

高等学校教材

随机系统理论

韩崇昭 王月娟 万百五 编著



西安交通大学出版社

高等学校教材

随 机 系 统 理 论

韩崇昭 王月娟 万百五 编著

西安交通大学出版社

内 容 提 要

本书是为工科院校自动控制、控制理论和系统工程等专业研究生编写的随机系统理论教材，内容包括随机系统分析、系统的状态估计、随机最优控制、系统辨识与参数估计、自适应滤波与参数自适应控制以及随机系统的试验与仿真等。

本书涉及内容较深较新，但叙述方式比较浅显，也可以作为青年教师和工程技术人员的自学参考书。

本书为电子工业部第三轮统编教材，同时，列入西安交通大学研究生系列教材。



西安交通大学出版社出版
(西安市咸宁路28号)

西安交通大学出版社印刷厂印装
陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 18.75 字数：478 千字
1987年3月第一版 1987年6月第1次印刷

印数：1—5,200

ISBN7-5605-0014-5/TP-4 15340·112 定价：3.65 元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的六个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986—1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等共400余种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系按电子工业部制订的工科电子类专业教材 1986 ~ 1990 年编审出版规划, 由计算机与自动控制教材编审委员会自动控制编审小组组织征稿、评选、推荐出版的。

本教材由西安交通大学系统工程研究所韩崇昭讲师、王月娟副教授和万百五教授合作编著, 北京工业学院吴沧浦教授和西安交通大学张文修教授担任主审。

本教材的总参考学时数为 100 ~ 120 学时, 分别开设“随机系统分析”、“系统的状态估计”、“系统辨识与参数估计”和“随机控制与参数自适应控制”分别为 32 ~ 36 学时。

自 1978 年以来, 本书几位作者曾先后给西安交通大学自动控制、系统工程、电气自动化和热能工程等专业硕士研究生开设过“卡尔曼滤波”和“系统辨识与参数估计”等课程; 同时, 也指导研究生作过有关系统辨识和自校正控制方面的课题。在教学过程中, 深深感到现有教材之间存在符号不统一、内容重复或脱节等缺点。本教材是把前述课程的有关内容汇集于一书的一种尝试, 以统一的符号和统一的叙述方式讲授随机系统理论及其应用。本书分则可以作为上述诸门课程的基本教材, 合则可以对随机系统理论进行较为全面系统的讲述。这是本书的一个特点。

鉴于目前各工科院校对研究生开设“概率论”和“随机过程论”的教材比较初步, 本书第二章对随机过程的知识进行了补充, 以适应后面各章节内容的需要; 但是, 本书并不过份追求数学上的严格性, 问题的表述尽可能浅显易懂, 这是本书的又一特点。另外, 某些内容取材较新, 对于目前正在研究的课题也作了适当介

绍。

本书各章后面附有小结和习题，一些有关的数学公式及其证明列于附录之中。

本书第一、二、四、六、七章由韩崇昭执笔，第三章由王月娟执笔，第五章由万百五执笔。全书由韩崇昭、万百五加工定稿。张文修教授和吴沧浦教授对本书作了仔细审阅并提出了许多宝贵的修改意见，对提高本书的质量起到了重要作用；上海交通大学张钟俊教授和西安交通大学胡保生教授对本书的出版给予了关心和帮助，特此一并致谢。

书中错误和疏漏之处在所难免，恳望读者指教。

编 者

1986年10月

目 录

第一章 绪论	(1)
第二章 随机系统分析	(8)
第一节 随机过程.....	(9)
第二节 离散时间随机系统分析.....	(45)
* 第三节 连续时间随机系统分析.....	(82)
第四节 线性连续时间随机系统的采样 与离散化.....	(114)
小 结.....	(125)
习 题.....	(126)
第三章 系统的状态估计	(129)
第一节 点估计理论.....	(130)
第二节 线性离散时间随机系统的状态估计.....	(150)
第三节 线性连续时间随机系统的状态估计.....	(194)
* 第四节 非线性随机系统的状态估计.....	(215)
小 结.....	(241)
习 题.....	(242)
第四章 随机最优控制	(245)
第一节 引言.....	(245)
第二节 随机最优控制的一般理论.....	(247)
第三节 经典信息结构下离散时间系统的线性 二次高斯 (LQG) 问题.....	(268)
第四节 经典信息结构下连续时间系统的线性 二次高斯问题.....	(278)

