[美] M. 克莱因 著

古今数学思想

上海科学技术出版社

古今数学思想

(第二册)

〔美〕M. 克莱因 著

北京大学数学系数学史翻译组译

申又枨 江泽涵 冷生明 等校

上海科学技术出版社

MATHEMATICAL THOUGHT

FROM ANCIENT TO MODERN TIMES

Morris Kline

Oxford Univ. Press, New York, 1972

古 今 数 学 思 想

(第 二 册)

〔美〕M. 克莱因 著

北京大学数学系数学史翻译组译

申又枨 江泽涵 冷生明 等校

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 上海东方印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 12.625 字数 310,000

1979 年 8 月第 1 版 1986 年 1 月第 4 次印刷

印数：72,401—84,300

书号：13119·768 定价：1.90 元

翻译说明

很多数学工作者、数学教师和爱好数学的同志，早就希望能有一本比较简明的、阐述一些重要数学思想的来源和发展的书. 看到 Morris Kline 教授写的这本 Mathematical Thought from Ancient to Modern Times (1972)，我们感到相当满意，就组织人力把它翻译了出来.

这本书，内容丰富，全面地论述了近代数学大部分分支的历史发展；篇幅不大，简明扼要. 正如书名所指出的，本书着重在论述数学思想的古往今来，而不是单纯的史料传记，努力说明数学的意义是什么，各门数学之间以及数学和其他自然科学尤其是和力学、物理学的关系是怎样的. 本书厚今薄古，主要篇幅是叙述近二、三百年的数学发展，着重在十九世纪，有些分支写到本世纪的三十或四十年代. 作者对一些重要数学分支的历史发展，对一些著名数学家的评论，都很有一些独到的见解，并且写得很引人入胜. Morris Kline 教授本人，深受 Göttingen 大学数学传统的影响，注意研究数学史和数学教育，是一位著名的应用数学家和数学教育家，因此，他很能体会读者的心情，在书中能通过比较丰富的史料来阐述观点，把科目的历史叙述和内容介绍结合起来. 另外，为了方便读者，许多古代的数学成就或资料，都翻译成近代数学的语言，通俗易懂. 这些都是本书突出的优点.

当然，本书也有不足之处. 例如忽视了我国的数学成就及其对数学发展的影响，这对于论述数学的发展来说，无疑是有片面性的. 关于对现代数学高度抽象这一特征的看法，作者是持一定保留态度的. 他的这种态度，给本书带来了某种倾向性，我们认为这

是可以商榷的．另外，关于数学中的有些问题，在历史上一直是争论不休的，而数学就在这种争论中发展着；作者的一些看法，也只是一家之言，还是值得研究的．但是总的看来，本书仍不失为一本难得的好书．外国的书评也说："就数学史而论，这是迄今为止最好的一本．"[*)]

原书五十一章共1238页，我们把译本分成四册出版．为便于读者了解全书，在每册中我们都印上原作者的序，并附上其余各册的目录．

参加本书翻译的有江泽涵(序言、第50章)、张锦炎(第11、12章)、申又枨(第15、16章)、朱学贤(第17、18、25、42章)、钱敏平(第19章)、邓东皋(第20、45、46、47章)、丁同仁(第21章)、刘西垣(第22章)、叶其孝(第23、24、40章)、庄圻泰(第26、27章)、万伟勋(第28、29、30章)、石生明(第31、32、33章)、张顺燕(第34章)、姜伯驹(第35章)、章学诚(第37、48章)、程民德(第41章)、张恭庆(第43、44章)、聂灵沼(第49章)、吴光磊(第51章)．我们特邀张理京同志翻译了第1～10、13、14章、北京工业学院孙树本教授翻译了第36、38、39章．第一册是张理京同志校阅的；参加第二册校阅的有申又枨、江泽涵、冷生明；第三册主要由冷生明校阅，其中有一部分是张理京校阅的；第四册由申又枨、冷生明校阅了大部分．另外，叶其孝、朱学贤两同志参加校阅了全书的部分章节，并协同做了许多组织工作．申又枨教授生前十分关心本书的翻译出版，病中还亲自参加本书的翻译与校阅工作．不幸在本书付印之前，他已与世长辞．这本书的出版，也是对申又枨同志的一个纪念．

本书是1976年初组织翻译的．广大数学工作者、上海科学技术出版社和校内外的许多同志，给予我们大力支持和帮助，使这译本得以和广大读者见面．我们希望本书的翻译出版，能增进读者

---

*) 见 Bulletin of the American Mathematical Society, 1974,9, Vol. 80, No. 5, pp. 805～807.

