

工程电磁场分析与计算

俞宏生 编著

人民交通出版社

工程电磁场分析与计算

Gongcheng Diancichang Fenxi yu Jisuan

俞宏生 编著

人民交通出版社

内 容 简 介

本书综述了工程电磁场问题分析与计算的几种基本方法及其要点;从应用角度出发,结合实例,比较详尽地介绍了解析法(分离变量法,复变函数法)和数值法(有限差分法,有限单元法),也收入了部分研究成果。本书既可作为电气工程、电机与电器、电力系统及其自动化、高电压与绝缘技术、电力电子与电力传动、电工理论与新技术、船舶电气自动化等学科方向或专业的研究生、本科生教学参考书之用,也可供有关学科或专业的教师以及从事电气设备设计、运行和管理研究的科研人员、工程技术人员使用和参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程电磁场分析与计算/俞宏生编著. - 北京:人民交通出版社,1997.8

ISBN 7-114-02742-7

I.工… II.俞… III.电磁场-计算IV.TM937
中国版本图书馆CIP数据核字(97)第16110号

工程电磁场分析与计算

俞宏生 编著

责任印制:张 凯

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街10号)

各地新华书店经销

北京京东印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:21 字数:564千

1997年8月 第1版

1997年8月 第1版 第1次印刷

印数:0001-3500册 定价:31.50元

ISBN7-114-02742-7

TM·00006

本书由交通部教育司“重点
学科专项经费”资助出版

序

这本专著系统介绍了常用的分析和计算工程电磁场问题的基本方法,论述严谨、循循善诱;典型实例的求解过程,也至为详尽;读来深入浅出,是作者多年从事电磁场理论教学、开展课题研究的心得与成果之结晶。在电工学科领域,从电路角度讨论问题的著作比较多,相对而言,全面地综述工程电磁场的理论分析和数值计算的书尚不多见。

我以为:本书对于有关学科、专业的教师和学生,当能起到辅助教学和指导学习的作用;而对于有关科学工作者和工程技术人员,则不失为一本很好的参考书籍。

爰作此序。

中国电工技术学会船电
委员会副理事长、上海
海运学院电工学科教授



1997. 4

前 言

近廿年来,我在从事电磁场理论的教学和科研工作中,注意酝酿和积累,夙志撰写一本关于工程电磁场分析与计算的专著,为此,编制了700多张资料卡片。这本书究竟搞成什么样子呢?能否“三合一”?即:既象教材,循序渐进,论述基本内容;又象科研报告,另辟蹊径,阐明新颖见解;又象工具书,包罗万象,介绍公式结论。诚然,这样的书,欲集三种作品之大成而为一体,实际上是不可能的!但是,兼容三种作品形式的不同特点,在不同章节中,不同侧重,以适应不同读者的需要,似乎应该是可以探索的;这便是我的主观愿望和奋斗方向,仅此而已;实际水平,相去甚远耳!

工程电磁场问题分析与计算的基本任务是:根据工程实际问题中电磁场域和介质特性,建立相应的数学模型(泛定方程和定解条件),然后求解符合工程精度要求的场变量分布状态或场源分布(反演问题)。

工程电磁场问题分析与计算的求解方法主要有两大类:

- 解析法(分离变量法,复变函数法);
- 数值法(有限差分法,有限单元法)。

目前,计算技术进入了一个全新时代,存储器存储容量及存储器数据转移给计算机工作部件的速度大大提高,加之,并行计算机软件的开发应用日益广泛,数值法(科学工程计算)越来越受到人们的青睐,并且逐渐成为当前分析与计算工程电磁场问题的主流。

本书大致分为三部分:

- 工程数学(包括坐标变换、场论、数理方程、线性代数)和电

磁场理论(包括 Maxwell 方程和边界条件)是工程电磁场问题分析与计算工作的数学与物理准备;因此,本书一开始,第一章和第二章分别简明地罗列了有关内容:公式、结论和必要的证明;另外,第四章就数值法,尤其是有限单元法所需的数学知识,如泛函分析和变分原理等,扼要地介绍了基本概念。上述三章构成本书的第一部分。

- 第二部分是本书的核心,着重于工程电磁场分析与计算方法;其中,第三章阐述了解析法,主要是分离变量法和复变函数法(Schwarz-Christoffel 变换),结合电容器、变压器和电机等工程实例进行求解。解析法的工作成果不少,但它所能解决的问题,毕竟要经过简化,因此,囿于局部和有限;于是,我们在第五章和第六章安排较大篇幅,详尽讨论了有限差分法和有限单元法的基本思路和求解过程,同时提供了工程应用实例的计算细节和部分研究成果。