* 第五节	一步延时信息结构下离散时间系统的 线性二次高斯问题·····	(283)
* 第六节	经典信息结构下一般离散时间非线性 随机系统的双重最优控制·····	(294)
* 第七节	双重最优控制的近似计算·····	(310)
	小 结·····	(338)
	习 题·····	(339)
第五章	系统辨识与参数估计 ·····	(341)
第一节	辨识问题概述·····	(341)
第二节	离散时间线性差分模型的最小 二乘参数估计·····	(343)
第三节	离散时间差分模型的最大似然 参数估计·····	(368)
第四节	离散时间差分模型的递推参数估计·····	(387)
第五节	差分模型的阶检验·····	(408)
* 第六节	离散时间状态空间模型的辨识·····	(413)
第七节	线性系统非参数模型的辨识·····	(429)
第八节	闭环系统能辨识的条件·····	(443)
	小 结·····	(450)
	习 题·····	(451)
第六章	线性离散时间随机系统的自适应滤波和 参数自适应控制 ·····	(453)
第一节	自适应滤波·····	(453)
第二节	自适应控制的一般概念·····	(474)
第三节	单输入单输出系统的自校正控制·····	(481)
第四节	多输入多输出系统的自校正控制·····	(500)
* 第五节	随机次最优参数自适应控制·····	(512)
	小 结·····	(525)

习 题	(525)
第七章 随机系统的试验与数字仿真	(527)
第一节 伪随机信号的生成	(528)
第二节 随机系统的试验	(541)
第三节 随机系统的数字仿真	(560)
小 结	(567)
习 题	(567)
附录	(569)
附录 A 矩阵微分方程求解	(569)
附录 B 矩阵代数的若干结论	(573)
参考文献	(582)

第一章 绪 论

自从 K.J. 奥斯特诺姆 (Åström) 在七十年代初建立最小输出方差自校正调节器的理论和算法以来, 随着微处理机和微型计算机的问世, 及其大量应用于工业过程控制或管理决策系统, 人们对于随机控制理论和自适应控制理论的兴趣与日俱增。有关随机系统的状态估计、系统辨识、随机控制和自适应控制的课程, 在高等院校也相继为自动控制等专业的本科生和研究生开设。作为随机系统理论的入门教材, 本书适用于高等工科院校自动控制、系统工程以及其它相近专业的研究生。

什么是随机系统理论

众所周知, 现实世界中一切随时间变化的过程, 往往都要受到某些不确定因素的作用。这些不确定因素往往又服从某种统计规律, 把这种具有统计规律的不确定因素称为“随机因素”。

在工业生产过程中, 用以表征该过程运行状况的变量(如温度、压力等)除了受到一些人为调节的控制量(如燃料流量、排气阀开度等)的影响之外; 同时, 还要受到某些随机因素(如环境温度、外界气流等)的影响。

在经济决策问题中, 同样存在着大量的随机因素的作用, 使得经济系统的运行往往具有很大的不确定性。

所谓随机系统, 就是指用以描述这类受随机因素作用的时间过程的一类数学模型。这类数学模型一般是某些含随机过程的差分方程或微分方程。一般说, 对任何一个随机系统, 它应包含用以描述系统与外部联系的输入输出对, 以及用以描述随机因素作

