

[美] 蒂莫西·N·特立克 著

电路分析导论

农植伟 王忠民 张志军 陶思雨 李永和 译

人民教育出版社

73.76
507

电路分析导论

[美] 蒂莫西·N·特立克 著

农植伟 王忠民 张志军

陶思雨 李永和

译



人民教育出版社

1110533

内 容 简 介

本书是美国伊利诺斯大学二年级教材,其内容为绪论、信号、电路分析(模型及基尔霍夫定律)、节点和网孔分析法、等效电路、二极管、受控源及其在电子线路模型和分析中的应用、储能元件、带有储能元件的电路的响应、网络函数、交流分析、频率响应、变压器、灵敏度及噪声分析、互易性及相互互易性等十五章。可供我国高等学校电类专业师生及有关科技人员参考。

本书前言和第一、二、十、十一章由农植伟译,第三、四、五章由王忠民译,第六、七章由张志军译、第八、九章和附录由陶思雨译,第十二、十三、十四、十五章由李永和译,译者们互校了译稿,并由农植伟校阅了全书译稿。

本书责任编辑 王缉惠

INTRODUCTION TO CIRCUIT ANALYSIS

TIMOTHY N. TRICK

JOHN WILEY & SONS, 1977



电路分析导论

[美] 蒂莫西·N·特立克 著

农植伟 王忠民 张志军

陶思雨 李永和 译

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 22.25 字数 480,000

1981年10月第1版 1982年10月第1次印刷

印数 00,001—13,000

书号 15012·0357 定价 2.45 元

前 言

本书是为电工程电路分析第一门课程而写的,已在伊利诺斯大学给二年级学生教过,这是一学期每周三小时的课程,同时有每周四小时的讨论实验课。学生一般已学完物理课程的电磁学,同时正在学计算机程序设计课程与微分方程课程。如果本课程进度较慢,教两个季度或两个学期^①,则对物理和数学的要求可以放宽。还有,本书中不用计算机算法,所以并不要求学过或同时学计算机程序设计课程。本书中不用计算机算法是由于下述三个理由。首先,对于工科学生第一门一学期的电路分析课程来说,既学电路分析原理又学电路分析数值算法是有困难的。其次,为说明电路分析原理所需的例题总是可以简化到不必用计算机来辅助分析。最后,电路的第一个步骤是设计者头脑中形成电路的概念,并进行快速且极其简化的纸笔分析,以判断所设想的电路是否可能完成预定的任务。计算机是可贵的电路设计工具,但是它绝对不会使一个蹩脚的电路设计者变成电路设计天才。好的电路设计者既要了解电路理论,也要了解他要用到的器件。这并不是说,不能用计算机来做教学辅助手段——而只是说,在我们的第一门电路分析课程中不教数值算法。例如,可能有的教师能用上人机对话的作图终端,从而学生可以输入电路的拓扑结构和参数值,然后得出电路响应的图形显示。我们伊利诺斯大学就可以在 PLTAO 系统上这样做。我们的高年级大学生可以选学电路分析与设计的数值算法课程。

我之所以写这本书,是因为感到现时市面上出售的第一门电路分析课程教材具有下列的某一个或几个缺点。它们或者太旧,只涉及三种最基本的元件(电阻器、电容器和电感器)。它们或者讲得很浅,没有把电路的数学和物理原理教给学生。它们或者太抽象,以致学生看不到学习内容与现实电路之间有什么联系。为了克服这些缺点,我们在第一门电路课中引进了电子器件,包括其物理特性的初步论述在内。对电路方程的列写和求解原理作了细致的解释而没有用抽象的数学符号。书中选编了大量的实际例子。

本书有十五章和两个附录。第一章复习了静电场和各种介质中的导电现象。最后一节讲集成电路扩散电阻,以向学生介绍怎样运用光刻技术在一块硅基片上同时制造很多元件并将它们互连起来。这一章的意图是复习并以实际启发学生,然后再在下面各章提出电路数学模型及电路理论的定律。删去这一章不教,对介绍后续各章内容几乎毫无影响。实际上,对于教直流、暂态及交流分析的一季度或一学期课程,这一章应该删去或指定学生自学。

第二章介绍信号。其中重要的论题是周期信号的平均值与方均根值,以及用相量进行同频率正弦信号的相加。在介绍相量概念之前,学生应该先复习附录 B——复数。另外要向学生介绍一些非周期信号如阶跃函数、脉冲函数及指数函数等的数学特性。本章编入了论述周期信号的

^① 美国的大学每年有些有三个季度(quarter)上课,有些有两个学期(Semester)上课。前者如加利福尼亚州贝克莱大学,上秋、冬、春三个季度,各约 10 周;后者如伊利诺斯大学,上秋、春两学期,各约 15 周。——译者注