- 第三部分由第七、第八两章组成,旨在开拓读者视野。虑及最优化技术在工程电磁场分析与计算领域的应用已经起步,其发展前景初现端倪,所以,在第七章作专门介绍,以数学方法为主。第八章则深入讨论了若干有关专题:Poisson 方程铁磁边界定解问题,电磁场暂态过程,电磁力以及无损检测与电磁场数值计算等,既有基本内容的综述,也有国内外科研成果的介绍。

必须向读者申明的是:本书中有些命题的讨论可能不够清晰,有些内容的论述更可能挂一漏万,诸如此类的不足乃至纰缪,必不在少;好在读者在使用本书时,可以参阅其它非常好的专著、教材和工具书,权作对本书的有力充实;同时,不忘告我,将不胜感谢你的点拨和指正。

在本书付梓出版之际:

- 我要感谢交通部教育司诸位领导同志,没有他们批准的重点学科专项经费资助,读者不可能拿到这本书;我衷心感谢他们一

贯的关心和支持。

• 我要感谢上海海运学院电力传动及其自动化学科建设组的各位教师,由于他们的帮助和指导,使我得以进入该学科建设组,并且不断提高学术水平;学科带头人李杰仁教授特为本书作序。

• 我要感谢上海海运学院科技处同仁和我的亲人、朋友们,在我最后完稿阶段,他(她)们提供了方便和照顾。

在我编撰本书的过程中,请教过不少同志,也参阅了许多专著、教材和工具书,并且还引用了其中的部分内容和数据、图表等资料,除了在书末参考文献中列出之外,谨在此一并向作者们致谢。

俞宏生
于华安坊
1997. 4

目 录

· 序	
· 前言	
第一章 电磁场中的工程数学	1
1-1 坐标系与坐标变换	1
一般正交曲线坐标系	2
1-2 矢量分析与场论基础	8
矢量函数及其微分与积分	9
梯度、散度与旋度	11
Hamilton 算符 ∇ ——矢量微分算子	13
矢量积分定理	16
圆柱坐标系和球面坐标系中梯度、散度和旋度等的表示式	17
1-3 特殊函数	18
1-4 复变函数——解析函数	27
复变函数	27
解析函数与 Cauchy-Riemann 方程	31
1-5 矩阵及其运算	33
矩阵及其运算	33
矩阵初等变换	43
特征值与特征向量	47
1-6 迭代法基本概念	48

第二章 工程电磁场的理论基础	51
2-1 电磁场基本方程——Maxwell 方程	51
2-2 场矢量 H 、 B 、 E 和 J 的微分方程	55
2-3 位函数及其微分方程	63
动态位	67
2-4 边界条件和交界区条件	71
第三章 理论分析——解析法	75
3-1 概述	75
3-2 分离变量法	75
直角坐标系	76
圆柱坐标系	79
球面坐标系	82
3-3 分离变量法的应用	84
平板电容器中小水滴附近的电场	84
大型水轮发电机转子磁轭漏磁计算	86
3-4 正弦电枢磁动势产生的气隙磁场	91
不考虑电枢表面曲率——平面直角坐标系	92
考虑电枢表面曲率——平面极坐标系	96
考虑气隙磁场的轴向变化——圆柱坐标系	101
3-5 复变函数法(Schwarz-Christoffel 变换)	105
Schwarz-Christoffel 变换	110
3-6 Schwarz-Christoffel 变换的应用	121
电机主极磁场的边缘效应	121
发电机转子伸出长度对端部磁场的影响	125
电枢开槽时的气隙系数	128
3-7 复变函数法与分离变量法的综合应用	136
坐标变换	137

曲线坐标中 Laplace 方程及其求解	140
边界条件的表达和待定系数的确定	141
第四章 数值计算方法的数学基础	144
4-1 数值计算方法的本质	144
4-2 泛函分析初步	147
Hilbert 空间	147
泛函及其变分问题	158
4-3 变分问题的直接解法	179
变分与数理方程	179
Rayleigh-Ritz 法	182
不同类型泛函的直接变分解法	191
基函数序列之选取	200
4-4 加权余量法	201
算子和线性算子方程	201
加权余量表示式	205
Галёркин 法	208
加权余量法与部分数值法的关系	210
第五章 数值计算方法之一——有限差分法(FDM)	216
5-1 概述	216
5-2 差分运算的基本概念	217
5-3 二维场的 Laplace 方程与 Poisson 方程的离散化差分格式	222
5-4 差分方程组的求解	230
5-5 场域边界条件与交界条件的离散化差分格式	251
5-6 圆形域的二维场计算	267
5-7 轴对称场的差分格式	270

