +1 \\
\times & & \| & & & \| & & & \| & & & \| \qquad\quad \| \\
2=2 & & 2\times 2=4 & & & 5\times 2=10 & & & 11\times 2=22 & & & 22\times 2=44 \quad 45
\end{array}$$

运算结果为$(101101)_2=(45)_{10}$

对于纯小数的二进制数转换为十进制数可按下列步骤

第一步　从小数最低位开始，将该位系数除以 2(即$\times\frac{1}{2}$)；

第二步　把所得之商与高一位相加，记下所得之和；

第三步　把第二步所得之和除以 2。

以后重复第二、第三步，直到小数最高位与前面所得结果相加之和除以 2 为止，运算结束。得到等值的纯小数十进制数。

例 1-3　把二进制数$(0.101)_2$转换为十进制数。

解：
$$(0.101)_2=((1\times\frac{1}{2}+0)\times\frac{1}{2}+1)\times\frac{1}{2}=(0.625)_{10}$$

为了方便运算还可将运算过程写为如下的形式

$$\begin{array}{ccccc}
1 & \rightarrow & +0 & \rightarrow & +1 \\
\div & & \| & & \| \\
2=0.5 & & 0.5\div 2=0.25 & & 1.25\div 2=(0.625)_{10}
\end{array}$$

运算结果为

$$(0.101)_2=(0.625)_{10}$$

对于带小数的二进制数转换为十进制数，可按上述方法，分别进行整数和纯小数的转换，最后将结果加在一起即可。

对以上讨论的两种转换方法进行比较，可以看出按权展开法比较简单，容易掌握。第二种方法基数连乘、连除法较为麻烦一些，但只要掌握其运算规律，转换也是很方便的。

1.2.2　十进制数转换成二进制数

将十进制数转换成二进制数一般采用基数乘除法。

(1) 十进制整数转换成二进制整数

若将一个十进制整数(例如 325)转换成二进制整数，即将该数变换为如下的形式

$$(325)_{10}=(B_{n-1}B_{n-2}\cdots B_1B_0)_2$$

问题在于怎样找到$B_{n-1}\sim B_0$的值呢？这些值(0 或 1)取决于要转换的十进制数值的大小。由式(1-4)可知，$(325)_{10}$还可以写成如下的形式

$$(325)_{10}=B_{n-1}\times 2^{n-1}+B_{n-2}\times 2^{n-2}+\cdots+B_1\times 2^1+B_0\times 2^0$$

显然，等式右边除了最低位B_0之外，其余各项都包含有 2 的因子，它们都能被 2 除尽。故第一次用 2 去除等式两边，则其余数即为B_0。

$$2\,\underline{|\,325}\quad\;\; \\ \;\;162\ \cdots\cdots\ 余\ 1=B_0$$

其商为

$$(162)_{10}=B_{n-1}\times 2^{n-1}+B_{n-2}\times 2^{n-2}+\cdots+B_2\times 2^1+B_1$$

上面的等式右边除了最低位B_1之外，其余各项都包含 2 的因子，都能被 2 除尽，故用基数 2 再去除等式两边，所得的余数必为B_1。用同样的方法，一直继续下去，直到商为 0 为止，就可以得

到 $B_{n-1} \sim B_0$。例如

$$
\begin{array}{rl}
2 \underline{|\ 325} & \\
2 \underline{|\ 162} & \cdots\cdots 余\ 1 = B_0(\mathrm{LSB}) \\
2 \underline{|\ 81} & \cdots\cdots 余\ 0 = B_1 \\
2 \underline{|\ 40} & \cdots\cdots 余\ 1 = B_2 \\
2 \underline{|\ 20} & \cdots\cdots 余\ 0 = B_3 \\
2 \underline{|\ 10} & \cdots\cdots 余\ 0 = B_4 \\
2 \underline{|\ 5} & \cdots\cdots 余\ 0 = B_5 \\
2 \underline{|\ 2} & \cdots\cdots 余\ 0 = B_6 \\
2 \underline{|\ 1} & \cdots\cdots 余\ 0 = B_7 \\
0 & \cdots\cdots 余\ 1 = B_8(\mathrm{MSB})
\end{array}
$$

故

$$
\begin{aligned}
(325)_{10} &= (B_8B_7B_6B_5B_4B_3B_2B_1B_0)_2 \\
&= (101000101)_2
\end{aligned}
$$

由此可以归纳出把十进制整数转换为二进制整数的转换方法，即用基数 2 不断地去除要转换的十进制数，直到商为 0 为止。除得的余数为 1，则相应的二进制数位为 1；除得的余数为 0，则相应的二进制数位为 0。第一次被 2 除所得余数为二进制数最低位有效数字(LSB) B_0，最后一次所得余数为最高位有效数字(MSB) B_{n-1}。这种方法通常称为基数辗转相除法，又称为除 2 取余法。

(2) 十进制小数转换为二进制小数

十进制小数转换为二进制小数可以表示为

$$(0.N)_{10} = B_{-1} \times 2^{-1} + B_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + B_{-m} \times 2^{-m}$$