傅立叶级数与频谱一节，不过这一节完全是可学可不学的。这些内容通常是纳入更高深的线性电路与系统分析课程中的。这里把它编进来是为了向学生简短介绍信号频率组成的概念。本节举出的例子是半波整流信号和脉冲。在第六章关于二极管波形整形电路和二极管通信电路两节中要引用这些例子，以便说明可以利用非线性元件来改变输入信号的频率组成。对于一学期的课程，这一节同样可以删去不学。

第三章的主题，是理想电阻器、理想电流源、理想电压源和基尔霍夫定律。此外还说明了怎样对包括线性梯形电路在内的各种实际电路建立模型，进行折算和分析。

第四章论述网孔分析法和节点分析法。在节点法中电压源常常引起困难。学生列写节点方程时往往忘了电压源中的电流，而在网孔法中则往往忘了电流源两端的电压。我希望本章中所用的方法可以消除这种错误。最后一节介绍树支和连支的概念以向学生指出，对于一个给定的树，电路中其他电压都决定于各树支的电压。与此类似，一个电路中各支路电流决定于各连支电流。这样我们就有了列写基尔霍夫独立方程组的另一种方法。对于一个学期的课程，这一节可能要跳过去不教。

第五章的内容是等效电路。介绍了置换原理并说明了怎样运用串并联来简化电路。还讨论了戴维南等效电路，电源变换及叠加性，并把数模转换器作为一个例子。编入了论述对称电路的一节，但在一学期的课程中这一节可能要删去。最后一节讨论的是电压源和电流源分裂这一重要概念，在建立模型和分析中大量用到这一概念。

第六章的主题是二极管。在按比较传统的教法讲授的电路分析课程中，这一章可以删去，或者在同时进行的实验课中教。另一种方案是向学生介绍6.1节中的二极管整流器和削波器，6.4节中的半导体二极管特性及6.5节中的小信号分析概念。小信号分析这一节对于学第七章建立有非独立源的二端口网络模型是一种很好的准备。

第七章介绍建立有非独立源的二端口网络模型的概念。所举的例子当中包括了运算放大器。还讨论了含有非独立源的实际电路的分析。这些内容是在7.1至7.4节中。本章的其余部分讨论晶体管模型及其电路分析。在一学期的课程中7.5至7.11节可以删去或在同时进行的实验课程中学习。

第八章介绍电容器和电感器。这一章完整地论述了线性、非线性与时变电容器和电感器的储能。在一学期的课程中同样只需着重讲线性非时变电容器和电感器的特性。

第九章讨论的是零输入和恒定输入线性非时变电路的分析。分析方法是普遍适用的，但所举的例子只限于一阶和二阶电路。本章还有两个重要的论题：开关切换电路分析和具有非独立状态的电路分析。

第十章说明，对于输入输出关系为常系数线性微分方程的电路，指数输入引出电路复频率模型和网络函数的重要概念。还说明了怎样根据这种电路模型求对正弦输入的暂态响应和稳态响应。对于一学期的课程，可用两节课介绍复频率模型和网络函数，然后即进而讲更为重要的交流分析和电路频率响应这两章。

第十一章的主题是正弦稳态分析(交流分析)。这一章讨论分析了等效电路、功率、最大功

率传输、阻抗匹配和三相系统,并举出大量的实例。

第十二章讨论一阶和二阶电路的频率响应,其中包括谐振与低通、带通及高通滤波器。还介绍了RC运算放大器用作滤波器。这一章中还论述波特图、折算和复轨迹等节。

第十三章介绍变压器。前四节推导变压器模型,而13.5节讨论变压器在阻抗匹配和电力系统中的应用。13.6节叙述非理想变压器的频率响应。最后两节介绍更精确的变压器模型和三个或更多个耦合线圈的模型。对于一学期的课程只讲前四节或前五节是适当的。

第十四章介绍灵敏度分析这一重要题目。实例包括了惠斯顿电桥量测灵敏度和数模转换器由于参数容差影响的精确度。还有一个有源滤波器的例子。

第十五章是最后一章,介绍电路的互易性和相互互易性及其在分析中的应用。

附录A很详细地复习了方程的独立性,用消元法和行列式求解线性代数方程。这是为那些感到需要复习这些基础数学知识的学生而编进来的。

怎样教本书的内容,有多种方案可供选择。前七章是有意限于讨论信号和电阻电路,所以二年级第一学期或第一季度每周三学时的课程可以教第一至第七章和附录A、B。下一个学期或季度同样周学时的课程可以教第八至第十三章。实际上,连续上两学期时,是有足够时间来教第十四章灵敏度分析和第十五章互易性与相互互易性这些有趣而又实用的内容的。第二种方案是一季度或一学期每周五学时讲课的课程,教第一至第十三章。

由于现在电工院系中的课程内容差异很大,很多课程表中要有一门电路和电子电路分析入门课程,其内容为直流,暂态和交流分析,其时间为一学期每周三学时讲课。下面是这样的课程的大纲。

