

往复电动机

譚作武 凌金福 编著
惲嘉陵 桂竞存



北京出版社

前 言

往复电动机是近年来迅速发展起来的一种特殊电动机，它主要包括直线伺服电动机、振动电动机、有限转角力矩电动机和摆动电动机。前两种电动机将电信号转变为一定行程内的往复直线运动；后两种电动机则将电信号转变为一定角度内的往复摆动运动。由于这种电动机具有结构简单、性能良好、精度高、噪音低、控制容易等优点，因而在红外热象仪、红外制导、激光传真、自动绘图机、x-y 记录仪、磁盘机、机器人以及许多专用仪器设备中得到了应用。

目前，往复电动机技术在国外发展十分迅速，而国内也正在进行研究。为了促进往复电动机的研究和生产，扩大它的应用范围，根据我们多年来的研究结果，并参考国内外有关文献资料，编写了《往复电动机》这本书。本书系统地阐述了往复电动机的运动特点、结构、工作原理、运行特性、设计方法、控制和测试技术，同时，对于它的应用实例也作了扼要的介绍。

本书共十一章。其中，第四章和第五章由凌金福编写，第六章由桂竞存编写，第七章和第十一章由恽嘉陵编写，第十章由张浩然编写、谭作武编写了其余五章并校阅了全书。

承蒙中国科学院电工研究所顾国彪研究员及同事们对本书提出许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢，同时，衷心感谢中国科学院科学基金委员会对本项研究工作的资助。

由于作者水平有限，书中会有不妥和错误之处，恳请读者给予批评指正。

编著者

目 录

前 言

第一章 由旋转运动实现往复运动.....	1
§1-1 用曲柄连杆机构实现往复运动.....	1
§1-2 用凸轮机构实现往复运动.....	6
§1-3 用偏心轮机构实现往复运动.....	11
第二章 往复电动机的基本概念.....	17
§2-1 分类.....	17
§2-2 基本工作原理.....	17
§2-3 控制方式.....	21
§2-4 主要技术指标.....	23
§2-5 应用实例.....	26
第三章 往复电动机的数学模型.....	35
§3-1 往复电动机的激磁系统.....	35
§3-2 磁场能量与力.....	36
§3-3 往复电动机的运行方程.....	44
§3-4 往复电动机的状态方程.....	51
第四章 直线伺服电动机.....	54
§4-1 工作原理和结构分析.....	54
§4-2 动态特性的计算.....	61
§4-3 最佳控制参数的确定.....	65
§4-4 磁场分析.....	68
§4-5 主要尺寸的计算.....	84
§4-6 控制线路.....	94

§4-7 参数测量.....	100
第五章 振动电动机	107
§5-1 典型结构.....	107
§5-2 运行特性的分析.....	112
§5-3 主要参数的选择.....	116
§5-4 动圈尺寸的计算.....	118
§5-5 控制线路.....	122
第六章 有限转角力矩电动机	127
§6-1 典型结构.....	127
§6-2 磁路计算.....	131
§6-3 稳态特性的分析和实验.....	139
§6-4 动态特性的分析和实验.....	142
§6-5 计算实例.....	148
第七章 永磁感应子式摆动电动机	162
§7-1 结构和原理.....	162
§7-2 磁路分析.....	170
§7-3 静转矩.....	176
§7-4 稳态运行特性.....	183
§7-5 计算实例.....	190
第八章 永磁式摆动电动机	207
§8-1 结构和原理.....	207
§8-2 单元等值磁路及其参数.....	209
§8-3 磁能和转矩的关系.....	218
§8-4 摆动角度的计算方法.....	226
§8-5 计算实例.....	235
第九章 摆动电动机的动态特性	252
§9-1 传递函数.....	252
§9-2 瞬态响应分析.....	256
§9-3 频率响应分析.....	265

