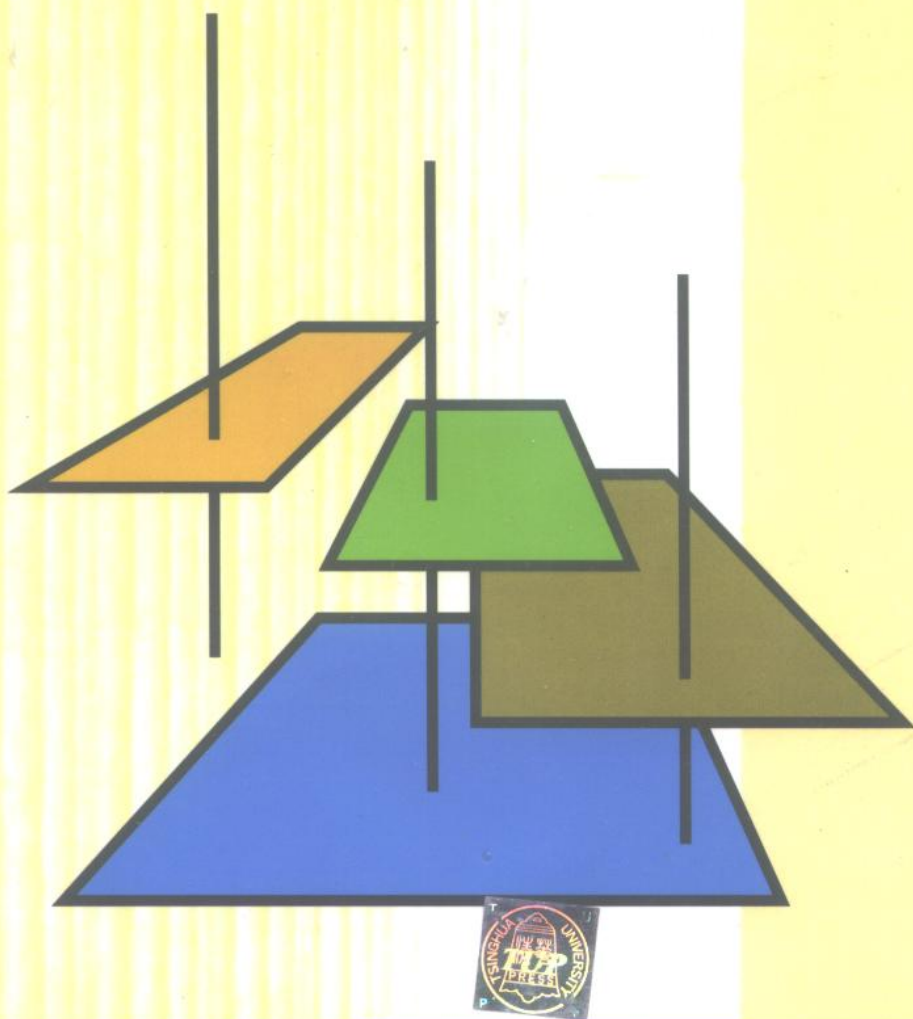


高等院校信息管理与信息系统专业系列教材

运筹学模型与方法教程

程理民 吴 江 张玉林 编著



清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

高等院校信息管理与信息系统专业系列教材

运筹学模型与方法教程

程理民 吴江 张玉林 编著

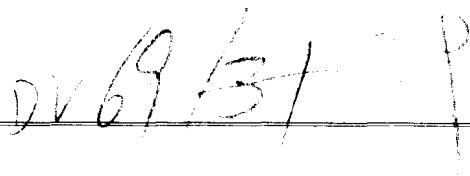
清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书重点介绍了财经和管理中应用较为广泛的运筹学模型与方法。全书共10章,内容包括:运筹学模型概论、线性规划模型、整数规划模型、动态规划、对策论模型、网络模型、存储模型、决策分析模型、随机服务系统模型、多目标决策模型。书中力求理论与实际相结合,备有大量的例题和习题,不仅适用于课堂教学,而且便于读者自学。

本书为高等院校财经类和管理类专业本科生教材,也可选作工商管理硕士(MBA)研究生的教材,还可供广大管理人员自学与参考。



版权所有,翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签,无标签者不得销售。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学模型与方法教程/程理民等编著. —北京:清华大学出版社,1999