章	讨论的问题	讲课学时
1	选学——简短复习各种材料的导电现象和扩散电阻的制造。	1
2	复习附录B复数,讨论周期信号的平均值与方均根值,同频率正弦量相加,选学——介绍信号频谱与傅立叶级数。	3
3	集总电路,理想元件,基尔霍夫定律,复习附录A,基尔霍夫独立方程组,电路分析,折算和梯形电路。	4
4	节点和网孔分析,选学树与基本回路法。	4
5	等效电路全章,但5.4.4节对称电路可选学。	4
6	二极管这章可选学,可只学6.1,6.4,6.5节。	2
7	7.1至7.4节,讨论有受控源的二端口网络模型及其分析,包括运算放大器。	3
8	只着重讲线性非时变电感器和电容器的储能和响应。	2
9	暂态分析所有各节。	5
10	简短介绍网络函数及怎样用于暂态分析和交流分析。	2
11	交流分析所有各节。	5
12	一阶及二阶频率响应图,波特图及折算。	3

13 变压器的前四节或五节。

2

测验

4

共计

44 学时

与此同时,大多数学生注册学习入门实验课,每周四学时,其中两学时为讨论课,两学时为实验。实验课向学生介绍信号、仪表、二极管、运算放大器、晶体管、暂态响应、频率响应测量、变压器及交流功率测量。这个实验课使学生进一步认识第二章讨论的信号的概念。此外,二极管的内容可从讲课中删去而在实验课中学习。同样7.5至7.11节的晶体管内容也从讲课中删去,而选择其中部分问题在实验课中学习。因此同时注册学习电路分析导论课和电工入门实验课的学生,在一学期内每周有三小时讲课、两小时讨论和两小时实验来学习上述内容。伊利诺斯大学的学生是在二年级第二学期学上述这两门课程的。学完这两门课后,通常继续学下列一些一学期入门课程:电磁场和电磁波、半导体器件、电子电路、数字系统,还有一门信号、电路与系统课程,其中涉及傅立叶变换和拉普拉斯变换及状态变量。

(以下致谢从略——译者)

著莫西·N·特立克

目 录

前言	1
----	---

第一章 绪 论

1.1 符号和物理常数	1	1.4.3 掺杂半导体中的导电	10
1.2 静电场	2	1.4.4 真空中的导电	11
1.3 电压的产生	6	1.4.5 阴极射线管	13
1.4 电 流	8	1.5 集成电路	15
1.4.1 金属中的导电	8	1.5.1 扩散电阻	15
1.4.2 半导体中的导电	9		

第二章 信 号

2.1 周期信号	20	2.1.3 频谱和傅立叶级数	25
2.1.1 平均值和方均根值	21	2.2 非周期信号	29
2.1.2 同频率正弦波相加	23	2.3 抽样信号	30

第三章 电路分析: 模型和基尔霍夫定律

3.1 集总电路	32	3.5.2 基尔霍夫电压定律	40
3.1.1 支路	33	3.6 基尔霍夫独立方程	40
3.2 集总元件的能量和功率	33	3.6.1 KCL 独立方程	41
3.2 一些理想集总元件	35	3.6.2 KVL 独立方程	41
3.3.1 理想电阻器	35	3.7 电路—电路模型—电路分析	42
3.3.2 理想电源	37	3.8 基尔霍夫方程数的减少	45
3.4 电路的线图	38	3.9 线性电阻电路的折算	47
3.5 基尔霍夫定律	39	3.10 梯形网络	49
3.5.1 基尔霍夫电流定律	39	3.11 传播时间和辐射	51

第四章 节点和网孔分析法

4.1 节点电压	58	4.6 具有电流源的网孔法	67
4.2 节点法	59	4.7 列写电路方程的其他方法	68
4.3 带有电压源的节点法	63	4.7.1 树支电压和基本回路	68
4.4 网孔电流	64	4.7.2 基本割集	70
4.5 网孔法	66		

第五章 等效电路

5.1 置换	77	5.3 策动点和转移关系	80
5.2 串并联电路	78	5.4 线性电路和它的等效	81

5.4.1 戴维南等效电路和诺顿等效电路.....81	5.4.4 对称电路.....88
5.4.2 电源变换.....84	5.5 电源分裂.....93
5.4.3 叠加.....86	

第六章 二 极 管

6.1 整流、削波和限幅.....103	6.4.4 反向击穿.....114
6.2 通信电路.....105	6.5 小信号分析.....114
6.3 逻辑电路.....109	6.5.1 工作点.....115
6.4 半导体二极管.....108	6.5.2 非线性特性的线性化.....116
6.4.1 二极管方程的引出.....108	6.5.3 小信号模型.....116
6.4.2 二极管参数的测量.....112	6.6 隧道二极管.....117
6.4.3 二极管模型.....112	