§9-4 瞬态响应和频率响应的相互转换.....	274
§9-5 瞬态响应性能指标和频率响应性能指标的关系.....	276
第十章 摆动电动机的闭环控制.....	281
§10-1 控制系统的描述.....	281
§10-2 最优控制系统的总传递函数.....	289
§10-3 补偿器参数的计算方法.....	292
§10-4 闭环控制系统的设计实例.....	294
第十一章 摆动电动机的测试技术.....	300
§11-1 电气参数测量.....	300
§11-2 摆角和运动特性测量.....	301
§11-3 转矩和矩角特性测量.....	311
§11-4 摆动频率和频率特性测量.....	315
§11-5 谐振频率和机械参数测量.....	317
§11-6 线性度和重复性测量.....	320
参考文献.....	323

第一章 由旋转运动实现往复运动

往复运动是在自动控制和传动系统中经常遇到的一种运动形式，它包括一定行程内的往复直线运动和一定角度内的往复偏转运动(即摆动)。为了实现这种形式的运动，通常采用两种方法：一种是利用旋转电动机加上一套将旋转运动转换为往复运动的传动机构；另一种是利用往复电动机。尽管后者较前者具有结构简单、控制容易、精度高和噪音低等优点，但由于目前往复电动机的系列和品种还很少，不能完全满足自动控制和传动系统的需要，因此，在很多场合下还仍然采用旋转电动机附加传动机构来实现往复运动。为此，在介绍往复电动机之前，这里先简单介绍几种常用的传动机构。

目前常用的传动机构有曲柄连杆机构、凸轮机构和偏心轮机构等。合理地选择这些机构的参数、就可得到往复直线和摆动运动。

§1-1 用曲柄连杆机构实现往复运动

曲柄连杆机构是常用的一种将旋转运动转换为往复运动的传动机构。按连杆的运动形式，可分为曲柄推杆机构和曲柄摆杆机构；前者将旋转运动转换为往复直线运动，后者将旋转运动转换为摆动运动。

1. 曲柄推杆机构

图 1-1 表示曲柄推杆机构，它由曲柄、推杆、滑块和机架构成

成，推杆的两端分别与曲柄和滑块用铰链连接。当电动机拖动曲柄旋转时，曲柄通过推杆带动滑块在直线导路内作往复直线运动。

设曲柄的半径为 r ；推杆的长度为 l ；滑块运动中心线与曲柄旋转中心线的偏距为 e ；滑块的位置坐标为 x ，其表达式为

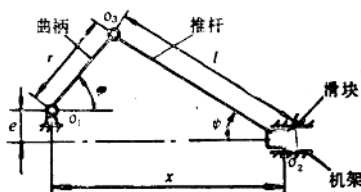


图 1-1 曲柄推杆机构示意图

$$x = r \cos \varphi + l \cos \psi = r \left(\cos \varphi + \frac{\cos \psi}{\lambda_r} \right) \quad (1-1)$$

式中 $\lambda_r = \frac{r}{l}$

对式(1-1)求导数，则可得滑块的速度

$$v = \frac{dx}{dt} = r \left(\sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} + \frac{\sin \psi}{\lambda_r} \frac{d\psi}{dt} \right) \quad (1-2)$$

推杆位置角 ψ 和曲柄位置角 φ 之间的关系为

$$\sin \psi = \lambda_r \sin \varphi + \frac{e}{l} \quad (1-3)$$

对式(1-3)求导数并加以整理，得

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\lambda_r \cos \varphi}{\cos \psi} \frac{d\varphi}{dt} \quad (1-4)$$

若曲柄的角速度 $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ 等于常数时，则将上式代入式(1-2)

化简后，可得滑块的速度

$$v = -r\omega \frac{\sin(\varphi + \psi)}{\cos \psi} \quad (1-5)$$

对速度表达式 (1-5) 求导数, 可得滑块的加速度

$$a = \frac{dv}{dt} = -r\omega^2 \left[\frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos\psi} + \frac{\lambda_r \cos^2\varphi}{\cos^3\psi} \right] \quad (1-6)$$