高等院校信息管理与信息系统专业系列教材

ISBN 7-302-03788-4

I. 运… II. 程… . 运筹学-数学模型-高等学校-教材 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 63321 号

出版者:清华大学出版社(北京清华大学学研楼,邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者:北京人民文学印刷厂

发行者:新华书店总店北京发行所

开 本:787×1092 1/16 印张:18.5 字数:456 千字

版 次:2000年1月第1版 2000年1月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-03788-4/TP·2129

印 数:0001~6000

定 价:21.00 元

出版说明

20世纪三四十年代,长期摸索前进的古老的计算技术与刚走向成熟的电子技术结合。这一结合,不仅孕育了新一代计算工具——电子计算机,还产生了当时谁也没有料到的巨大效应:电子计算机——这种当初为计算而开发出来的工具,很快就超出计算的范畴,成为“信息处理机”的代名词;人类开始能够高效率地开发并利用信息;信息对人类社会的作用得以有效地发挥,并逐步超过材料和能源成为人类社会的重要支柱;信息产业急剧增长,信息经济高速发展,社会生产力达到了新的高度;人们的信息化意识不断加强,人类在信息资源方面开始更加激烈的竞争,社会发展走上信息化轨道。

科学技术是第一生产力,教育是基础。为了加速社会信息化的过程,以培养信息资源开发人才为目标的信息管理专业应运而生。

从与信息有关的学科纵向来看,信息管理处于信息学、信息技术、信息管理、信息经济、信息社会学这个层次的中间,它下以信息学和信息技术为基础,上与信息经济和信息社会学相关联。从其涉及的学科横向来看,它处在管理学、信息科学与技术、系统科学等有关学科领域的交叉点上。它对技术有极高的要求,又要求对组织的深刻理解和对行为的合理组织,反映了科学与人本融合的特点。这种交叉和融合正是信息管理的最重要特征,是别的学科或专业难以取代和涵盖的。

我国的信息管理专业创建于20世纪70年代末。在不到20年的时间里,已发展到150多个点,成为培养信息化人才的主要摇篮。其发展速度之快、影响之深远已令世人和学术界刮目相看。

然而,作为一个新的学科,这个专业的课程体系、教学内容以及教学方法都需要经历一个逐步完善、逐步成熟的过程。特别是教材的建设更需要经过长期的实践和探索。没有这样一个过程,具有专业特点、符合中国实际的教材是不可能产生的。近20年来大家一直在课程体系的完善和建设有自己专业特点的教材方面不断进行探讨。1991年全国10所财经类院校的经济信息管理专业负责人会聚在太原召开第一次教学研讨会。以后,1993年在大连、1995年在武汉、1997年在烟台,又有更多的院校参加了这一研讨。在讨论中,各校同仁一致认为,教材建设是当务之急,它不仅直接体现和落实培养目标,同时也是学科建设的根本所在,目前一些课程缺乏专业特点,简单搬用其他专业教材的状况亟待改变。在武汉会议上,这一共识得到了与会的国家教委有关部门负责同志的赞许,清华大学出版社也对此表示了热情的支持。会议确定了首批计划编写八九本教材,由张基温教授主持实施,由清华大学出版社出版。在实施过程中,还聘请了魏晴宇、陈禹两位教授作为顾问。

经过两年多的工作,在全国许多高等院校的同仁共同努力下,其中7本已完成初稿。我们希望这批教材的问世,能够起到抛砖引玉的作用,对各校信息管理专业的建设与发展有所裨益。

近20年来的实践使我们对信息管理专业的重要性和困难有了切身的体会。一方面,席卷全球的信息化大潮把信息管理推到了时代发展的前沿,信息、信息管理、信息系统已经成

为全社会关注的热点。这为信息管理专业的建设创造了良好的外部条件,提供了难得的机遇。另一方面,信息技术的迅速发展与普及,多种社会经济因素的互相渗透和影响,前所未有的许多新问题、新情况的出现,又给这个专业的发展带来了很大的困难。我们深感责任之重大和任务之艰巨。在这套教材问世之时,我们再次表示这样一个心愿:希望与全国的同行共勉,为祖国信息化建设的宏伟事业多添一块砖,多加一块瓦,多出一份力,培养出更多的优秀人才。

由于如上种种原因,这套教材当然不会是完整的,也不会是完美的。它必然要不断补充、不断修改、不断完善。因此,对于它的任何修改意见,都是我们非常盼望的。希望能够在这套教材出版后,收到更多的意见和建议,使之逐步走向成熟。