5-8	三维场 Poisson 方程与 Laplace 方程的差分格式	273
5-9	场强与电场、磁场积分量的计算	277
5-10	工程电磁场问题有限差分法示例分析	279
5-11	工程时变电磁场的有限差分法	285
5-12	工程电磁场渗透方程(涡流方程)的差分计算格式及其稳定性讨论	293
5-13	工程电磁场渗透方程(涡流方程)的有限差分法与精细时程积分法	306
5-14	工程电磁场非线性问题的有限差分法介绍	319
5-15	工程电磁场 Poisson 方程边值问题有限差分数值求解的并行算法介绍	327
第六章	数值计算方法之二——有限单元法(FEM)	331
6-1	概述	331
6-2	有限单元法的变分原理及几种变分问题	335
6-3	场域剖分、分片插值与形状函数	359
6-4	单元分析与总体合成	369
6-5	二维 Laplace 方程和 Poisson 方程的有限元素法	371
6-6	非齐次边界条件下的有限元方程	391
6-7	轴对称场的有限元方程	395
6-8	二维 Laplace 方程和 Poisson 方程的矩形单元	404
6-9	三维场的有限元方程	410
6-10	从单元系数矩阵到总系数矩阵(总体合成技术)	423
6-11	有限元方程的解法	434
	矩阵的一维表示及一维表示下的消去法	451
	矩阵作一维表示的总体合成	453
6-12	有限元法的若干问题和有关技术	456
	单元类型	456

场变量模型·····	459
6-13 非线性问题(饱和磁场)的有限元方法·····	464
非线性平面稳定磁场的等价变分问题·····	465
非线性介质特性的数值逼近方法·····	470
非线性问题有限元方程的求解·····	474
6-14 工程时变电磁场的有限元法·····	487
超松弛迭代法·····	491
Gauss 消去法·····	492
6-15 工程电磁场有限元法实例·····	497
6-16 有限元素自动生成的研究与发展·····	511
平面几何图形自动三角化表述·····	514
Delaunay 三角化计算算法·····	515
有限元网格控制的新思想·····	515
有限元网格生成方法·····	519
第七章 数值分析中的最优化方法初步·····	521
7-1 概述·····	521
7-2 无约束最优化问题求解·····	524
最优化问题的理论基础和基本解法·····	524
一维搜索——Linear Search·····	529
求解无约束最优化问题的非直接搜索法·····	540
求解无约束最优化问题的直接搜索法·····	553
7-3 有约束最优化问题求解·····	557
惩罚函数法·····	558
复合形法——Complex Method·····	559
7-4 最优化方法应用简例·····	562
第八章 若干专题·····	570

8-1	概述	570
8-2	Poisson 方程铁磁边界定解问题的分析与计算	570
	圆形槽内的磁场分布	572
	变压器原、副绕组的漏磁场:Rogowski 法	576
	矩形开口槽内的漏磁场	583
	重 Fourier 级数法——Roth 法	587
8-3	工程电磁场暂态过程分析与计算	592
	分离变量法	592
	矩形实心铁心中恒定磁场的建立和消失	597
	电机铁心中的集肤效应和涡流损耗	602
	圆柱形磁场的建立和消失	609
	时程数值算法	615
	积分变换法	616
8-4	电磁力分析与计算	618
	载流导体和铁磁材料在磁场中所受电磁力	619
	磁场的张力张量	623
	用虚位移法求机—电耦合系统中的电磁力	625
8-5	无损检测与电磁场数值计算	630
	漏磁法检测的有限元计算	632
	涡流检测信号预估	635
	远场涡流检测机理研究	638
8-6	电磁辐射	642
主要参考文献		649
后记		655

第一章 电磁场中的工程数学

分析与计算工程电磁场问题的过程,如前言所述,谓之曰根据具体实际问题的特点和要求,建立工程问题所对应的电磁场数学模型,并且进一步求解;显而易见,这就需要我们具有相当的数学基础和物理工具,物理工具正是我们在第二章中将要讨论的工程电磁场理论基础;而数学基础就是本章的内容了。我们在考虑本章的编排和内容取舍时,其出发点是期图概要地介绍工程电磁场分析与计算过程中一般的工程数学基础和结论,以备一部分读者重温、回顾或查阅有关内容;其中有些概念等在后面几章的讨论中,可能还会重述。至于某些数值计算方法(如有限单元法)所涉及的数学基础比较专门,我们在第四章中进行讨论。

对于熟悉工程数学的读者,你完全可以不必阅读本章,而直接进入工程电磁场问题的分析与计算中。

1-1 坐标系与坐标变换

工程电磁场分析与计算,是针对工程实际问题、研究其中的电磁场作为一种物质形态的运动(变化)规律。电磁场如同其它场一样,弥漫分布于某个空间区域,因此,我们也必须用坐标系以表征其位置或形态。