滑块的行程可由其极限位置求得。如图 1-2 (a) 所示, 当曲柄和推杆的中心线重合时, 即可求得滑块位置坐标的最大值

$$x_{\max} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} \quad (1-7)$$

而当曲柄和推杆的中心线在如图 1-2 (b) 所示的位置上重合时, 则可求得滑块位置坐标的最小值

$$x_{\min} = \sqrt{(l-r)^2 - e^2} \quad (1-8)$$

利用滑块位置坐标的最大值和最小值之差, 就可得到有偏距的曲柄推杆机构中滑块的行程

$$S = x_{\max} - x_{\min} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - \sqrt{(l-r)^2 - e^2} \quad (1-9)$$

在 $e=0$ 的情况下, 由上式可求得无偏距的曲柄推杆机构中滑块的行程

$$S = 2r \quad (1-10)$$

式 (1-9) 表明: 在有偏距的曲柄推杆机构中, 滑块的行程 S 与推杆的长度 l 、曲柄的半径 r 、滑块对曲柄旋转中心的偏距 e 有关。推杆越长、曲柄的半径越大、偏距越小, 则滑块的行程越

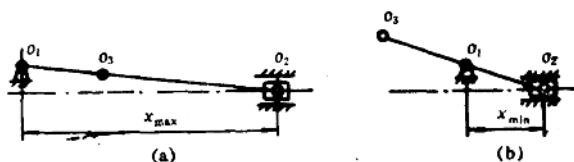


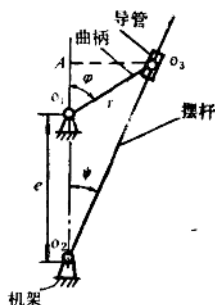
图 1-2 滑块的极限位置

长。在 $e=0$ 的情况下, 也就是上面所提到的无偏距的曲柄推杆机构, 其滑块的行程最长。正如式 (1-10) 所示, 该行程仅与曲柄的半径有关。

2. 曲柄摆杆机构

图 1-3 表示曲柄摆杆机构，它由曲柄、导管、摆杆和机架构成。曲柄与导管用铰链连接，摆杆安装在导管内，它的一端与机架用铰链连接，另一端可在导管内自由活动。当电动机拖动曲柄旋转时，曲柄通过导管带动摆杆作摆动运动。

现选取曲柄的旋转中心 O_1 和摆杆的摆动中心 O_2 的连结线 O_1O_2 作为参考轴，由 $\triangle AO_1O_3$ 和 $\triangle O_1O_2O_3$ 可以求得曲柄转角 φ 与摆杆的位置角 ψ 之间的关系为



机架

图 1-3 曲柄摆杆机构示意图

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{r \sin \varphi}{e + r \cos \varphi} \quad (1-11)$$

若引入比例因子 $\lambda_e = \frac{e}{r}$ ，则上式可以写成

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\sin \varphi}{\lambda_e + \cos \varphi} \quad (1-12)$$

或

$$\psi = \arctg \frac{\sin \varphi}{\lambda_e + \cos \varphi} \quad (1-13)$$

由上式可知：当曲柄被电动机拖动而旋转时，要使摆杆围绕参考轴作摆动运动，其位置角 ψ 必须小于 $\pm 90^\circ$ 。为了满足这个条件，比例因子 λ_e 需要大于 1，换句话说，曲柄的半径 r 必须小于中心距 e 。

在曲柄的旋转角速度 $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ 等于常数的情况下，对式 (1-

13) 求导数，则可得到摆杆的角速度

$$\omega_1 = \frac{d\psi}{dt} = \omega \frac{1 + \lambda_e \cos \varphi}{1 + 2\lambda_e \cos \varphi + \lambda_e^2} \quad (1-14)$$

由角速度表达式 (1-14) 的导数可求得摆杆的角加速度

$$\alpha_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \omega^2 \frac{\lambda_e (1 - \lambda_e^2) \sin \varphi}{(1 + 2\lambda_e \cos \varphi + \lambda_e^2)^2} \quad (1-15)$$