全国高等院校计算机基础教育研究会
财经信息管理专业委员会
信息管理与信息系统专业教材编委会

1997年9月

前 言

在社会主义市场经济中,由于信息对经济活动的引导作用,信息资源已成为现代社会经济发展的支柱资源之一。信息资源的开发和利用有赖于运用现代科学技术所提供的工具和方法,有赖于运用模型对经济活动中各种经济量及大量数据提供诸多功能的分析和加工。运筹学模型的建立和应用将大大增强经济信息处理的能力和管理决策的有效性,从而为解决复杂的经济问题提供科学依据。因此,运筹学是现代经济管理的重要辅助工具。

运筹学是 20 世纪 40 年代开始形成的一门应用科学,它用科学的方法研究现实世界运行系统的现象和其中具有典型意义的优化问题,从中提出具有共性的模型,寻求解决模型的方法。其目的是帮助管理者科学地确定其方针和行动,使之既合乎客观规律,又能获得尽可能好的结果。第二次世界大战以来,发展了许多重要的运筹学模型,这些模型包括确定性和随机性模型。它们从不同的方面描述了运行系统及其运行过程。这些系统和过程出现在许多应用领域,如财政、金融、会计、营销、人力管理、投资经济分析、方案选择、存储控制、生产计划、可靠性工程、维修和更新、时间表和排序、设备的位置和布局等。运筹学模型在经济领域的广泛应用,确立了其在现代经济管理中的重要地位,“运筹学”已成为财经类和管理类专业的专业基础课程和主干课程。

本书按照一定的逻辑系统共分 10 章。在介绍运筹学模型概论后,分别介绍了 9 类重要的运筹学模型及其方法。根据模型的特点、联系所用到的经济数学知识,按确定性模型到随机性模型、单目标模型到多目标模型依次进行介绍。各章包含如下基本内容:

- 学习本章的目的和概要;
- 运筹学模型的对象、思想方法和主要应用范围;
- 建立运筹学模型所需要的假设条件;
- 运筹学模型的结构和求解方法;
- 运筹学在经济管理中的应用实例;
- 建模和求解模型的练习题。

本书的目的在于向财经和管理类专业的学生介绍在经济管理决策活动中应用较多的运筹学模型及其方法,培养学生对实际问题的建模能力,并能借助于计算机软件,迅速地进行求解,为管理决策者提供决策依据。本书在比较系统地和深入浅出地介绍运筹学模型基本知识的同时,注意理论与应用相结合。因此,本书注重于模型方法的介绍和实际应用,而不去刻意追求深奥的数学证明,并且尽量通过经济活动中的实例引入概念和说明问题,使学生在学学习运筹学模型时能够置身于对有关信息进行处理的决策活动之中。同时,本书还介绍求解模型的算法与借助的计算机软件,进一步强化学生使用计算机的能力。本书内容全部讲授约需 96 学时。由于各类模型具有一定的独立性而采用了板块组合,因此,可根据专业所侧重的经济应用领域的需要以及具体教学目的和学时的要求,有选择地组合部分类型的模型,组成一个相对完整的运筹学模型体系。

参加本书编写的有江西财经大学程理民(第 1,3,5,6 章)、江西财经大学吴江(第 4,7,

8,9,10章)、扬州大学税务学院张玉林(第1,2章及附录)。全书由程理民进行了统稿和审定。本书的编写得到江西财经大学科研处和信息学院的大力支持,其中刘满凤、杨波、袁捷敏老师做了许多有益的工作,在此一并致谢。

本书是为高等院校财经类和管理类专业本科生编写的教材,也可选作为工商管理硕士研究生教材。由于编者水平有限,书中存在不少疏漏和不足,敬请读者批评和指正。

目 录

第 1 章 运筹模型概论	1
1.1 运筹学的历史与性质	1
1.2 运筹学模型及其研究的特点	3
1.3 运筹学模型的应用及其在经济信息管理中的作用	4
第 2 章 线性规划模型	6
2.1 引言	6
2.2 线性规划的数学模型	7
2.3 单纯形方法.....	13
2.4 对偶理论.....	23
2.5 优化后分析.....	31
2.6 运输问题及其解法.....	36
2.7 目标规划模型.....	46
2.8 评价相对有效性的 DEA 模型	52
2.9 应用实例.....	56
习题	64
第 3 章 整数规划模型	71
3.1 引言.....	71
3.2 整数规划问题及其数学模型.....	72
3.3 分枝定界法.....	75
3.4 0-1 规划的解法	80
3.5 指派问题的解法.....	87
3.6 应用实例.....	90
习题	94
第 4 章 动态规划	99
4.1 引言.....	99
4.2 动态规划模型的基本结构	102
4.3 动态规划的计算方向	105
4.4 动态规划的求解形式	107
4.5 应用实例	115
习题.....	117

