

# 计算机机构学

张纪元 沈守理 编著

2418  
本研究课题得到国家自然科学基金资助

# 计 算 机 构 学

张纪元 沈守范 编著

國防工業出版社

· 北京 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

计算机构学/张纪元, 沈守范编著. —北京: 国防工业出版社, 1996. 1

ISBN 7-118-01372-2

I. 计… II. ①张…②沈… III. 计算数学-应用-机构学 IV. TH112

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 11201 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 850×1168 1/32 印张 9 $\frac{3}{4}$  239 千字

1996 年 1 月第 1 版 1996 年 1 月北京第 1 次印刷

印数: 1—3000 册 定价: 15.40 元

---

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

## 致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。

4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版,随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金  
评审委员会

## 国防科技图书出版基金 第二届评审委员会组成人员

名誉主任委员 怀国模

主任委员 黄 宁

副主任委员 殷鹤龄 高景德 陈芳允  
曾 铎

秘 书 长 刘琯德

委 员 尤子平 朱森元 朵英贤  
(按姓氏笔划为序)

刘 仁 何庆芝 何国伟

何新贵 宋家树 张汝果

范学虹 胡万忱 柯有安

侯 迁 侯正明 莫梧生

崔尔杰

## 前 言

电子计算机的问世和普及给科技带来了革命性的变化,也给古老的机构学带来了新生。从 50 年代起,机构学者已开始利用计算机研究机构。近 20 年来,这方面的成果层出不穷。今天,我们有必要、也有可能对这些成果作出较为系统的总结,以形成机构学的新分支——计算机构学。

计算机构学是利用电子计算机技术和数值分析方法研究机构分析与综合问题的学科。它是传统机构学与计算数学、数学规划以及电子计算机技术相结合的一门新兴交叉学科,也是多年来计算机辅助机构分析与综合发展的必然结果。

目前,机构学者在利用计算机进行机构分析与综合方面,虽已取得很多研究成果,但对这些成果还缺乏系统的提炼。本书对这方面的成果进行了较为系统的总结和理论上的提高,着重结合作者的研究成果以形成计算机构学体系的框架。计算机构学体系的建立将进一步完善和发展机构学的理论和方法,将促进计算机技术、数值分析技术、机器人技术、航天技术和机械高技术的发展;将为解决机构分析与综合课题提供强有力的工具。计算机构学是国内外机构学界尚未深入系统研究的一个领域。因此,本书的出版不但具有重大的理论意义,而且具有很大的实用价值。它的问世对推进计算机构学的研究无疑将起到十分积极的作用。

计算机构学的研究对象是通用机械。它着重解决二大类问题:机构的计算分析和机构的计算综合。就其研究内容而言,它应包括以下三大部分:一是机构计算结构学,包括机构的自由度分析,机构的分类和机构的型综合等内容;二是机构计算运动学,包括机构位置方程组的自动生成,非线性方程组的解法,机构第一位置的确

定,数学解与运动学解的区分,机构奇异位置和极限位置的确定,机构位移、速度和加速度分析,机械手的位姿分析,机构误差分析以及机构运动学综合等内容;三是机械计算动力学,包括机构的动态静力分析,机器真实运动的求解,飞轮转动惯量的确定,机构平衡,机构 KED 分析,间隙动力学分析,变质量机械系统动力学以及机构动力学综合等内容。

计算机构学与传统机构学之间既有联系,又有区别。两者研究的对象和基本内容是相同的。两者研究的对象都是通用机械,都包含结构学、运动学和动力学三大内容。因此,传统机构学中的许多基本理论和方法也为计算机构学所利用。然而,计算机构学作为一门新兴学科与传统机构学相比,有其自身的特征。计算机构学所用的方法、技术和工具,以及研究的侧重点、最后结果和所起作用均不同于传统机构学。进行计算机构学研究所用的主要方法和技术是:数值分析方法、最优化方法、计算机科学计算和图象处理技术,所用的主要工具是计算机。计算机构学研究的侧重点有三个方面:一是传统机构学中那些不易解决的问题,如机构位置方程组的自动推导,非线性方程组的求解,机构奇异位置的确定等问题;二是传统机构学中那些已基本解决或可以解决的问题,若改用计算机构学的方法解决这类问题,则更容易、更巧妙,如机构力分析、飞轮转动惯量的确定、凸轮轮廓设计等问题;三是计算机构学研究本身需要解决的一些理论和方法,如机构第一位置的确定,数学解与运动学解的区分,数值计算中的算法选择、计算稳定性和收敛性等问题,以及程序编制的技巧性与科学性等问题。计算机构学进行机构分析与综合的最终结果是数字、曲线和图表等,直接应用的成果是计算机软件。可以形象地说,计算机构学是数字化、图象化和软件化的机构学,着重解决机构学中那些缺了计算机就十分困难或无法解决的问题。它将使机构学理论和实际应用间的渠道更为畅通,使得机构学理论和方法更加完善和丰富,更易被广大的工程技术人员所掌握。