摆杆的摆动角度可由它的极限位置角来确定。由于用式(1-13)求极限位置角很不方便, 因此采用图解法。具体方法是: 以曲柄的中心 O_1 为圆心, 曲柄的半径 r 为半径, 画一个圆, 如图1-4 虚线所示, 该圆周就是曲柄的运动轨迹。然后由摆杆的摆动中心 O_2 向圆周作切线, 其切线表示摆杆的极限位置, 它与参考轴之

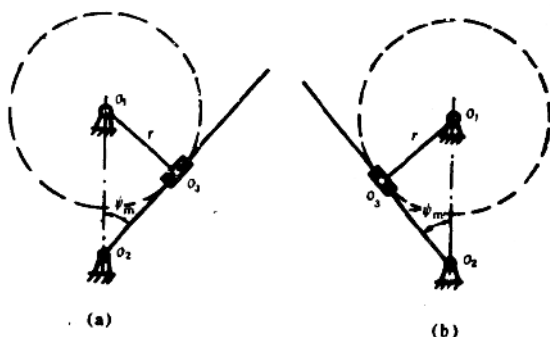


图 1-4 摆杆的极限位置

间的夹角 ψ_m 称为摆杆的极限位置角。当曲柄旋转一周时, 摆杆的极限位置角将由图 1-4 (a) 所示的 ψ_m 变化到图 1-4 (b) 所示的 $-\psi_m$ 。由此得出摆杆对于参考轴的最大偏转角即摆角

$$\theta_m = \pm \psi_m \quad (1-16)$$

摆角 θ_m 与曲柄的半径 r 、摆杆的长度 l 和中心距 e 有关。在 r 小于 e 的情况下, λ_e 值越小, 摆角越大。

§1-2 用凸轮机构实现往复运动

凸轮机构的特点，是利用凸轮的轮廓形状变化，而使旋转运动转换为往复直线或摆动运动。最简单的凸轮机构由凸轮、推杆和机架等三个部件构成。按推杆的运动形式，可分为移动推杆的凸轮机构和摆动推杆的凸轮机构。前者将旋转运动转换为往复直线运动，后者将旋转运动转换为摆动运动。

1. 移动推杆的凸轮机构

图 1-5 所示为移动推杆的凸轮机构。凸轮与电动机连接，推杆的一端压在凸轮上，另一端可在直线导路内自由活动。当电动机拖动凸轮旋转时，凸轮推动推杆作往复直线运动。

为了使分析简明起见, 选取推杆中心线与凸轮中心线的交点 A 为参考点, 以推杆的一端与凸轮的最小矢径 $\rho_{\min}$

的接触点 B_0 作为推杆运动的初始位置, 其初始位置坐标

$$X_{\min} = \rho_{\min} \sin \psi_{\min} = \sqrt{\rho_{\min}^2 - e^2} \quad (1-1)$$