第七章 受控源及其在电子线路模型和分析中的应用

7.1 二端口网络线性模型.....123	7.7 晶体管反相器.....138
7.2 线性二端口参数的测量.....126	7.8 晶体管放大器.....141
7.3 电压放大器和运算放大器模型.....128	7.9 实用的晶体管放大电路.....143
7.4 非独立电源电路分析.....130	7.9.1 射极跟随器电路.....147
7.5 双极型晶体管.....135	7.10 差动放大器.....148
7.5.1 集成电路双极型晶体管.....136	7.11 金属氧化物场效应晶体管.....150
7.6 晶体管模型.....136	

第八章 储 能 元 件

8.1 电 容 器.....159	8.3 电容器对简单波形的响应.....165
8.1.1 实际的电容器.....160	8.4 电感器.....167
8.1.2 半导体结电容.....160	8.5 电感器储存的能量.....170
8.2 电容器储存的能量.....162	8.6 电感器对简单波形的响应.....171

第九章 带有储能元件的电路的响应

9.1 微分方程的建立.....176	9.3 恒定输入的响应.....186
9.2 零输入响应.....177	9.4 有非独立状态时的暂态分析.....188
9.2.1 电路的固有频率.....178	9.5 开关切换电路.....191
9.2.2 初始条件.....182	

第十章 网 络 函 数

10.1 策动点函数和转移函数.....197	10.4 网络函数在分析中的应用.....205
10.2 网络函数与电路响应之间的关系.....199	10.5 稳定性.....209
10.2.1 暂态响应.....199	10.6 极零点轨迹.....210
10.2.2 稳态响应.....200	10.7 多输入.....212
10.3 复频率电路模型.....202	

第十一章 交流分析

11.1 用相量进行正弦分析	219	11.5.1 最大功率定理	232
11.2 阻抗和导纳的性质	222	11.6 单一频率下的阻抗匹配电路	233
11.3 相量电路的等效电路	222	11.7 三相系统	235
11.3.1 戴维南等效电路和诺顿等效电路	227	11.7.1 Y-Y 接法	236
11.4 平均功率与复功率	228	11.7.2 Y- Δ 接法	239
11.4.1 多频率输入	231	11.8 Y- Δ 变换	241
11.5 最大功率传输	232	11.9 多端功率测量	242

第十二章 频率响应

12.1 频率响应和网络函数的极、 零点之间的关系	252	12.2 波特图	263
12.1.1 一阶网络函数	254	12.3 折算	269
12.1.2 二阶带通网络函数	258	12.4 复数轨迹	272

第十三章 变压器

13.1 变压器约束	279	13.5 变压器在电路中的应用	283
13.2 能量的研究	281	13.6 非理想变压器的频率响应	287
13.3 全耦合的变压器模型	282	13.7 变压器模型	289
13.4 理想变压器模型	283	13.8 三个耦合线圈	291

第十四章 灵敏度和噪声分析

14.1 一阶灵敏度	296	14.2 灵敏度电路	298
------------	-----	------------	-----

第十五章 互易性和相互互易性

15.1 特勒根定理	308	15.3.2 多输入单输出传输函数的计算	315
15.2 互易性	309	15.3.3 灵敏度计算	315
15.2.1 互易性的定义	311	15.4 相互互易性	317
15.3 互易性的应用	313	15.4.1 相互互易性在灵敏度分析中的应用	319
15.3.1 互易二端口网络	314		

附录 A 线性代数方程组的求解

A.1 独立方程	325	A.6 行列式	334
A.2 变量消元与高斯消去法	326	A.6.1 求行列式的拉普拉斯展开	334
A.3 矩阵	327	A.6.2 行列式的性质	335
A.4 存在与唯一性	328	A.6.3 伴随矩阵和克莱姆法则	336
A.5 矩阵运算	331	A.7 比较	337
A.5.1 矩阵乘法	331	A.8 线性代数方程组的性质	338
A.5.2 矩阵的加法和减法	332	A.8.1 齐次性	338
A.5.3 单位矩阵和矩阵的转置	332	A.8.2 可加性	338
A.5.4 矩阵的逆矩阵	333		

附录 B 复 数

B.1 复平面	341	B.4 复数的复共轭	343
B.2 指数形式	341	B.5 复数的乘法和除法	343
B.3 复数的加法	342	B.6 幂与根	343

第一章 绪 论

电系统用电信号来传送信息、处理数据、进行量测和传输能量。一个电系统可能是无线电发射机或接收机,电测装置(如示波器、电阻表、电流表、电压表等),大型计算机,小计算器,电站或小型的电子试验发生器。这些系统是由诸如电池、发生器、电阻器、电容器、电感器、晶体管、电动机、变压器、天线等等部件组成的。由于大规模集成电路(LSI)制造工艺有了很大的进展,很多复杂电系统的生产费用已经不那么昂贵了;因此,在我们将来的生活中,电子学将要起更为重要的作用。