如上所述,计算机构学体系的形成是一个浩大的工程。仅靠一

本书和少数机构学者的努力是无法将其完成的。在这方面作者仅作了一些探索性的工作。本书着重总结了作者在机构计算运动学和机械计算动力学方面取得的主要研究成果,勾画出了计算机机构学的轮廓,为形成计算机机构学的体系奠定了基础。

全书主要内容由以下九章构成。

第一章较为系统地总结了计算机自动生成机构位置方程组的常用理论和方法。其中包括作者提出的用对偶变换矩阵和机构同一性条件结合使用,以建立一类空间连杆机构位置方程组的方法<sup>[Z1]</sup>;以及优选机构独立回路组的新准则。

第二章总结了求解计算机机构学中非线性方程组的几种比较有效的算法。它们是牛顿(Newton)迭代法、斯图姆(Sturm)方法、0.618法、詹重禧法、区间分析法和结式消元法。其中包括作者在这方面所做的工作。如提出了用定义域法求三角函数的具有包含单调性的最小区间扩展<sup>[Z9]</sup>;提出了多元多项式整除法则、紧凑存储法和代数系数等概念,构造了结式消元法解多项式方程组所有实解的算法步骤,并形成了计算机程序FRPU<sup>[Z12]</sup>。

第三章着重介绍机构计算运动分析的基本理论和方法。本章中体现作者研究成果的内容有:用最优化方法、区间分析法和结式消元法确定机构的第一位置和机构的树状解分支;机构的数学解和运动学解的定义及其判别方法;对平面连杆机构用作者提出的降级电子计算机算法(简称降级电算法)识别,对一类空间连杆机构用闭环方程识别;机构奇异位置的讨论及确定机构奇异位置的三角化方法等<sup>[Z6,Z7,Z11]</sup>。

第四章叙述了确定机构运动误差的全微分法,介绍了作者提出的确定机构运动误差区间的区间分析法<sup>[Z10]</sup>。

第五章介绍了适用于仅含回转副、移动副、圆柱副和螺旋副的一类空间连杆机构的运动分析和误差分析的数值方法。它们是作者提出的机构运动分析的完全有效元素法和机构误差分析的微分算子矩阵法<sup>[Z21]</sup>。

第六章介绍了机械手位姿的正解和逆解问题的处理方法。其

中包括作者提出的机械手运动及误差分析的微分算子矩阵法和确定机械手树状解分支的符号判别法<sup>[23, 222]</sup>。

第七章介绍作者编制的平面连杆机构运动分析的通用程序 KAPL 和一类空间连杆机构运动分析的通用程序 KASL 的程序结构、性能和操作方法。

第八章讨论了机械计算动力学中的若干问题。它们是机构的力分析, 机器真实运动的求解, 飞轮转动惯量的确定及机构的力平衡。主要介绍作者提出的一些方法。如考虑摩擦时平面机构动态静力分析的数值解法<sup>[220]</sup>, 确定作周期性变速稳定运转机构的运动初始条件的改进线性修正法<sup>[25]</sup>, 确定飞轮转动惯量的数值解法<sup>[28]</sup>和机构力平衡时配重计算的最优化方法<sup>[219]</sup>。

第九章概略地介绍了机构计算综合的两类方法: 解方程组法和最优化法, 编入了作者综合过的一些实际机构的例子<sup>[22, 221]</sup>。

“多杆机构的分析与综合”项目受到国家自然科学基金的资助, 并得到同行的帮助。张启先教授、白师贤教授、郑文纬教授和杨廷力教授等对本书提出了很多建议和意见, 特此致谢。