用于系统的随机干扰。设 t 时刻系统有一组输入和输出，分别用向量 $\mathbf{u}(t)$ 和 $\mathbf{y}(t)$ 表示；而 $(\mathbf{u}(t), \mathbf{y}(t))$ 表示输入输出对，随机干扰 $\xi(t)$ 则表示环境的不确定性因素对系统的作用。

随机系统理论首先研究对各类随机系统的正确描述。所谓“正确描述”，一是指所建立的模型与实际过程在统计意义下有等价的输入输出关系；二是指所建立的模型满足因果性假设等逻辑关系。随机系统的描述也分时域描述和频域描述，输入输出描述和状态空间描述，这方面与确定性系统的描述相类似。

随机系统理论，还包括对系统在输入和随机干扰共同作用下所产生的输出响应的研究，而这种研究是建立在随机过程论、随机差分方程或随机微分方程的基础之上。

由于随机系统固有的不确定性，系统的状态和输出，都表现为具有某种统计特性的随机过程。因此，在一般情况下，企图准确测量系统在某个时刻的状态，或精确预报系统状态和输出在未来时刻的变化，都是不可能的。随机系统理论还要借助于数理统计中的估计理论，来研究对系统状态或输出的估计。

研究随机系统的目的，往往在于对系统施加控制，使之按照人们预期的目标发展。随机最优控制理论，则是研究如何选择控制策略或控制律，使得某个目标函数在统计意义下达到最优，这是随机系统理论的一个重要组成部分。

如前所述，对实际过程的估计或控制，都有赖于获得对该过程正确描述的数学模型。对于一些极其简单的实际过程，这些数学模型可以根据物理定律或经济学规律来建立。但是，大多数实际过程的作用机理却不能为人们所确切了解，这就需要通过实验数据来构造模型。系统辨识和参数估计，则是随机系统理论中研究如何建立模型的一个分支。

在现代工业控制中，可以充分利用现代数字计算机存储容量大、处理速度快的特征，在线地实现对系统参数的实时估计，和

对系统按某种指标的实时控制。随机系统理论，还要研究这种实时参数估计和实时控制融为一体的自适应控制问题。

另外，随机系统仿真，即在电子计算机上模仿真实随机系统行为的问题，也是随机系统理论的研究对象。

随机系统理论和确定性系统理论的联系和差异

从某种意义上讲，随机系统理论，就是确定性系统理论与随机过程论相结合的产物。

随机系统理论与确定性系统理论的联系，主要表现在如下几个方面：

(1) 关于系统的描述。随机系统方程（包括状态演化方程和量测方程），只是在确定性系统方程中考虑了描述不确定性因素的某些随机过程。如果把这些随机过程用其数学期望代替，随机系统方程则退化为确定性系统方程。

(2) 关于系统分析。随机系统的分析，在很多方面都利用了确定性系统分析的已有结果。例如，关于系统的脉冲响应函数、传递函数等概念都直接加以引用；关于系统能控性、能观性及稳定性等概念，都与确定性系统理论相同；因而，本书对此也不再给予解释。

(3) 关于最优控制。随机系统的最优控制问题，是对确定性系统最优控制问题的扩展。实际上，随机控制问题，最终都要化为某种确定性优化问题来处理。因此，在确定性最优控制问题中，已经详加叙述的各种优化技术如变分法、动态规划和极大值原理等，本书也不再重复，必要时仅指出在随机控制问题中的特殊应用。

但是，必须看到，随机系统理论与确定性系统理论之间毕竟存在着重要的差别。正是这些差别才形成随机系统理论研究的内容。这些差别主要表现如下：

(1) 系统状态的特征。在系统理论中，用以描述系统“状态”的一组变量称为状态变量，它必须具有总结系统以往运动的全部特征的性质，同时联系系统的输入与输出。确定性系统的状态是某个确定的时间函数，而且初始状态总假定为已知的。或者说，当给定系统的初态和输入函数时，系统未来的状态轨迹是唯一确定的。但是，随机系统的状态却是一个随机过程。随机系统的状态必须具备马尔科夫(Markov)性，即状态必须包含系统以往运动的全部信息，在随机系统中，当给定输入函数时，唯一确定的是系统状态的转移概率。