第 5 章 对策论模型	120
5.1 引言	120
5.2 两人有限零和对策	121
5.3 两人有限零和对策的一般解法	129
5.4 求解中的计算技巧	139
5.5 两人有限非零和对策	143
5.6 应用实例	148
习题.....	151
第 6 章 网络模型	155
6.1 图论导引	155
6.2 网络中的流	159
6.3 最短路和最小费用流问题	163
6.4 网络计划方法	171
6.5 应用实例	183
习题.....	187
第 7 章 存储模型	192
7.1 引言	192
7.2 存储问题的变量与模型	194
7.3 确定性存储模型	194
7.4 随机性存储模型	197
7.5 存储系统模拟	200
7.6 应用实例	202
习题.....	204
第 8 章 决策分析模型	206
8.1 引言	206
8.2 决策分析的数学模型	206
8.3 信息的价值	214
8.4 应用实例	217
习题.....	220
第 9 章 随机服务系统模型	223
9.1 引言	223
9.2 随机服务系统模型的特征	224
9.3 $M M 1$ 模型	226
9.4 $M M C$ 模型	228
9.5 随机服务系统模拟	230

9.6 应用实例	232
习题	235
第 10 章 多目标决策模型	236
10.1 引言	236
10.2 多目标决策的数学模型	236
10.3 可化为一个单目标问题的解法	238
10.4 转化为多个单目标问题的解法	242
10.5 层次分析法	246
10.6 应用实例	252
习题	256
附录	259
附录 1 线性规划参考程序	259
附录 2 运输模型参考程序	272
参考文献	283

第1章 运筹模型概论

1.1 运筹学的历史与性质

运筹学的早期工作及其历史可追溯到1914年,当时兰彻斯特(Lanchester)提出军事运筹学的战斗方程.1917年,排队论的先驱者丹麦工程师埃尔朗(Erlang)在哥本哈根电话公司研究电话通信系统时,提出了排队论的一些著名公式.存储论的最优批量公式是在20世纪20年代初提出的.在商业方面列温逊在20世纪30年代已用运筹思想分析商业广告、顾客心理.线性规划是丹青格(G. B. Dantzing)在1947年发表的成果,所解决的问题是美国空军军事规划时提出的,创造性地提出了求解线性规划问题的单纯形方法.早在1939年苏联的学者康托洛维奇(Л. В. КАХТОРОВИЧ)在解决工业生产组织和计划问题时,已提出了类似线性规划模型,并给出了“解乘法”的求解方法,可惜当时未被重视.

运筹学作为一门学科诞生于20世纪30年代末期,通常认为运筹学的活动是第二次世界大战早期从军事部门开始的.当时,英国为了研究“如何最好地运用空军及新发明的雷达保卫国家”,成立了一个由各方面专家组成的交叉学科小组,这就是最早的运筹学小组.它的任务是进行“作战研究”(operational research),后来,美国从事这方面研究的科学家又称之为“O. R., operations research”,该名字广泛使用至今.O. R.的中文译名“运筹学”则是出自《史记》卷八的“高祖本纪”中刘邦的一句话:“夫运筹于帷幄之中,决胜于千里之外,吾不如子房”.借用了其中的“运筹”二字作为O. R.的中文译名倒也十分恰当,说明运筹学不只是数学,还含有决策、规划的意思.