由于本书的涉及面很广, 又受作者的水平所限, 挂一漏万和谬误不当之处在所难免, 敬请读者批评指正。

作者于南京理工大学

# 目 录

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 绪论 .....                  | 1  |
| 第一节 机构分析与综合的两类方法 .....    | 1  |
| 一、机构分析与综合的几何法 .....       | 1  |
| 二、机构分析与综合的代数法 .....       | 2  |
| 第二节 非线性方程组的解法 .....       | 5  |
| 一、迭代法 .....               | 5  |
| 二、多项式方程组的解法 .....         | 9  |
| 第一章 机构位置方程组的生成 .....      | 11 |
| 第一节 建立机构位置方程组的方法 .....    | 11 |
| 一、封闭向量多边形法 .....          | 11 |
| 二、对偶变换矩阵法 .....           | 13 |
| 三、改进 $D-H$ 矩阵法 .....      | 18 |
| 第二节 机构独立回路组的优选 .....      | 26 |
| 一、最优准则 .....              | 26 |
| 二、机构的拓扑描述 .....           | 26 |
| 三、优选独立回路组的算法 .....        | 27 |
| 第三节 机构位置方程组的计算机自动生成 ..... | 30 |
| 一、平面连杆机构位置方程组的自动生成 .....  | 30 |
| 二、空间连杆机构位置方程组的自动生成 .....  | 36 |
| 第二章 非线性方程组的解法 .....       | 38 |
| 第一节 一元方程的解法 .....         | 38 |
| 一、牛顿迭代法 .....             | 38 |
| 二、0.618 法 .....           | 39 |
| 三、多项式方程的解法 .....          | 40 |
| 第二节 牛顿-拉夫逊法 .....         | 44 |
| 第三节 解非线性方程组的最优化方法 .....   | 45 |
| 一、法式方程 .....              | 45 |

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 二、詹重禧法 .....              | 46  |
| 三、有关问题的讨论 .....           | 47  |
| 第四节 区间分析法 .....           | 49  |
| 一、区间算法 .....              | 49  |
| 二、区间迭代法 .....             | 54  |
| 第五节 结式消元法 .....           | 57  |
| 一、多项式的整除 .....            | 57  |
| 二、结式消元法 .....             | 59  |
| 三、程序的编制 .....             | 63  |
| 第三章 机构运动分析的数值方法 .....     | 67  |
| 第一节 机构第一位置的确定 .....       | 67  |
| 一、最优化方法 .....             | 68  |
| 二、区间分析法 .....             | 68  |
| 三、结式消元法 .....             | 69  |
| 第二节 机构树状解的寻求 .....        | 70  |
| 一、机构树状解问题 .....           | 70  |
| 二、机构位置的从属问题 .....         | 71  |
| 三、求机构树状解的算例 .....         | 72  |
| 第三节 数学解与运动学解的区分 .....     | 81  |
| 一、平面连杆机构运动学解的判别方法 .....   | 82  |
| 二、一类空间连杆机构运动学解的判别法则 ..... | 86  |
| 第四节 机构的运动分析 .....         | 87  |
| 一、位移分析 .....              | 87  |
| 二、速度分析 .....              | 90  |
| 三、加速度分析 .....             | 90  |
| 四、机构运动分析的算例 .....         | 91  |
| 第五节 机构奇异位置和极限位置的确定 .....  | 95  |
| 一、机构的奇异位置 .....           | 95  |
| 二、确定单自由度机构奇异位置的三角化法 ..... | 98  |
| 三、机构极限位置的确定 .....         | 100 |
| 第四章 机构运动误差分析的数值方法 .....   | 102 |
| 第一节 概述 .....              | 102 |
| 第二节 机构运动误差分析的全微分法 .....   | 103 |
| 一、位置误差 .....              | 103 |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| 二、速度、加速度误差 .....                 | 105 |
| 三、算例 .....                       | 106 |
| 第三节 确定机构运动误差区间的区间分析法 .....       | 107 |
| 一、基本理论和方法构成 .....                | 108 |
| 二、算例 .....                       | 111 |
| 第五章 一类空间连杆机构运动分析和误差分析的数值方法 ..... | 118 |
| 第一节 运动分析的完全有效元素法 .....           | 118 |
| 一、位移分析 .....                     | 118 |
| 二、速度、加速度分析 .....                 | 124 |
| 三、确定机构奇异位置的矩阵法 .....             | 126 |
| 四、算例 .....                       | 129 |
| 第二节 误差分析的微分算子矩阵法 .....           | 144 |
| 一、误差方程 .....                     | 144 |
| 二、算例 .....                       | 149 |
| 第六章 机械手运动分析的数值方法 .....           | 153 |
| 第一节 直接问题的求解 .....                | 153 |
| 一、位姿正解 .....                     | 153 |
| 二、速度正解 .....                     | 155 |
| 三、加速度正解 .....                    | 156 |
| 四、位姿误差正解 .....                   | 157 |
| 第二节 间接问题的求解 .....                | 158 |
| 一、位姿逆解 .....                     | 158 |
| 二、速度逆解 .....                     | 158 |
| 三、加速度逆解 .....                    | 158 |
| 四、位姿误差逆解 .....                   | 158 |
| 五、算例 .....                       | 159 |
| 六、确定树状解分支的符号判别法 .....            | 162 |
| 第七章 连杆机构运动分析的通用程序 .....          | 178 |
| 第一节 平面连杆机构运动分析的通用程序 KAPL .....   | 178 |
| 一、KAPL 的程序结构 .....               | 178 |
| 二、KAPL 的操作 .....                 | 183 |
| 三、算例 .....                       | 184 |
| 第二节 一类空间连杆机构运动分析的通用程序 KASL ..... | 186 |