正因为随机系统状态的不确定性，才有必要建立各种算法对状态进行估计。实际上，在确定性理论中有时也兼顾到不确定因素的影响。试想，如果已知一个确定性系统的初始状态，而状态演化方程也是已知的，利用此方程就可精确计算未来时刻系统的状态，设计任何状态观测器都没有必要了。

(2) 信息的利用。在确定性系统理论中，因为系统的状态可以严格计算得到，而状态又有总结系统以往运动全部特征的性质，所以对于由过去的输入输出数据所形成的“信息”，并不产生特别的兴趣。但是，在随机系统理论中，由于系统状态的不确定性，必须利用由过去的输入输出数据所形成的信息，对系统状态进行估计。不同的信息则构成不同的估计，信息的利用方式不同，也会产生不同的结果。因此，信息和信息利用对于随机系统的研究就显得十分重要。

对许多实际问题而言，用以描述对象的系统模型只是数学上的近似，不确定性因素的作用是客观存在的。因此，利用信息和不利用信息，在实际问题中将会产生完全不同的效果。在这方面，随机系统理论较之确定性系统理论更能本质地刻画客观真实。

(3) 最优控制的特征。在系统最优控制问题的研究中，控制的目标函数，一般是只含状态变量和控制变量的泛函数；约束条

件也仅考虑状态和控制的容许集合。这样，当系统初始状态已知时，确定性最优控制是一个已知的确定性函数；在某些特殊情况下，最优控制可以表示为状态或输出的反馈形式，但确定性最优控制对开环和闭环并不加以区分。换句话说，在确定性最优控制中，开环最优控制和闭环最优控制是一样的。但是，在随机最优控制中，因为要利用信息，开环最优和闭环最优却有着本质的差别。

在实际过程中，随机因素是客观存在的，系统方程也只是实际过程动态特性的近似描述。在通常情况下，利用确定性最优控制计算得到的开环控制函数，并不能直接施加于系统，否则，系统运行将会严重背离所期望的效果。“反馈”是经典控制理论的重要概念，为了抵消不确定因素的影响，在实际的确定性最优控制问题中，往往要获得最优控制对状态的反馈形式，或者利用状态观测器重构系统状态，从而达到输出反馈的目的。根据随机控制理论，在一般情况下，这种确定性反馈只是闭环最优控制的简单近似，称为确定性等价控制。在大多数工业过程中，这种确定性等价控制能够获得令人满意的控制效果，因而仍然受到人们的重视。但是，对于某些噪声水平较高或系统参数变化较大的对象，确定性等价控制可能远离实际的最优值，甚至完全背道而驰，使得系统不稳定。这在某些经济决策问题上就显得非常突出。

本书概貌

使用本书之前，要求学过《线性代数》、《概率论与数理统计》、《线性系统理论》、《最优控制》和《随机过程》等课程；凡超越这些课程内容的，都在本书中做了适当的论述。

从第二章开始，首先介绍以后各章经常用到的各种随机过程，如平稳过程、马尔科夫过程和独立增量过程等；同时介绍随机序列的收敛，以及连续时间随机过程对时间变量的微积分；另外，

还适当介绍了随机积分和随机微分方程的有关结论，以及伊藤(Ito)微分法则等。本章的重点是对随机系统的分析，分别对离散时间和连续时间随机系统进行讨论。对于离散时间的输入输出模型，首先讨论随机过程作为系统输入时的输出响应，在此基础上，又引入平稳过程谱密度的概念，进而讨论了具有有理谱密度的平稳过程的谱分解定理，以及有色噪声对白噪声的表示定理。在引入随机系统状态时，参照确定性系统状态的定义，以及随机系统状态的马尔科夫性要求，给出随机系统态变映射的概念；随后还讨论了状态空间模型的输入输出联系。连续时间随机系统有一套与离散时间随机系统相平行的结论，但涉及到数学方面的内容就复杂得多了。