第二次世界大战期间,英国和美国的军队中都有运筹学小组,它们研究诸如护航舰队保护商船队的编队问题;当船队遭受德国潜艇攻击时,如何使船队损失最小的问题;反潜深水炸弹的合理起爆深度问题;稀有资源在军队中的分配问题等.研究了船只受到敌机攻击时应采取的策略,它们提出了大船应急转向,小船应缓慢转向的躲避方法,该研究成果使船只的中弹率由47%降到29%.研究了反潜深水炸弹的合理起爆深度后,德国潜艇的被摧毁数增加到400%.当时的英国空中战斗、太平洋岛屿战斗、大西洋北部战斗等一系列战斗的胜利,被公认为与运筹学密切相关.运筹学在军事上的显著成功,引起了人们广泛的关注.第二次世界大战结束后,运筹学很快深入到工业、商业、政府部门等,并得到了迅速发展.战后,在英、美军队中相继成立了更为正式的运筹研究组织.以兰德公司(RAND)为首的一些部门开始着重研究战略性问题,如未来的武器系统的设计和可能合理运用的方法.例如,为美国空军评价各种轰炸机系统,讨论未来的武器系统和未来战争的战略.到20世纪50年代,由于开发了各种洲际导弹,到底发展哪种导弹,运筹学界也投入了争论;到20世纪60年代,参与了战略力量的构成和数量问题研究等.

在20世纪50年代中期,钱学森、许国志等教授全面介绍运筹学,并结合我国的特点在国内推广应用.1957年,我国在建筑业和纺织业中首先应用运筹学;从1958年开始在交通运输、工业、农业、水利建设、邮电等方面陆续得到推广应用.比如,粮食部门为解决粮食的合

理调运问题,提出了“图上作业法”,我国的运筹学工作者从理论上证明了它的科学性.在解决邮递员合理投递路线时,管梅谷教授提出了国外称之为“中国邮路问题”的解法.从20世纪60年代起,运筹学在钢铁和石油部门开始得到了比较全面、深入的应用.从1965年起统筹法在建筑业、大型设备维修计划等方面的应用取得可喜的进展;1970年在全国大部分省、市和部门推广优选法;70年代中期,最优化方法在工程设计界受到了广泛的重视,并在许多方面取得成果;排队论开始应用于矿山、港口、电信及计算机设计等方面;图论用于线路布置、计算机设计、化学物品的存放等;70年代后期,存储论在应用汽车工业等方面获得成功.近年来,运筹学已趋向研究和解决规模更大、更复杂的问题,并与系统工程紧密结合.在此期间,以华罗庚教授为首的一大批数学家加入到运筹学的研究队伍,使运筹学的很多分支很快跟上当时的国际水平.

从以上可见,为运筹学的建立和发展做出贡献的有物理学家、经济学家、数学家、其他专业的学者、军官和各行业的实际工作者.

运筹学是一门应用科学,至今还没有统一且确切的定义.我们给出以下几个定义来说明运筹学的性质和特点.

莫尔斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)的定义是:“运筹学是为决策机构在对其控制下业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法.”它首先强调的是科学方法,其含义不单是某种研究方法的分散和偶然的应用,而是可用于整个一类问题上,并能传授和有组织的活动.它强调以量化为基础,必然要运用数学.但任何决策都包含定量和定性两方面,而定性方面又不能简单地用数学表示.如政治、社会等因素,只有综合多种因素的决策才是全面的.运筹学工作者的职责是为决策者提供可以量化方面的分析,指出那些定性的因素.

另一定义是:“运筹学是一门应用科学,它广泛地应用现有科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量的依据.”该定义表明运筹学具有多学科交叉的特点,如综合运用经济学、心理学、物理学、化学中的一些方法.运筹学强调最优决策.“最”是过份理想了,在实际生活中往往用次优、满意等概念代替最优.

又一定义是:“运筹学是一种给出问题坏的答案艺术,否则的话,问题的结果会更坏.”

最早建立运筹学会的国家是英国(1948年),接着是美国(1952年)、法国(1956年)、日本和印度(1957年)等.到1986年为止,国际上已有38个国家和地区建立了运筹学会及类似的组织.我国的运筹学会成立于1980年.在1959年,由英、美、法三国的运筹学会发起成立了国际运筹学联合会(IFORS),以后各国的运筹学会纷纷加入,我国于1982年加入该会.此外还有一些地区性组织,如欧洲运筹学协会(EURO)成立于1976年,亚太运筹学协会(APORS)成立于1985年.

为了有效地应用运筹学,前英国运筹学学会会长汤姆林森(Tomlinson)提出六条原则:

- (1) 合伙原则 是指运筹学工作要和各方面的人士,尤其是同实际部门工作者合作.
- (2) 催化原则 在多学科共同解决某问题时,要引导人们改变一些常规的看法.
- (3) 互相渗透原则 要求多部门彼此渗透地考虑问题,而不是只局限于本部门.
- (4) 独立原则 在研究问题时,不应受某人或某部门的特殊政策所左右,应独立工作.
- (5) 宽容原则 解决问题的思路要宽,方法要多,而不是局限于某种特定的方法.
- (6) 平衡原则 要考虑各种矛盾的平衡、关系的平衡.