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 一、KASL 的程序结构 .....              | 186 |
| 二、KASL 的操作 .....                | 189 |
| 三、算例 .....                      | 190 |
| 第八章 机械动力分析的数值方法 .....           | 195 |
| 第一节 机构力分析 .....                 | 195 |
| 一、引言 .....                      | 195 |
| 二、不考虑摩擦时的机构力分析 .....            | 196 |
| 三、考虑摩擦时的平面机构力分析 .....           | 197 |
| 第二节 机器真实运动求解 .....              | 205 |
| 一、等效力学模型 .....                  | 205 |
| 二、运动方程式及其解法 .....               | 207 |
| 三、确定周期性变速稳定运动初始条件的改进线性修正法 ..... | 214 |
| 第三节 确定飞轮转动惯量的数值解法 .....         | 221 |
| 一、引言 .....                      | 221 |
| 二、基本理论 .....                    | 222 |
| 三、算例 .....                      | 226 |
| 第四节 机构力平衡时配重计算的最优化方法 .....      | 230 |
| 一、引言 .....                      | 230 |
| 二、最优配重的确定 .....                 | 231 |
| 三、算例 .....                      | 233 |
| 第九章 机构的计算综合 .....               | 238 |
| 第一节 机构综合的解方程组法 .....            | 238 |
| 一、偏差表达和比例换算 .....               | 238 |
| 二、插值逼近法 .....                   | 242 |
| 三、平方逼近法 .....                   | 245 |
| 四、最佳(一致)逼近法 .....               | 249 |
| 第二节 机构综合的最优化法 .....             | 255 |
| 一、数学模型的建立 .....                 | 256 |
| 二、优化方法的选择 .....                 | 258 |
| 三、优化设计实例 .....                  | 258 |
| 主要参考文献 .....                    | 279 |
| 一、主要引文 .....                    | 279 |
| 二、作者近期论著 .....                  | 282 |

# 绪 论

## 第一节 机构分析与综合的两类方法

按照所用数学方法的不同,当前机构分析与综合的方法大致可分为两大类:几何法和代数法。

### 一、机构分析与综合的几何法

几何法的优点是构思精巧,作图清晰,形象直观,容易和实际机构联系起来;缺点是图解过程繁杂,图解结果误差大,且只能一个位置一个位置地求解,只适用于简单机构的分析与综合。代数法的优点是思路清晰,结果准确,便于演绎、推理和分析,可适用于复杂机构的分析与综合;缺点是推导过程冗长,几何直观性欠强,高维非线性方程组求解困难,解的检验较费事。

从学科发展的历史看,几何法主要为德国学派所采用。前苏联、东欧和我国的一些机构学者也有采用几何法的。可以这么说,在机构学研究领域中,本世纪 60 年代以前,几何法占主导地位;60 年代以后,随着电子计算机应用的普及,代数法逐步取代几何法而占据了这一领域的主导地位。

几何学派有关机构研究方面的主要代表作有文献[1]、[2]和[3]等。而这一方面代数学派的主要专著有文献[4]、[5]、[6]、[7]、[8]和[9]等。

几何法的许多优美思想和形象直观等优点是十分吸引人的。近年来,利用电子计算机高速计算、屏幕显示和自动绘图等功能,有可能将几何法和代数法统一起来,这是一个值得注意的研究方向。