大家知道,坐标:是为了确定空间一点在一定的参考系中的位置,按规定方法选取的有次序的一组数;而在某一问题中规定坐标

的方法,就是该问题中所用的坐标系。

我们最熟悉不过的是三维 Descartes 直角坐标系,然而,在工程电磁场问题的求解中,由于区域边界形状的多种多样,在许多情况下使用非直角坐标系更为方便,我们在本节中从一般正交曲线坐标系入手进行介绍。

一般正交曲线坐标系

在我们所熟悉的直角坐标系中,空间一点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 的位置是由 $x=x_0, y=y_0$ 和 $z=z_0$ 三个相互正交平面的交点所确定的。现在考察方程 $f(x, y, z) = u$ 式中, u 是一参数,易知其代表了空间中一族曲面,这个曲面族中的每一个曲面是由参数 u 的特定值来确定的。

设有三个不同的方程

$$f_1(x, y, z) = u_1$$

$$f_2(x, y, z) = u_2$$

$$f_3(x, y, z) = u_3$$

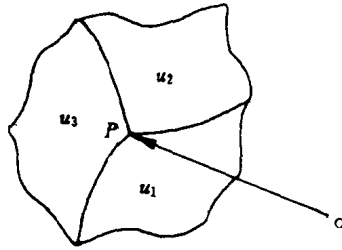


图 1-1

令这三个方程所代表的三族曲面相互正交,那末,空间中任意一点 P 也可以用属于这三个曲面族中的三个曲面交点来确定,而 P 点的坐标则可以用这三个曲面方程的 u_1, u_2 和 u_3 值予以表示;变量 u_1, u_2 和 u_3 就称作这一点的曲线坐标,如图 1-1 所示。

设想有一动点从 $P(u_1, u_2, u_3)$ 移动到 $P'(u_1 + du_1, u_2 + du_2, u_3 + du_3)$,相应的位置矢量 \mathbf{r} 变化为 $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$,构成了此正交坐标系中的线元 $d\mathbf{r}$,我们可以把这一移动看成是动点从 P 沿三个坐标轴 u_i 各移动一小段距离 dr_i 合成的结果,即

$$d\mathbf{r} = \sum_{i=1}^3 dr_i \mathbf{e}_i = h_1 du_1 \mathbf{e}_1 + h_2 du_2 \mathbf{e}_2 + h_3 du_3 \mathbf{e}_3$$

注:矢量一律用黑体表示,下同。

式中, e_i 表示第 i 坐标轴的单位矢量, h_i 称为度量因子或 Lamé 系数。大家请注意: $dr_i = h_i du_i e_i$ 所表示的是沿第 i 坐标轴 u_i 方向的微分线元, 其当是长度量纲, 但 u_i 的量纲不一定是长度, 所以应当加上一个变换系数, 度量因子由此得名。后面你就可以看到, 在圆柱坐标系中, u_1 为 r , u_2 为 θ , u_3 为 z , 因为 r 和 z 本身量纲就是长度, 所以 $h_1 = h_3 = 1$, 但 θ 的量纲是弧度, 因而必须引入度量因子 $h_2 = r$ 。

有了微分线元后, 可以进一步引入微分面积元和微分体积元。例如, 在 $u_i = \text{const}$ 的平面上, 由微分线元 dr_i 和 dr_j 组成的面积元是

$$dS_k = dr_i dr_j = h_i h_j du_i du_j$$

如果考虑面积元的方向性, 则

$$dS_k = dr_i \times dr_j = h_i h_j du_i du_j e_k$$

微分体积元为

$$dV = dr_i \cdot (dr_j \times dr_k) = h_i h_j h_k du_i du_j du_k$$

在工程电磁场问题分析与计算中, 常用的正交曲线坐标系是:

1. 圆柱坐标系 (r, θ, z)

在此坐标系中, P 点的位置是由 $r = \text{const}$ 的圆柱面, $\theta = \text{const}$ 的平面和 $z = \text{const}$ 的平面三者的交点所确定的, 如图 1-2 所示。这里的单位矢量是

$$e_1 = e_r, \quad e_2 = e_\theta,$$

$$e_3 = e_z$$

描述 P 点的位置矢量 r 是

$$r = r e_r + z e_z$$

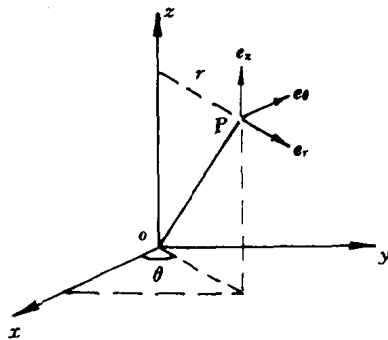


图 1-2