1.2 运筹学模型及其研究的特点

运筹学在解决实际问题的过程中,其核心问题是建立模型.整个过程的主要步骤如下.

1. 提出问题,明确目标

实际问题总是从对现实系统的详细分析开始.通过对系统中错综复杂的现状分析,找出影响系统的主要问题,提出要解决的问题.如果主要问题有多个,就要把急待解决的最主要的问题摆在首位.通过对问题的深入分析,明确主要目标、主要变量和参数以及它们的变化范围,弄清它们之间的相互关系.同时,还要对解决所提出问题的困难程度,可能花费的时间与成本以及获得成功的可能,从技术、经济和操作的可行性等方面进行分析,做到心中有数,目的更明.

2. 构建模型

运筹学的一个显著特点就是通过模型来描述和分析所提出问题范围内的系统状态.构建模型是运筹学研究的关键步骤.运筹学中的模型主要有像形模型、模拟模型和数学模型三大类型,并以数学模型为主.由于模型代表着所研究的实际问题中最本质、最关键和最重要的基本状态,它必然是对现实情况的一种抽象,不可能完全准确地反映实际问题.因此,在建造模型时,往往要根据一些理论的假设或设立一些前提条件对模型进行必要的抽象和简化.

在建立模型前,必须搜集和掌握与问题有关的数据信息资料,对其进行科学地分析和加工,以获得建模所需要的各种参数.

运筹学的数学模型一般包括:(1)一组需要通过求解模型确定的决策变量;(2)一组反映系统逻辑和约束关系的约束函数;(3)反映决策目标的目标函数;(4)与系统密切相关的各种参数.

模型的构造是一门基于经验的艺术,既要有理论作指导,又要靠实践积累建模的经验,切忌把运筹学模型硬套某些问题.建模时不能把与问题有关的所有因素都考虑进去,只能暂时不考虑非主要因素,而抓住主要因素;否则,模型将会过于复杂而不便于分析和计算.同时,模型的建立不是一个一次性的过程,一个好的模型往往要经过多次修改才可能符合实际情况.构建运筹学模型一要尽可能简单;二要能较完整地描述所研究的问题.

3. 求解与检验

建模后,要对模型进行求解计算,其结果是解决问题的一个初步方案.此方案是否满意,还需检验.如果不能接受,就要考虑模型的结构和逻辑关系的合理性、采用数据的完整性和科学性,并对模型进行修正或更改.只有经过反复修改验证的模型,才能最终给管理决策者提供一项既有科学依据,又符合实际的可行方案.值得一提的是,由于模型和实际存在差异,由模型求解所得的最优解有可能不是真实系统中问题的最优解,它可能只是一个满意解.因此,运筹学模型求解的结果只能提供管理决策者最终决策的一个参考.

4. 结果分析与实施

借助模型求出结果,不是运筹学研究的终结,还必须对结果进行分析,对求解出的结果,决不能仅仅理解为一个或一组最优解.对结果进行分析,要让管理人员和建模人员共同参与.要让他们了解求解的方法步骤,对结果赋予经济含义,并从中获取求解过程中提供的多种宝贵的经济信息,使双方对结果取得共识.让管理人员参加对结果分析的全过程,有利于

掌握分析的方法和理论,便于以后完成日常分析工作,保证结果分析的真正实施。

对结果分析的实施,关系到被研究系统总体效益能否有较理想的提高,也是运筹学研究的最终目的。因此,在实施过程中,不仅要求加强系统内部科学管理,保证按支持结果的管理理论和方法进行,而且要求管理人员密切关注系统外部的市场需求、价格波动、资源供给和系统内部的情况变化,以便及时调整系统的目标、模型中的参数等。从某种意义上说,将分析结果成功地实施,是运筹学研究的最重要的一步。

运筹学发展到今天,内容已相当丰富,分支也很多,可以根据所解决问题的主要特征将其分为两大类:确定型模型和概率型模型。确定型模型主要包括:线性规划、整数规划、目标规划、非线性规划、动态规则、图与网络;概率型模型主要包括:决策论、对策论、排队论、存储论、维修更新理论、搜索论、可靠性和质量管理等。