推杆的初始位置角

$$\psi_{\min} = \arccos \frac{e}{\rho_{\min}} \quad (1-18)$$

若凸轮轮廓以极坐标方程式

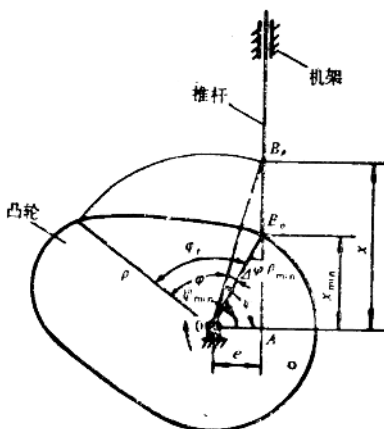


图 1-5 移动推杆的凸轮机构示意图

$$\rho = f(\varphi_\rho) \quad (1-19)$$

所给出的曲线来描绘, 则凸轮矢径 ρ 的角度 φ_ρ 与其转角 φ 的关系即为

$$\varphi_\rho = \varphi + \Delta\varphi \quad (1-20)$$

式中

$$\Delta\varphi = \psi - \psi_{\min} \quad (1-21)$$

当凸轮转动到使其矢径 ρ 与推杆相接触时的交点 B_ρ 的位置时, 则由 $\triangle OAB_\rho$ 可求得矢径与推杆的夹角

$$\psi = \arccos \frac{e}{\rho} \quad (1-22)$$

与 ψ 角相对应的推杆位置坐标

$$x = \rho \sin \psi = \sqrt{\rho^2 - e^2} \quad (1-23)$$

若矢径 ρ 是角度 φ_ρ 的简单函数, 则由式 (1-17) ~ (1-23) 很容易求得推杆的位置 x 与凸轮转角 φ 之间的关系。利用 x 对 t 的一次导数可求得推杆的速度、二次导数则得到推杆的加速度。然而, 实际上常常遇到凸轮的轮廓线比较复杂, 它的矢径难以用一个简单的角函数来描述, 因此采用图解法, 如图 1-6 所示。

设凸轮沿图 1-6 中箭头所示的方向绕中心 O 顺时针旋转, 利用机构反转法, 可以设想凸轮静止不动, 而推杆和机架则以与凸轮相同的角速度沿凸轮逆时针方向旋转, 并与凸轮中心 O 保持偏距 e 。换句话说, 推杆的中心线在各个位置上都与以 O 为中心和 e 为半径的圆相切。若将

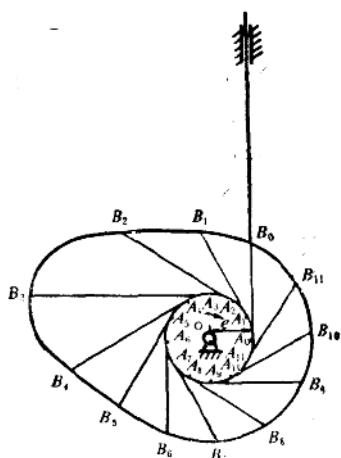


图 1-6 移动推杆的凸轮机构图解

这个圆分成若干等分, 如 12 等分, 等分点 $A_0, A_1, \dots, A_{11}$ 按与凸轮旋转方向相反的顺序排列, 过等分点作圆的切线 $A_0B_0, A_1B_1, \dots, A_{11}B_{11}$ 分别与凸轮轮廓线交于 $B_0, B_1, \dots, B_{11}$, 这些切线就是推杆中心线在反转运动时的活动位置。若以 $A_0B_0, A_1B_1, \dots, A_{11}B_{11}$ 为纵坐标, 并以与其相对应的转角, 即等分点为横坐标, 就可绘出推杆的位置 x 与凸轮转角 φ 的关系曲线, 如图 1-7 所示。图中推杆位置坐标的最大值 $x_{\max}$ 和最小值 $x_{\min}$ 之差, 即为推杆的行程

$$S = x_{\max} - x_{\min} \quad (1-24)$$

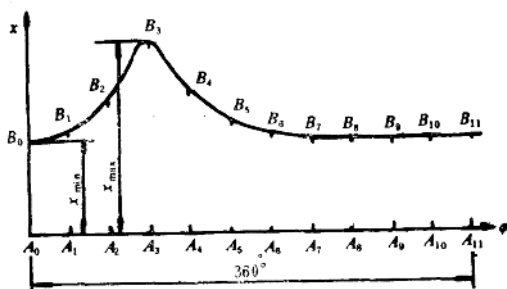


图 1-7 推杆的位置与凸轮转角的关系

2. 摆动推杆的凸轮机构

图 1-8 表示摆动推杆的凸轮机构。凸轮与电动机连接, 摆动推杆即摆杆的一端压在凸轮上, 另一端与机架用铰链连接。当电动机拖动凸轮旋转时, 凸轮推动摆杆作摆动运动。