上述这些系统的核心是将元件互连而组成电系统的电路或电网络。电路可以是实际电元件的互连,也可以是“纸笔”的电路,其中都用理想电元件作为各个实际电器件的模型,以便于进行数学分析。本书向读者们介绍为理解和设计电路所必需的一些器件、基本定律和基本概念。为此,我们要对例如电池、电发生器、电阻器、电容器和晶体管等电器件作一初步介绍,并根据在这些器件的一组端点上可以计算出来或量测出来的特性,导出电路中器件的数学模型或图解模型。关于基本器件的知识和对电路模型分析的知识,将增长我们对电路的直觉知识,并使我们能够进行电路设计。为了分析电路模型,我们要懂得电路理论,即电路分析与设计所依据的原理的系统表述。随着岁月推移,器件可能改变了,但是电路分析的基本定律和基本定理看来不会改变。

电现象是由库仑、奥斯特、安培、法拉第和麦克斯韦等人所阐述的电磁学定律所描述的。这些定律中没有一个是处理电路问题的,但它们是电磁场理论的基础。电磁场理论的基本定律是麦克斯韦方程,而电路理论的基本定律则是基尔霍夫方程。为了学习电路理论,我们只需要了解电压、电流、功率和能量是什么意思。这并不是说,电磁场理论对电工程师是无关重要的。相反,为了了解器件,电磁场理论是必不可少的。天线辐射能量的现象,只有通过电磁场理论才能理解。阴极射线管、二极管或电动机的工作,只有用电磁场理论的定律才能解释。本书所考虑的是电路理论,虽然有时也引用电磁场理论的某些基本原理来解释某一器件的电特性。

在第一章中,我们先介绍一些基本符号,并讨论静电场理论的基本定律。要对电压、电流和能量下定义,并讨论在各种介质中的电流流动。本章最后讨论集成电路的生产过程。

1.1 符号和物理常数

本书所用的计量单位,除另有说明者外,都是用米制,尤其是遵循国际单位制(在各种语言中均简称为SI制),美国国家标准局已于1964年通过采用,美国电气与电子工程师协会亦已采用此单位制(见*IEEE Spectrum*, August 1965和March 1966,和*ASTM/IEEE Standard Metric Practice*, IEEE Std. 268-1976)。这个单位制的基本物理量单位是米、千克、秒、安培和开尔文。由于半导体器件和集成电路很小,电路面积单位一般用密尔(1mil=1/1000英寸),器件距

离单位用微米(1微米=10⁻⁶米)。本书书末开列了常用的一些名词术语和单位的标准符号,还有为解释对电现象实验观察所得结果而建立的定律中所用的一些物理常数表。

表 1.1 列出了一些物理量、其符号和计量单位,这些物理量的定义将在后面陆续给出。通常大写字母符号用于表示恒定量,小写字母则用于表示时变量。此外,我们还常在这些单位前加上词头,如兆、微等,例如兆赫、微安分别表示频率之值乘以 10⁶ 赫,电流之值乘以 10⁻⁶ 安。这些十进制词头、其意义、缩写符号及举例见表 1.2。

表 1.1 术语、符号及计量单位

量	符 号	单 位	量	符 号	单 位
力	F 或 f	牛顿(牛, N) = kg·m/s ²	(角)频率	ω	弧度/秒 = $2\pi f$
电量	Q 或 q	库仑(库, C)	温度	T	开尔文(开, K)
能	W 或 w	焦耳(焦, J) = N·m	时间	t	秒(秒, s)
功率	P 或 p	瓦特(瓦, W) = J/s	电阻	R	欧姆(欧, Ω) = 伏/安
电流	I 或 i	安培(安, A) = C/s	电导	G	西门子(西, S)或姆欧(姆, \mathcal{S}) = 安/伏
电压	V 或 v	伏特(伏, V) = J/C	电感	L	亨利(亨, H) = 韦/米
电场(强度)	\mathcal{E}	伏特每米(伏/米, V/m)	电容	C	法拉(法, F) = 库/伏
磁链	Ψ	韦伯(韦, Wb) = V·s	倒电容	S	(法拉) ⁻¹ , $S = 1/C$
磁通密度	B	特斯拉(特, T) = Wb/m	倒电感	Γ	(亨利) ⁻¹ , $\Gamma = 1/L$
频率	f	赫兹(赫, Hz) = 周/秒			