第三章先介绍了数理统计中的点估计理论，特别是贝叶斯(Bayes)点估计理论。这是本章讨论随机系统状态估计以及第五章参数估计的基础。进而介绍离散时间随机系统的状态估计理论，包括滤波、平滑和预报理论，特别是卡尔曼(Kalman)滤波理论，这是本章的重点。与此同时，还介绍了非线性离散时间随机系统的扩展卡尔曼滤波，以及线性连续时间随机系统的卡尔曼-布西(Bucy)滤波；同时，还讨论了稳态卡尔曼滤波与维纳(Wiener)滤波的关系。最后还介绍了非线性连续时间随机系统的采样滤波。

第四章介绍随机最优控制理论。首先介绍随机最优控制的一般概念，特别指出随机最优控制中信息结构和控制策略的重要意义，给出开环和闭环的最优性原理，最后导出求解闭环最优控制的随机贝尔曼(Bellman)方程。然后依次由浅入深介绍经典信息结构和非经典信息结构下的线性二次高斯(LQG)问题。最后讨论一般离散时间非线性系统的双重最优控制问题，介绍最优控制的结构特征和闭环最优控制律的特征，引入谨慎与探测的概念，并介绍了近似算法。

第五章讨论系统辨识与参数估计问题。先给出有关系统辨识

的一般概念,然后重点讨论差分模型的各种离线或在线辨识方法,详细论述了最小二乘参数估计和最大似然参数估计的各种算法。与此同时,还介绍了状态空间模型辨识和非参数模型辨识问题,以及模型阶检验、闭环可辨识性等实际问题。

第六章介绍离散时间线性系统的自适应滤波和参数自适应控制问题,重点是各种自校正控制方法。利用扩大状态变量法,可以把线性系统的参数自适应控制问题化为一类等价的非线性随机控制问题;自校正控制只不过是某些确定性等价算法。最后讨论了随机次最优的参数自适应算法。

随机系统的试验与计算机数字仿真,构成本书最后一章的内容。这是把随机系统理论应用于实际的重要方面。

在本书目录中把较难的章节用“*”号标出,读者可按实际需要选择学习。

第二章 随机系统分析

现实的系统，如自然界的生态系统、人体的组织系统、工程系统和社会经济系统等，一般可以分为两大类：受控系统和非受控系统。所谓受控系统是指人为地可以改变或调节该系统的某些输入量，使系统的运行产生人们预期的某种效果；非受控系统是指人们无法或无须干预的一类系统，但观察或预测该系统的行为仍属必要。无论哪一类系统，它们一般都包括某些输入和输出变量，以及某些不确定因素；而这些不确定因素往往又服从于某种统计规律。

为了研究现实系统的行为，现代科学的方法就是利用一类数学模型定量地描述这些系统。我们所研究的随机系统，就是摈弃现实系统的物理属性而抽象出来的一类数学模型，它可以定量地反映被描述对象的运行状态。在随机系统的模型中，为了反映不确定因素的作用，必须引入符合某种概率分布的随机变量或随机过程。本章首先介绍与本书内容有关的各种随机过程，然后依次给出离散时间和连续时间随机系统的输入输出描述和状态空间描述。输入输出描述用以反映系统与外部的联系，包括非受控系统在随机过程作用下的输出行为；而状态空间描述则同时用以揭示系统的内部行为，特别是系统“状态”的概念更能本质地反映该系统运行情况。

本章的内容是对确定性系统分析的发展，在线性系统理论中已讲过的一般不再重复；同时这些内容也是以后各章讨论对随机系统进行估计或控制的基础，读者必须牢固掌握有关基本概念。