用基数 2 乘等式两边，得

$$
\begin{aligned}
2 \times (0.N)_{10} &= B_{-1} \times 2^{0} + B_{-2} \times 2^{-1} + \cdots + B_{-m} \times 2^{-m+1} \\
&= B_{-1} \times 2^{0} + b_1
\end{aligned}
$$

用基数 2 乘等式两边的结果把等式右边分为两部分，B_{-1}为整数部分(不是 0 就是 1)；b_1 为小数部分，即

$$b_1 = B_{-2} \times 2^{-1} + B_{-3} \times 2^{-2} + \cdots B_{-m} \times 2^{-m+1}$$

将 b_1 等式两边再乘以 2，则得

$$
\begin{aligned}
2b_1 &== B_{-2} \times 2^{0} + B_{-3} \times 2^{-1} + \cdots + B_{-m} \times 2^{-m+2} \\
&= B_{-2} + b_2
\end{aligned}
$$

式中 B_{-2}为 $2b_1$ 的整数部分；b_2 为小数部分。这个乘 2 过程可以继续进行下去，直至求出 B_{-m}为止。将这些求出的整数部分，按一定的顺序排列起来，就可得到相应的二进制小数。

例 1-4 把十进制小数$(0.6875)_{10}$转换为二进制小数。

解：

$$
\begin{array}{rl}
0.6875 & \\
\times \qquad 2 & \\
\hline
1.3750 & \cdots\cdots 整数部分\ 1 = B_{-1}(\mathrm{MSB}) \\
0.375 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rll}
\times \quad 2 & & \\
\hline
0.75 & \cdots\cdots & 1=B_{-2} \\
\times \quad 2 & & \\
\hline
1.5 & \cdots\cdots & 1=B_{-3} \\
0.5 & & \\
\times \quad 2 & & \\
\hline
1.0 & \cdots\cdots & 1=B_{-4}(\mathrm{LSB})
\end{array}
$$

故 $(0.6875)_{10}=(0.1011)_2$

由此可以归纳出十进制小数转换为二进制小数的方法，即不断用 2 去乘要转换的十进制小数，将每次所得的整数部分（0 或 1），依次记为 $B_{-1}, B_{-2}, \cdots, B_{-m}$。其中 MSB 为小数的最高有效位，LSB 为小数的最低有效位。若乘积的小数部分最后能为 0，那么最后一次乘积的整数部分记为 B_{-m}，则

$$0.B_{-1}B_{-2}\cdots B_{-m}$$

即为十进制小数对应的二进制小数。

要注意的是在把十进制小数转换成二进制小数时，不断用 2 去乘，不一定最后能使尾部（十进制小数部分）为 0，过程可能会无限制地进行下去。这时只要满足一定的精度要求，二进制小数取一定的位数就行了。这表示转换的二进制小数存在一定的剩余误差 $\varepsilon(\varepsilon<2^{-m})$。以上这种将十进制小数转换成二进制小数的方法通常称为乘 2 取整法。

任意进制数与十进制数之间的转换原理和方法，跟二进制数与十进制数之间的转换原理和方法类似，这里不再赘述。

1.2.3 二进制数与八进制、十六进制数之间的转换

(1) 二进制数与八进制数之间的转换

设某十进制整数为 N，用二进制表示为

$$(N)_{10} = B_{n-1}\times 2^{n-1} + B_{n-2}\times 2^{n-2} + \cdots + B_1\times 2^1 + B_0\times 2^0 \tag{1-12}$$

用八进制表示为

$$(N)_{10} = C_{n-1}\times 8^{n-1} + C_{n-8}\times 8^{n-8} + \cdots + C_1\times 8^1 + C_0\times 8^0 \tag{1-13}$$

由于是同一个十进制整数，故

$$\begin{aligned} & B_{n-1}\times 2^{n-1} + B_{n-2}\times 2^{n-2} + \cdots + B_1\times 2^1 + B_0\times 2^0 \\ & = C_{n-1}\times 8^{n-1} + C_{n-2} + \cdots + C_1\times 8^1 + C_0\times 8^0 \end{aligned} \tag{1-14}$$

将等式两边同除以 $8=2^3$，则得

$$\begin{aligned} & B_{n-1}\times 2^{n-4} + B_{n-2}\times 2^{n-5} + \cdots + B_3\times 2^0 + \frac{B_2\times 2^2 + B_1\times 2^1 + B_0\times 2^0}{8} \\ & = C_{n-1}\times 8^{n-2} + C_{n-2}\times 8^{n-3} + \cdots + C_1\times 8^0 + \frac{C_0}{8} \end{aligned} \tag{1-15}$$

式(1-15)两边的商及余数应分别相等，即

余数 $$(C_0)_8 = B_2\times 2^2 + B_1\times 2^1 + B_0\times 2^0 = (B_2B_1B_0)_2 \tag{1-16}$$

商 $$\begin{aligned} & B_{n-1}\times 2^{n-4} + B_{n-2}\times 2^{n-5} + \cdots + B_5\times 2^2 + B_4\times 2^1 + B_3\times 2^0 \\ & = C_{n-1}\times 8^{n-2} + C_{n-2}\times 8^{n-3} + \cdots + C_1\times 8^0 \end{aligned} \tag{1-17}$$

将式(1-17)两边再除以 $8=2^3$，则得