表 1.2 词 头

词 头	因 子	符 号	例	词 头	因 子	符 号	例
atto	10 ⁻¹⁸	阿, a	aC = 10 ⁻¹⁸ 库仑	deci	10 ⁻¹	分, d	dW = 10 ⁻¹ 瓦特
femto	10 ⁻¹⁵	飞, f	fF = 10 ⁻¹⁵ 法拉	deka	10	十, da	daW = 10 瓦特
pico	10 ⁻¹²	皮, p	ps = 10 ⁻¹² 秒	hecto	10 ²	百, h	hV = 10 ² 伏特
nano	10 ⁻⁹	纳, n	nA = 10 ⁻⁹ 安培	kilo	10 ³	千, k	kHz = 10 ³ 周/秒
micro	10 ⁻⁶	微, μ	μ V = 10 ⁻⁶ 伏特	mega 或 meg	10 ⁶	兆, M	MW = 10 ⁶ 瓦特
milli	10 ⁻³	毫, m	mW = 10 ⁻³ 瓦特	giga	10 ⁹	吉, G	GHz = 10 ⁹ 周/秒
centi	10 ⁻²	厘, c	cm = 10 ⁻² 米 = 1厘米	tera	10 ¹²	太, T	THz = 10 ¹² 周/秒

1.2 静 电 场

物质的模型通常是由原子构成。原子基本上是由一个含有中子和质子的原子核及在核外轨道上运转的电子组成。电子和质子具有电荷 $e = 1.6019 \times 10^{-19}$ C。不过,质子的电荷是 $+e$, 电子的电荷是 $-e$ 。电子是所有原子模型的基本粒子,其静态质量为 9.1066×10^{-31} kg。已经知道,同号电荷互相排斥,异号电荷互相吸引。如果把一个电荷带到另一个带电物体的附近,电荷就会受到一个力的作用。于是,我们说带电物体为电场 \mathcal{E} 所包围。这个电场可根据高斯定律计算出来。高斯定律的积分形式为①

① 参阅 W. H. Hayt, Jr., *Engineering Electromagnetics*, 3rd edition, McGraw-Hill, 1974, pp. 63—77.

$$\oint_S \epsilon \mathcal{E} \cos\theta dS = \int_V \rho dv \quad (1)$$

高斯定律式(1)说明,从体积 V 的表面 S 向外穿出的总电通量 $\epsilon \mathcal{E}$ 等于此表面所包围的电荷。在方程(1)中, ϵ 是电场处的媒质的介电常数(在真空中 $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{F/m}$), ρ 是电荷密度, dS 是表面积微分增量, $\cos\theta$ 是矢量 \mathcal{E} 同表面的法线 \mathcal{E}_n 间夹角的余弦(见图 1.1), dv 是体积微分增量。在直角坐标中高斯定律的微分形式为①

$$\frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (2)$$

式中 \mathcal{E}_x 是矢量 \mathcal{E} 的 x 分量,余类推。

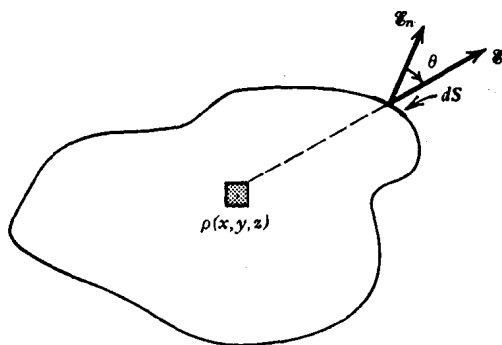


图 1.1 带电体周围的电场

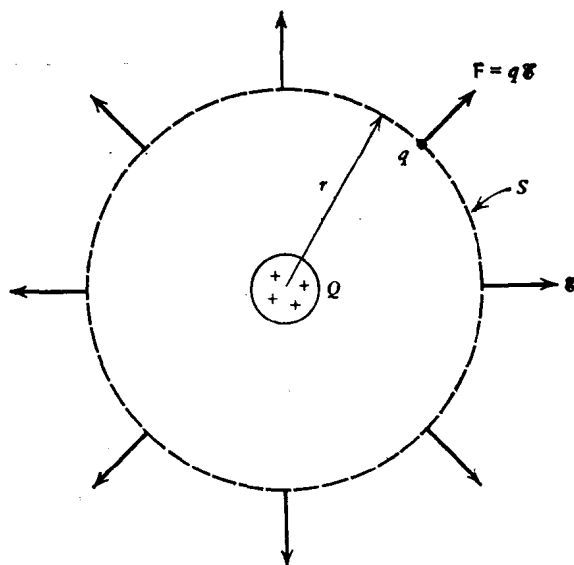


图 1.2 均匀带电球周围的电场。

例如,在图 1.2 中曲面 S 包围着一个均匀带电的球,其总电量为 Q 。这里,由于对称性, \mathcal{E} 垂直于曲面 S 而且在曲面各处是均匀的,所以由式(1)可得

$$\epsilon \mathcal{E} 4\pi r^2 = Q a_r$$

或

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon} a_r \quad (3)$$

位于曲面上的一个微试验电荷所受的力为

$$\mathbf{F} = q\mathcal{E} = \frac{qQ}{4\pi r^2 \epsilon} a_r \quad (4)$$

式中 a_r 是垂直于球面的单位矢量,并假定试验电荷对式(3)的电场的影响可以忽略不计。式(4)称为库仑定律。

第二个例子是很有实用价值的,是计算一对带等量异号电荷的金属平板之间的电场,如图 1.3 所示。如果我们设定平行极板是无限大的,则电场仅存在于两极板之间。而且,电场的 y 分量 \mathcal{E}_y 和 z 分量 \mathcal{E}_z 都是零。于是式(1)变为