设凸轮的矢径为 ρ 、摆杆的长度为 b 、凸轮的旋转中心 O 与摆杆的摆动中心 A_0 之间的距离为 d , 为了便于分析, 特选择凸轮的最小矢径 $\rho_{\min}$ 与摆杆接触时的位置角 $\psi_{\min}$ 为初始位置角, 于是由 $\triangle OA_0B_0$ 可求得摆杆的初始位置角

$$\psi_{\min} = \arccos \frac{b^2 + d^2 - \rho_{\min}^2}{2bd} \quad (1-25)$$

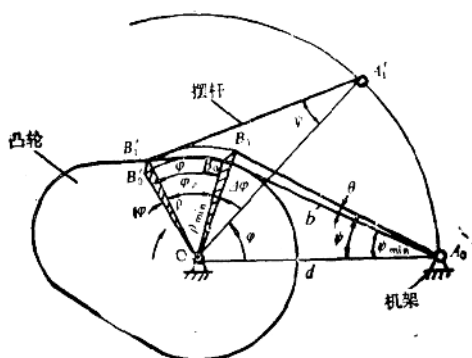


图 1-8 摆动推杆的凸轮机构示意图

若凸轮的转动角度为 φ ，利用机构反转法，设想凸轮不动，摆杆与其摆动中心以与凸轮旋转的相反方向转动同一角度，此时摆杆 A_0B_0 转到 $A'_1B'_1$ 位置。然后再将 $A'_1B'_1$ 返回到初始位置，得 A_0B_1 ，如图1-8所示。由 $\triangle OA_0B_1$ 即可求得凸轮的转角为 φ 时的摆杆位置角

$$\psi = \arccos \frac{b^2 + d^2 - \rho^2}{2bd} \quad (1-26)$$

由式 (1-25) 和 (1-26) 可求得摆杆的摆角

$$\theta = \psi - \psi_{\min} \quad (1-27)$$

若凸轮的轮廓线方程如式 (1-19) 所示，则凸轮矢径 ρ 的角度 φ_ρ 与其转角 φ 的关系即为

$$\varphi_\rho = \varphi - \Delta\varphi \quad (1-28)$$

由 $\triangle OB_1B_0$ 可求得

$$\Delta\varphi = \arccos \frac{\rho^2 + \rho_{\min}^2 - b_{01}^2}{2\rho\rho_{\min}} \quad (1-29)$$

由 $\triangle B_0A_0B_1$ 可求得

$$b_{01} = B_0 B_1 \approx 2b \sin \frac{\theta}{2} \quad (1-30)$$

若矢径 ρ 是角度 φ 的简单函数, 则由式(1-25)~式(1-30)很容易得到摆杆的位置角 ψ 与凸轮转角 φ 的关系曲线。用位置角对时间的一次导数可求得角速度、二次导数得角加速度。若矢径 ρ 不是角度 φ 的简单函数, 则可用图解法来求解。

为使图解简明起见, 首先以凸轮旋转中心 O 为圆心、以任意尺寸为半径画一个圆, 如图 1-9 所示。其次将圆周分成若干等分, 如 12 等分, 并作出由圆心 O 到圆周上等分点的射线 $OA_0, OA_1, \dots, OA_{11}$, 然后再由 $A_0, A_1, \dots, A_{11}$ 点作出凸轮轮廓线的切线 $A_0 B_0, A_1 B_1, \dots, A_{11} B_{11}$, 这些切线就是摆杆在反转运动时的活动位置, 而切线与相对应的射线 $OA_0, OA_1, \dots, OA_{11}$ 之间的夹角则分别为