运筹学研究问题具有以下特点:

(1) 面向实际,从全局追求总体效益最优。运筹学是为决策寻找科学依据的,其最终目的是为解决企业(或系统)实际问题提供决策方案。它依赖于与问题相关的信息资料,用系统的观点分析企业(或系统)时,着眼于全局,而不是某个局部,通过协调各部门之间的关系,帮助企业(或系统)决策者用全局的观点加强对各部门的管理,使整个企业(或系统)的总体效益达到最优。

(2) 借助于模型,用定量分析的方法,合理解决实际问题。在解决企业(或系统)问题的过程中,运筹学运用系统分析的方法,构建一个能合理反映实际问题的模型,并用数学方法和技巧进行定量分析,其结果将是解决实际问题的较好方案。

(3) 多学科专家集体协作研究。运筹学从它问世之日起就是由许多知识专长不同的人共同努力而取得成果的。这是因为要解决的实际问题来自于各行各业,在构建与求解模型时,不可避免地要涉及到各方面的科学技术知识和方法。尤其是那些大而复杂的系统,往往与政治、经济、技术、社会、心理、生态等多种因素密切相关。而具备运筹学知识的人又不可能对各个领域都很精通,这就需要有多学科专家的集体智慧共同努力,加上企业决策者的直接参与,才有可能较好地解决问题。

(4) 电子计算机是不可缺少的工具。近50年来,随着电子计算机的发展,使许多运筹学方法得以实现和发展。没有电子计算机,运筹学只是一种理论科学,不会像今天这样成为广泛应用、不断发展的应用学科。在解决实际问题时,应用计算机既可避免在利用模型进行求解时大量重复计算的劳动,又可利用它对某些实际问题进行仿真模拟,达到解决问题的目的。因此,电子计算机是运筹学研究不可缺少的工具。

1.3 运筹学模型的应用及其在经济信息管理中的作用

近几十年来,运筹学模型已广泛应用于许多领域,深入到国民经济的多个方面,诸如生产计划管理、市场预测与分析、资源分配与管理、工程优化设计、运输调度管理、库存管理、企业管理、区域规划与城市管理、计算机与管理信息系统等。随着社会经济和计算机的迅速发展,运筹学模型在经济管理中的作用将越来越受到重视,应用运筹学模型的领域越来越广泛。

从运筹学模型的构建与应用的整个过程可以看出,提出问题和明确目标依赖于企业对

系统外部环境和内部管理经济信息的掌握;构建模型需要所提问题的有关(经过科学加工处理的)数据信息作支撑;求解模型的结果又产生新的经济信息,它必须用现实环境作检验;在对结果分析和实施中更需要密切关注整个内部经济活动和外部市场动态的经济信息,并及时反馈给企业的管理决策者,以使运筹学模型保持适应外部市场和企业内部经济环境的动态平衡.缺乏经济信息的支持,运筹学模型将不可能达到预期的目标.它们之间的关系如图 1.1 所示。

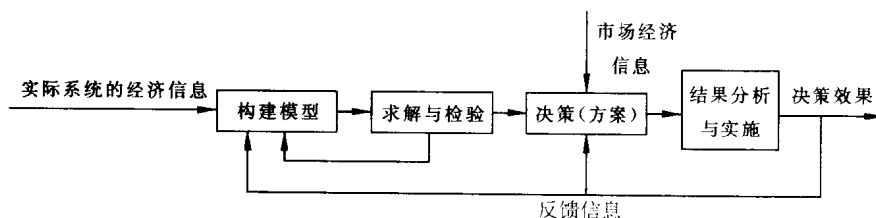


图 1.1

总之,运筹学模型的构建和应用离不开过去、现在和将来(通过预测获得)有关的经济信息.这些宝贵的信息获取来自于企业的管理信息系统.

应用运筹学模型,强烈要求获取的经济信息具有针对性、准确性和时效性.运筹学模型仅仅为企业的管理决策者提供一个或多个参考方案,只有企业的经济管理信息系统获取需要的信息量越大,准确度越高,时效性越强,决策者才可能有正确的决策,所选用的方案才会有最佳的效果.为此,企业必须加强管理信息系统的建设,强化管理信息系统处理经济信息的科学性和高效性.因此,运筹学模型的应用必将促进企业经济信息管理的现代化和科学化.