## 二、机构分析与综合的代数法

目前,用代数法进行平面机构分析的流行方法是封闭向量多边形法和复数法。复数法的实质是以复数表示平面向量,所以二法同出一源。由于复数便于运算,因而应用起来复数法要比向量法更灵活些。就所取的研究单元而言,有以杆组为研究单元的杆组法(又可称为积木式法)和以整个机构为研究单元的整体法等多种方法。

对于空间机构的代数分析,经机构学者的长期努力,已创造出了很多有效的方法。

50年代,戴纳维脱(J. Denavit)、哈藤伯格(R. S. Hartenberg)和莫洛斯基(Ю. Ф. Морозкин)提出了著名的D-H矩阵法,从而开创了代数法进行机构分析与综合的新纪元。该法在每个构件上均固联一个直角坐标系,坐标系的 $z$ 轴沿运动副的轴线方向, $x$ 轴取为相邻两 $z$ 轴的公垂线方向,因而相邻两个坐标系有下列坐标变换关系:

$$[x_1, y_1, z_1, 1]^T = T_{12}[x_2, y_2, z_2, 1]^T \quad (0-1)$$

式中, $T_{12}$ 为D-H矩阵,具有下列形式:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & h\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & h\sin\theta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0-2)$$

经过一连串坐标变换后,再回到原坐标系,可写出下列矩阵封闭方程(又称闭环方程):

$$T_{12}T_{23}\cdots T_{n1} = I \quad (0-3)$$

式中, $I$ 为 $4\times 4$ 单位矩阵。

由方程式(0-3)及其变形形式可导出机构分析所需的关系式。利用闭环方程进行机构分析的最大优点是通用性强。因此,在自动生成空间机构位置方程时,大多用此方程。

D-H矩阵法将运动变量和机构参数(为常量)融入一个矩阵中,在多闭环机构位置方程的计算机自动生成时感到不便。1971

年,希斯(P. N. Sheth)和约科(J. J. Uicker)在文献[10]中,提出了一个方法(本书称之为改进  $D-H$  矩阵法)。该法的主要思想是在每个运动副元素上固联一个坐标系,用两个矩阵(本书称之为杆矩阵和副矩阵)替代方程式(0-3)中的一个矩阵。杆矩阵表示同一构件两个运动副元素上的坐标间的变换关系,它为含有六个机构参数的常量矩阵。副矩阵表示同一运动副的两个运动副元素上的坐标变换关系,它是含有运动量的变量矩阵。从而达到了变量和常量分离的目的。

1978年,苏正华(C. H. Suh)和雷迪克里夫(C. W. Radcliffe)在文献[9]中,根据刚体有限转动的理论,给出了空间刚体坐标变换的 $(4 \times 4)$ 位移矩阵:

$$D_{\phi,u} = \begin{bmatrix} R_{\phi,u} & p - R_{\phi,u}p_1 \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \quad (0-4)$$

式中, $R_{\phi,u}$ 是旋转矩阵, $p_1$ 和 $p$ 是运动前后刚体上同一点的坐标。这样刚体的位移就相当于乘一个位移矩阵:

$$\begin{bmatrix} q \\ 1 \end{bmatrix} = D_{\phi,u} \begin{bmatrix} q_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (0-5)$$

式中, $q_1$ 和 $q$ 是运动前后刚体上任一点的坐标。

在机构分析和综合时,可利用几何约束条件建立方程。若称苏正华的方法为位移矩阵法,则 $D-H$ 矩阵法和改进 $D-H$ 矩阵法可以视为位移矩阵法的特例。

1963年,蔡斯(M. A. Chace)在文献[11]中,提出了用向量法求解空间机构。根据变量的不同配置,他把四面体的求解分为九种情况,针对每种情况分别解出并编成相应的子程序。再把空间机构看做空间多面体,并把多面体分解为若干个四面体,调用相应的子程序进行求解。1976年,牧野洋把蔡斯的方法加以改进和补充,形成了所谓的蔡斯-牧野法<sup>[7]</sup>。在分析中,牧野洋引进了旋转变换矩阵 $E^{w\theta}$ 。一个向量 $v_0$ 绕 $w$ 轴旋转一个角度 $\theta$ 后,所得的向量 $v$ 可表示成:

$$v = E^{w\theta} v_0 \quad (0-6)$$