对数学史和数学本身的了解，对数学的教学改革、以及对数学和数学史的研究有所裨益．限于水平，译文一定有许多不妥甚至错误之处，欢迎读者批评指正．

北京大学数学系数学史翻译组　邓东皋

1978．7．11．

序

> 如果我们想要预见数学的将来，适当的途径是研究这门科学的历史和现状.
>
> Henri Poincaré

本书论述从古代一直到本世纪头几十年中的重大数学创造和发展. 目的是介绍中心思想；特别着重于那些在数学历史的主要时期中逐渐冒出来并成为最突出的、并且对于促进和形成尔后的数学活动有影响的主流工作. 本书所极度关心的还有：对数学本身的看法，不同时期中这种看法的改变，以及数学家对于他们自己的成就的理解.

必须把本书看作是历史的一个概述. 当人们想到 Euler 的全集满满的约七十卷，Cauchy 的二十六卷，Gauss 的十二卷，人们就容易理解只凭本书一卷的篇幅不能给出一个详尽的叙述. 本书的一些篇章只提出所涉及的领域中已经创造出来的数学的一些样本，可是我坚信这些样本最具有代表性. 再者，为着把注意力始终集中于主要的思想，我引用定理或结果时，常常略去严格准确性所需要的次要条件. 本书当然有它的局限性，但我相信它已给出整个历史的一种概貌.

本书的组织着重在居领导地位的数学课题，而不是数学家. 数学的每一分支打上了它的奠基者的烙印，并且杰出的人物在确定数学的进程方面起决定性作用. 但是，特意叙述的是他们的思想，传记完全是次要的. 在这一点上，我遵循 Pascal 的意见："当我们援引作者时，我们是援引他们的证明，不是援引他们的姓名."

为使叙述连贯，特别是在 1700 年以后的时期，对于每一发展要等到它已经成熟、在数学中占重要地位并且产生影响的时候，我才进行论述．例如，我把非欧几里得几何放在十九世纪的时期介绍，虽然企图寻找欧几里得平行公理的替代物或证明早在 Euclid 时代就开始了并且继续不断．当然，有许多问题会在不同的时期反复提及．

为着不使资料漫无边际，我忽略了几种文化，例如中国的(1)、日本的和玛雅的文化，因为他们的工作对于数学思想的主流没有重大的影响．还有一些数学中的发展，例如概率论和差分演算，它们今天变得重要，但在所考虑的时期中并未起重要作用，从而也只得到很少的注意．这最后的几十年的大发展使我不得不在本书中只收入那些二十世纪的，并且在该时期变成有特殊意义的创造．我没有在二十世纪时期继续讨论象常微分方程或变分法的扩展，因为这将会需要很专门的资料，而它们只对于这些领域的研究工作者有兴趣，并且将会大大增加本书的篇幅．此外还考虑到，对于许多较新的发展的重要性，目前还不能作客观的估价．数学的历史告诉我们，许多科目曾经激起过很大的热情，并且得到最好的数学家的注意，但终于湮没无闻．我们只需要回忆一下 Cayley 的名言：射影几何就是全部几何，和 Sylvester 的断言：代数不变量的理论已经总结了数学中的全部精华．确实的，历史给出答案的有趣问题之一便是：数学中哪些东西还生存着而未被淘汰？历史作出它自己的而且更可靠的评价．

通过几十项重要发展的即使是基础的叙述，也不能指望读者知道所有这些发展的内容．因此，我在本书中论述某科目的历史时，除去一些极初等的领域外，也说明科目的内容，把科目的历史叙述和内容说明融和起来．对各种数学创造，这些说明也许不能

(1) 中国数学的历史的一个可喜的叙述，已见于 Joseph Needham 的 *Science and Civilization in China*，剑桥大学出版社，1959，卷 3，第 1～168 页．