①见上页注。

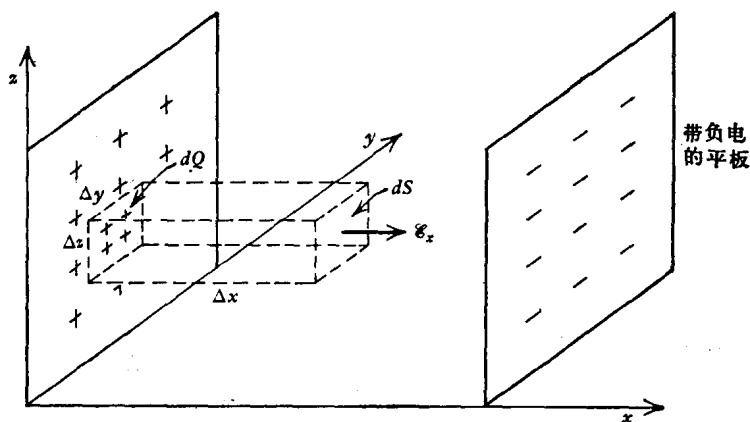


图 1.3 两块带异号电荷的金属平板之间电场的计算

$$\int \epsilon \mathcal{E}_x dS = \int dQ \quad (5)$$

式中 dQ 是极板表面微增量面积 dS 上的表面电荷, 也就是长方体 $\Delta x \Delta y \Delta z$ 中的总电荷。由于长方体除了右面之外, 其余各面的电场都是零, 所以在两极板之间有

$$\mathcal{E}_x = \frac{Q_A}{\epsilon} \quad (6)$$

可以看出, 在两极板之间 \mathcal{E}_x 是恒定的并与单位面积上的电荷量 Q_A 成正比。

如果每个极板的面积 A 是有限的, 并且其电荷量分别为 $+Q$ 和 $-Q$, 则

$$\mathcal{E}_x \approx \frac{Q}{\epsilon A} \quad (7)$$

对于两极板之间的中部, 上面的近似式是很好的。但是, 靠近极板边缘的地方, 这个近似式就不那么精确了。

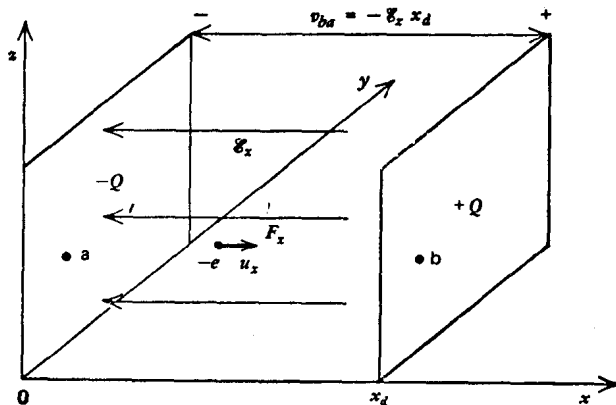


图 1.4 电子在均匀电场中的运动

如果在两块带异电的金属平板之间有一个电子如图 1.4 所示, 则它受的力为

$$F_x = -e \mathcal{E}_x \quad (8)$$

这里我们设定 \mathcal{E}_x 是负值, 因为它的方向是负的 x 方向。根据牛顿定律可得

$$m \frac{du_x}{dt} = -e\mathcal{E}_x \quad (9)$$

式中 u_x 为电子在 x 方向的速度。因此在时间 t_1 时其速度为

$$u_x(t_1) = u_x(t_0) - \frac{e\mathcal{E}_x}{m} \int_{t_0}^{t_1} dt \quad (10)$$

式中 $u_x(t_0)$ 表示在时间 t_0 时电子的速度，第二项的负号的意义是电子的运动方向与电场方向相反。

把一个微量试验电荷 q 在电场 \mathcal{E} 中从一点移到另一点时，电场所做的功等于力与距离的乘积在此两点间的积分，即

$$w_{ba} = \int_a^b q\mathcal{E} \cos\theta dl \quad (11)$$

如图 1.5 所示。要注意，当沿着移动路径的某一距离微元 dl 与电场 \mathcal{E} 垂直时，由于 $\cos 90^\circ = 0$ ，就不需要任何能量。