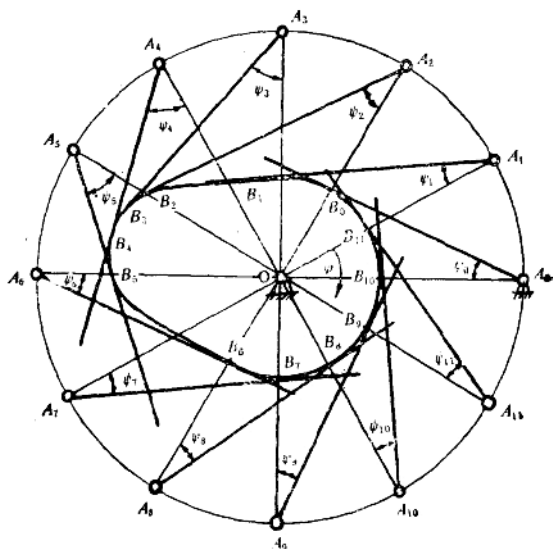


图 1-9 摆动推杆凸轮机构的图解

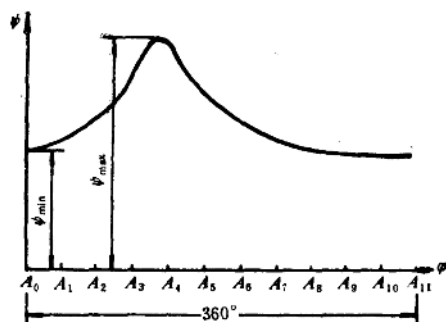


图 1-10 摆杆的位置角与凸轮转角的关系

$\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_{11}$ 。图1-10是以 $\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_{11}$ 为纵坐标并以与其对应的等分点为横坐标而绘出的摆杆位置角 ψ 与凸轮转角 φ 的关系曲线。由图1-10可知，摆杆位置角的最大值 $\psi_{\max}$ 和最小值 $\psi_{\min}$ 之差即为摆杆的摆动角度，可表达为

$$\theta_m = \psi_{\max} - \psi_{\min} \quad (1-31)$$

§1-3 用偏心轮机构实现往复运动

若图1-8所示的凸轮轮廓为一圆，且圆心与凸轮的旋转中心偏离，则称此凸轮机构为偏心轮机构。偏心轮机构实际上是凸轮机构的一种特殊情况，它与凸轮机构一样，也分为移动推杆和摆动推杆两种结构型式，并分别将旋转运动转换为往复直线和摆动运动。

1. 移动推杆的偏心轮机构

图1-11所示为移动推杆的偏心轮机构。偏心轮与电动机连接，推杆的一端压在偏心轮上，另一端可在直线导路内自由活动。当电动机拖动偏心轮旋转时，偏心轮即推动推杆作往复直线

动运。

设偏心轮的半径为 r ，
偏心距为 e ，则由 $\triangle AOB$
可求得偏心轮矢径 ρ 与其转
角 φ 的关系为

$$\rho = -e \cos \varphi + \sqrt{(e \cos \varphi)^2 + (r^2 - e^2)} \quad (1-32)$$

由于推杆的中心线通过偏心轮的旋转中心，因此推杆的位置坐标由偏心轮的矢径长度确定，即

$$x = \rho \quad (1-33)$$

根据式 (1-32) 和 (1-33) 可以绘出推杆的位置 x 与偏心轮转角 φ 的关系曲线，如图1-12所示。

若偏心轮旋转角速度 $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ 为一常数时，则将式 (1-32) 代入式 (1-33) 并求其导数，即得推杆的速度

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega \frac{dx}{d\varphi} = \omega e \left(\sin \varphi - \frac{e \sin 2\varphi}{2m_1} \right) \quad (1-34)$$

式中 $m_1 = \sqrt{(e \cos \varphi)^2 + (r^2 - e^2)}$

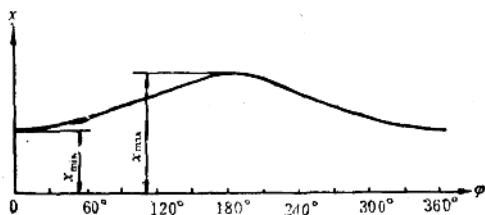


图 1-12 推杆的位置与偏心轮转角的关系