把它们完全讲清楚，但应能使读者对它们的本质得到某些概念．从而，在某种程度上，本书也可作为一本从历史角度来讲解的数学入门书．这无疑地是使读者能获得理解和鉴赏的最好的写法之一．

我希望本书对于专业的数学家和未来的数学家都有帮助．专业的数学家今天不得不把这么多的时间和精力倾注到他的专题上去，使得他没有机会去熟悉他的学科的历史．而实际上，这历史背景是重要的．现在的根，深扎在过去，而对于寻求理解“现在之所以成为现在这样子”的人们来说，过去的每一事件都不是无关的．再者，虽然数学大树已经伸张出成百的分支，它毕竟是一个整体，并且有它自己的重大问题和目标．如果一些分支专题对于数学的心脏无所贡献，它们就不会开花结果．我们的被分裂的学科就面临着这种危险；跟这种危险作斗争的最稳妥的办法，也许就是要对于数学的过去成就、传统和目标得到一些知识，使得能把研究工作导入有成果的渠道．如同 Hilbert 所说的：“数学是一个有机体，它的生命力的一个必要条件是所有各部分的不可分离的结合．”

对于学数学的学生来说，本书还会另有好处．通常一些课程所介绍的是一些似乎没有什么关系的数学片断．历史可以提供整个课程的概貌，不仅使课程的内容互相联系，而且使它们跟数学思想的主干也联系起来．

在一个基本方面，通常的一些数学课程也使人产生一种幻觉．它们给出一个系统的逻辑叙述，使人们有这种印象：数学家们几乎理所当然地从定理到定理，数学家能克服任何困难，并且这些课程完全经过锤炼，已成定局．学生被湮没在成串的定理中，特别是当他正开始学习这些课程的时候．

历史却形成对比．它教导我们，一个科目的发展是由汇集不同方面的成果，点滴积累而成的．我们也知道，常常需要几十年，甚至几百年的努力才能迈出有意义的几步．不但这些科目并未锤

炼成无缝的天衣，就是那已经取得的成就，也常常只是一个开始，许多缺陷有待填补，或者真正重要的扩展还有待创造.

课本中的字斟句酌的叙述，未能表现出创造过程中的斗争、挫折，以及在建立一个可观的结构之前，数学家所经历的艰苦漫长的道路. 学生一旦认识到这一点，他将不仅获得真知灼见，还将获得顽强地追究他所攻问题的勇气，并且不会因为他自己的工作并非完美无缺而感到颓丧. 实在说，叙述数学家如何跌跤，如何在迷雾中摸索前进，并且如何零零碎碎地得到他们的成果，应能使搞研究工作的任一新手鼓起勇气.

为着使本书能包罗所涉及的这个大范围，我曾经试着选择最可靠的原始资料. 对于微积分以前的时期，象 T. L. Heath 的《希腊数学史》(*A History of Greek Mathematics*) 无可否认地是第二手的资料，可是我并未只依靠这样的一个来源. 对于以后时期中的数学发展，通常都能直接查阅原论文；这些都幸而可以从期刊或杰出的数学家的全集中找到. 对研究工作的大量报导和概述也帮助了我，其中一些实际上也就在全集里. 对于所有的重要结果，我都试着给出出处. 但并没有对于所有的断言都这么做；否则将会使引证泛滥，浪费篇幅，而这些篇幅还不如用来充实报导.

每章中的参考书目指出资料来源. 如果读者有兴趣，他能从这些来源得到比本书中所说的更多的报导. 这些书目中还包括许多不应而且没有作为来源的文献. 把它们列在书目中，是因为它们供给额外的报导，或者表达的水平可以对一些读者更有帮助，或者它们比原始资料更易于找到.

在此，我想对我的同事 Martin Burrow, Bruce Chandler, Martin Davis, Donald Ludwig, Wilhelm Magnus, Carlos Moreno, Harold N. Shapiro 和 Marvin Tretkoff 表示谢意，感谢他们回答了大量的问题，阅读了本书的许多章节，提出了许多宝贵的批评意见. 我特别感激我的妻子 Helen，她以批评的眼光编辑我的手稿，

广泛地核对人名、日期和出处，而且极仔细地阅读尚未分成页的校样并给它们编上页码. Eleanore M. Gross 夫人做了大量的打字工作，对我是一个极大的帮助. 我想对牛津大学出版社的编辑部表示感激，感谢他们细心地印刷了本书.