第2章 线性规划模型

2.1 引言

在经济生活中,经常会遇到在有限的资源(如人力、原材料、资金等)情况下,如何合理安排,而使效益达到最大;或者对给定的任务,如何统筹安排现有的资源,完成给定的任务而使花费最小.这类现实中的优化问题,都可以用线性规划的数学模型来描述.

线性规划是运筹学的重要分支,也是运筹学最基本的部分.20世纪30年代末,前苏联学者康托洛维奇首先研究了线性规划问题,并提出了解线性规划问题的“解乘法”.随后许多学者也对此问题做了深入研究.特别是从1947年美国学者丹青格提出求解线性规划的一般方法——单纯形方法后,线性规划的理论和方法趋向成熟.

线性规划应用极其广泛,从解决技术问题的最优化设计到工业、农业、商业、交通运输业、军事、经济计划和管理决策领域都可以发挥作用.它是现代科学管理的一种重要手段.

1961年提出目标规划,它的应用范围也极其广泛,深为管理者所重视.

我们先看两个例子.

例1 某工厂生产甲、乙两种产品.每件产品的利润、所消耗的材料、工时及每天的材料限额和工时限额,如表2.1所示.试问如何安排生产,使每天所得的利润为最大?

表 2.1

	甲	乙	限额
材料	2	3	24
工时	3	2	26
利润(元/件)	4	3	

这是一个生产计划问题.可用如下数学模型描述.设每天生产甲、乙两种产品分别为 x_1 件和 x_2 件,则该问题的数学模型是求一组变量 x_1, x_2 满足

约束条件:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 26 \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

且使目标函数 $Z = 4x_1 + 3x_2$ 的值达到最大.

即

$$\max Z = 4x_1 + 3x_2$$
$$\text{s. t. } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 26 \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

其中“s. t.”是英文“subject to”的缩写.

例2 某公司经销某种产品,该产品由3个生产点 A_1, A_2, A_3 生产,日产量为 $A_1 = 60$

吨, $A_2=40$ 吨, $A_3=60$ 吨, 分别销往 4 个销售点 B_1, B_2, B_3, B_4 , 各销地日销量为: $B_1=30$ 吨, $B_2=50$ 吨, $B_3=40$ 吨, $B_4=40$ 吨. 已知每吨产品从各生产点到各销售地的运价如表 2.2 所示. 问如何调运, 保证产销平衡且总运费最小?

表 2.2

(单位: 百元/吨)

单位运价 产地 \ 销地	B_1	B_2	B_3	B_4	产量
A_1	5	6	10	3	60
A_2	4	1	9	7	40
A_3	4	2	3	8	60
销量	30	50	40	40	

这是一个产销平衡的运输问题, 即各产地产量的总和等于各销地销量的总和. 设从生产点 A_i 到销售点 B_j 的调运量为 x_{ij} ($i=1, 2, 3, j=1, 2, 3, 4$), 则该问题的数学模型为:

$$\min Z = 5x_{11} + 6x_{12} + 10x_{13} + 3x_{14} + 4x_{21} + x_{22} + 9x_{23} + 7x_{24} + 4x_{31} + 2x_{32} + 3x_{33} + 8x_{34},$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 60 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 40 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 60 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 30 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 50 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 40 \\ x_{ij} \geq 0 \quad (i=1, 2, 3, j=1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

上述例 1 和例 2 中两个不同类型的数学模型具有如下共同特征:

- (1) 有决策变量(如例 1 中的 x_i , 例 2 中的 x_{ij}), 约束条件和目标函数等三个要素;
 - (2) 目标函数是决策变量的线性函数, 约束条件是决策变量的线性等式或不等式.
- 同时满足以上特征的这类优化问题, 称为线性规划问题.

线性规划问题的求解过程本质上是迭代, 因此求解一个规模稍大的实际问题必须借助于计算机. 目前, 电子计算机已能处理具有成千上万个约束条件和决策变量的大型线性规划问题. 因此, 随着我国经济建设的不断深入发展, 电子计算机的普及与应用, 线性规划作为现代科学管理的手段, 必将愈来愈广泛地得到应用.

本章主要介绍线性规划、运输问题、目标规划和 DEA 问题的数学模型及其解法.

2.2 线性规划的数学模型

2.2.1 线性规划问题的标准型

线性规划问题有各种不同形式, 其目标函数可以是实现最大化, 也可以是实现最小化;