例如，电场把电子从图 1.4 中 a 点移动到 b 点时做的功为

$$w_{ba} = \int_0^{x_d} (-e)\mathcal{E}_x dx = -e\mathcal{E}_x x_d \quad (12)$$

在式(11)中电荷为负值，但电子运动方向与电场相反， $\theta = 180^\circ$ 。因此能量为正值(在式(12)中 \mathcal{E}_x 为负值)，这就是说，电场做了功。还要看到

$$w_{ab} = \int_{x_d}^0 (-e)\mathcal{E}_x dx = +e\mathcal{E}_x x_d \quad (13)$$

因此，把一个电荷从某处沿一封闭路径移动再回到原处时，所需的总能量为零。还有，式(11)仅决定于始点和终点 a 和 b ，而与在这两点之间所取的路径无关。

最后，两点间的电压(voltage) v 即两点间的电位差定义为单位电荷从一点移到另一点时外源所做的功，即根据式(11)

$$v_{ba} = v_b - v_a = - \int_a^b \mathcal{E} \cos\theta dl \quad (14)$$

这就是电压与电场之间的积分关系。其微分形式则为

$$\frac{\partial v}{\partial x} a_x + \frac{\partial v}{\partial y} a_y + \frac{\partial v}{\partial z} a_z = -\mathcal{E} \quad (15)$$

式中 a_x 是 x 方向的单位矢量，所以

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\mathcal{E}_x \quad (16)$$

余类推。

将式(14)或式(16)应用到图 1.4 的平行平板的情况，可求出极板之间的电压为

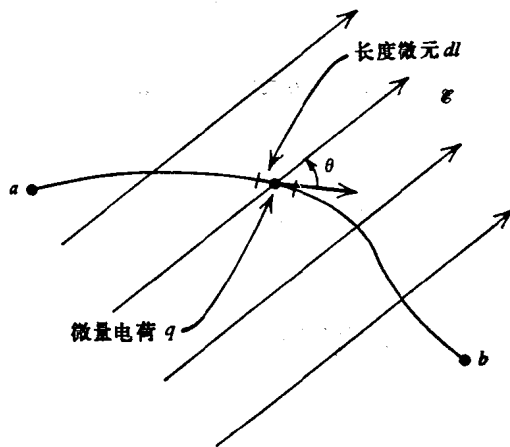


图 1.5 把一微量电荷在电场内移动所做的功

$$v_{ba} = - \int_0^{x_d} \mathcal{E}_x dx = - \mathcal{E}_x x_d \quad (17)$$

因为图 1.4 中的 \mathcal{E}_x 是负值, 于是 v_{ba} 为正值。必须指出, 根据前面所下的定义, 相对于带负电的平板而言, 带正电的平板处于高电位或正电位。此外, 由于在 y 或 z 方向的电场为零, 垂直于 x 轴的同一直线上任何两点之间的电压为零。因此一块金属平面上的所有点具有同一电位。现在我们来计算平板之间任意点 x 处电子具有的速度。

假设在图 1.4 中有一个电子处于两块平板之间, 因此它受到式(8)所给出的一个恒定力。假定电子原来在 a 点处于静止状态, 则根据式(9)

$$u_x(t) = - \frac{e\mathcal{E}_x t}{m} \quad (18)$$

因为 $u_x(t) = dx/dt$, 所以

$$x = - \frac{e\mathcal{E}_x t^2}{2m} \quad (19)$$

将式(19)代入式(18), 得

$$u_x = \sqrt{\frac{2e}{m}} \sqrt{-\mathcal{E}_x x}$$

但是, x 点与带负电的平板间的电压为

$$v_x = - \mathcal{E}_x x$$

因此

$$u_x = \sqrt{\frac{2ev_x}{m}} \quad (20)$$

可见, 电子在距离带负电的平板 x 处的速度 u_x 与电压 v_x 的平方根成正比, v_x 是距离负电平板 x 处的平行平面和负电平板之间的电位差。式(20)还假设电子原来在图 1.4 中的 $x=0$ 处的速度为零。

1.3 电压的产生

要在两点之间产生电位差有两种方法: 或者分离电荷, 或者改变与一导线耦合的磁场的强度。约在公元前 600 年, 古希腊人第一次产生了电场, 其方法是用一块丝或毛皮和琥珀棒摩擦(希腊文中琥珀是 elektron)。法国的库仑和英国的卡文迪什(Cavendish)就是应用这种摩擦方法, 发现了式(4)的库仑定律。这种静电方法的缺点是极难于维持连续不断的电流。在 1800 年前的十年内, 能量转换上有了一个大突破, 这就是意大利物理学家 A. 伏打(Alessandro Volta)发现: 当把两个不同的电极(例如锌和铜)浸入电解液中, 就产生了电位差。这就是电池的原理。只要电流值是在合理的范围以内, 电池中的化学作用就使电极间的电荷差基本上维持恒定, 直到化学反应剂耗尽, 也就是说电池作废了为止。如果把不同的固体连结成为一个闭合的通路, 当两个结点的温度保持不相等, 或者有一个结点处在光照下, 就会在通路中存在一个净电位差。这些就分别是热电偶和光电器件的原理。