Morris Kline

纽约 1972 年 5 月

第二册目录

其他三册简目

第 一 册

第 三 册

第 四 册

15

坐 标 几 何

……我决心放弃那个仅仅是抽象的几何．这就是说，不再去考虑那些仅仅是用来练习思想的问题．我这样做，是为了研究另一种几何，即目的在于解释自然现象的几何．

René Descartes

1．坐标几何的缘起

Fermat 和 Descartes 是数学中下一个巨大创造的主要负责人，他们和 Desargues 及其追随者一样，关心到曲线研究中的一般方法．但他们两人在很大程度上参加了科学研究工作，敏锐地看到了数量方法的必要性，而且注意到代数具有提供这种方法的力量．因此，他们就用代数来研究几何．他们所创立的科目叫做坐标几何或解析几何，其中心思想是把代数方程和曲线曲面等联系起来．这个创造是数学中最丰富最有效的设想之一．

科学的需要和对方法论的兴趣推动了 Fermat 和 Descartes 对坐标几何的研究，这是无可怀疑的．Fermat 对于微积分的贡献，如作曲线的切线，计算最大值和最小值等（这些将在后面讲到微积分的历史时，更清楚地说明），是为解答科学问题而设计的．他还对光学做了第一等的贡献．他对方法论的兴趣，在他的一本小书《平面和立体的轨迹引论》（*Ad Locos Planos et Solidos Isagoge*）(1)中的一个明白的叙述里得到证实（此书写于 1629 年，但 1679 年才出版）(2)．他在书中说，他找到了一个研究有关曲线问

(1) Fermat 是在 Pappus 所解释的意义下用这些名词的，参看第 8 章第 2 节．

(2) *Œuvres*, 1, 91～103．

题的普遍方法. 至于 Descartes，他是十七世纪中最大的科学家之一，他把方法论作为他一切工作的首要对象.

2. Fermat 的坐标几何

在他的数论工作中，Fermat 从 Diophantus 出发. 他关于曲线的工作，则从研究希腊的几何学家，特别是 Apollonius 开始，Apollonius 的《论平面轨迹》(*On Plane Loci*)一书，久已失传，而 Fermat 却是把它重新写出的人之一. 他对代数做了贡献之后，准备把它用来研究曲线. 这一点他在上述小书《轨迹引论》中做了. 他说他打算发起一个关于轨迹的一般研究，这种研究是希腊人没有做到的. Fermat 的坐标几何究竟是怎样产生的，我们不知道. Fermat 是熟悉 Vieta 用代数解决几何问题的用法的，但更可能的是他把 Apollonius 的结果直接翻译成代数的形式.

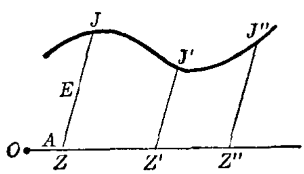

图 15.1

他考虑任意曲线和它上面的一般点 J(图 15.1). J 的位置用 A、E 两字母定出: A 是从点 O 沿底线到点 Z 的距离，E 是从 Z 到 J 的距离. 他所用的坐标就是我们所说的倾斜坐标，但是 y 轴没有明白出现，而且不用负数. 他的 A、E 就是我们的 x、y.

Fermat 早就叙述出他的一般原理: “只要在最后的方程里出现了两个未知量，我们就得到一个轨迹，这两个量之一，其末端就描绘出一条直线或曲线.” 图中对于不同位置的 E，其末端 J, J', J'', …就把“线”描出. 他的未知量 A 和 E，实际上是变数，或者可以说，联系 A 和 E 的方程是不确定的. 在这里，Fermat 用 Vieta 的办法，让一个字母代表一类的数，然后写出联系 A 和 E 的各种方程，并指明它们所描绘的曲线. 例如，他写出“*D in A aequetur*