数字信号处理与控制和估值理论

生长点、交叉区与相似方向

〔美〕A. S. 威尔斯基 著

科学出版社

数字信号处理与控制和估值理论

生长点、交叉区与相似方向

〔美〕A. S. 威尔斯基 著

常 迵 陈伟人 译

科 学 出 版 社

1985

内 容 简 介

本书研究数字信号处理与控制和估值理论两个学科之间的关系；分析它们的基本原理以及所使用的方法；说明它们之间的共同性和特殊性并指出需要进一步探讨的问题和方向。

全书共分六章。内容是稳定性分析；参数辨识、线性预测、最小平方滤波和卡尔曼滤波；综合、实现和实施；多参数系统、分布过程和随机场；非线性系统分析中所提出的一些问题，最后是一般评论。值得提出的是书中列出了大量参考文献，供读者查阅。无疑，为了促进数字信号处理与控制和估值理论这两方面科技工作者之间的相互影响和共同合作，这是一本值得推荐的著作。

本书可供数字信号处理、自动控制等领域中的科技人员以及高等学校教师、高年级学生、研究生阅读参考。

A. S. Willsky

DIGITAL SIGNAL PROCESSING AND CONTROL AND ESTIMATION THEORY

Points of Tangency, Areas of Intersection, and Parallel Directions

The MIT Press, 1979

数字信号处理与控制和估值理论

生长点、交叉区与相似方向

〔美〕A. S. 威尔斯基 著

常 迥 陈伟人 译

责任编辑 李淑兰

科学出版社出版

北京朝阳門内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1985年3月第一版	开本：787×1092 1/32
1985年3月第一次印刷	印张：8 5/8
印数：0001—5,700	字数：193,000

统一书号：15031·636

本社书号：3890·15—8

定价：2.05元

译 者 序

数字信号处理与控制和估值理论是近年来得到迅速发展的新兴科学技术。在这两个领域里的科技工作人员，根据各自领域的特点和目标，提出了一些基本论点，在理论研究和实际应用方面，已经取得了可喜的成就。但是，从现代科学技术的发展情况来看，一门学科的发展决不是孤立的，它和其它学科的进展是密切相关的，另一方面，每一学科都有它自己的特点。数字信号处理与控制和估值理论正是这样相辅相成而发展起来的科学技术：它们在基本原理和基本分析方法方面有很多类似之处，它们又应用了许多相似的数学手段，并且有着大量等待解决的共同问题。当然，还存在有不少明显的差别。因此，就这两门学科之间的交叉关系和相似方向进行较深入的研究，还是非常必要的。A. S. 威尔斯基首先比较系统地进行了这方面的研究工作，提出了许多独特的见解，并指出不少的发展方向。他的这些很有价值的看法都包括在本专著之中，所以这是一本很有启发性的参考书。

全书共分四章。第一章是稳定性分析，内容包括在两个学科中都属于基本性的稳定性问题，例如，李亚普诺夫理论在稳定性分析中的应用，并阐述了各种稳定性概念之间的关系。第二章包括了一些分析方法，如参数辨识、线性预测的方法（如自相关法、协方差法、卡尔曼滤波等）以及一些快速算法。第三章叙述了一些综合性的问题，论述了状态空间方法的应用，尤其是分析了它与数字滤波器设计中一些问题的相互关系。第四章主要是说明一维中的许多概念（如因果

性、稳定性、递归性等）和如何将这些概念推广应用于二维情况，并着重说明在数字图象处理中的应用。第五章讨论了非线性系统分析中所提出的一些问题，扼要地分析了二类重要的非线性系统——同态系统和双线性系统。第六章也是最后一章，综合评论了上述各个方面所提及的具有代表性的几个问题，作为今后继续研究的方向。

由于译者水平有限，翻译中错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

译者

前　言

本书是根据作者过去两年中对于数字信号处理与控制和估值理论之间的相互关系的研究结果编述而成的。在这两个领域里所遇到的基本概念、研究目标和分析方法都存在着很多相似之处和不同的地方，这说明：如能更好地理解这些相似性和差异点，那么就会在这两个领域的研究工作者当中构成一些相互渗透而又互相一致的想法。正是在这一信念的鼓励下，我才从事了这方面的研究。当这项工作刚一开始，我所得到的初步结论之一就是：如果抽象地来研究这两个领域中的一些问题，那么想得到所希望的结果是不可能的，相反，只有较详尽地来剖析几个具体的问题才有可能得到深入的透视。这本书正是这样探索的成果。

因此，本书的目标是探索在数字信号处理与现代控制和估值理论领域里所经常研究的一些问题。一般来讲，我们的研究目的不是在于得到什么结果，而感兴趣的是去理解研究的目标和所选用的方法与途径，了解目标可以帮助我们理解在这两个学科中所使用的方法为什么不同，考察这些方法与途径可以使我们看到：在一个领域中所引入的概念，有些方面在另一个领域中也可以有效地被利用。可以看到，本书的控制理论的味道多一些，这正因为它一方面反映了我个人的背景，另一方面也因为这一研究的最初目的是为了在1976年在阿顿屋（Arden House）所召开的数字信号处理讨论会上提出一些控制理论家的观点。当时，我是试图在两个学科当中探索一些共同途径，以便鼓励两个领域中的研究工作

者沿着这些途径继续努力。

我希望这些评论有助于说明这本书的写作精神，在阅读本书的过程中，读者会发现我的许多评论全部或者部分地尚未得到证实，或是说得过于绝对化了。我是保持着研究中的推测特点，来概括这些观点。但是，我努力为我的推测提供根据，并且把我的这些评论局限于这样一些问题上，也就是对于相互渗透和相互协调来说，起到令人十分感兴趣的地步。显然，这就需要比做出一些初步综述要深入得多地来研究一些参考文献。为此目的，我为对此问题感兴趣的读者提供了详尽的参考文献目录。

我在本书中任何地方都没有试图直接给出数字信号处理与控制和估值的范畴。但是，我却希望能为这些领域里的研究工作者提出一些重要的课题，使得读者能就这些课题以及它们之间的相互关系形成一个较为全面的概括。作为这方面的研究工作并使读者能较深入地理解本书中的一些观点，在这前言中，提出了与每个领域有关的一些观点。

在数字信号处理中，一个重要的问题是：在满足一定的时间响应或频率响应的条件下，做出一个可实施的系统设计。这里，重点往往是在可实施这个词上。因此，应对这样一些问题给予足够的重视：如数字滤波器的结构、就结构和计算时间而言的复杂性、有限字长对性能的影响等等。由于需要使我们注意到这样一些问题：一个极其有效的系统，以及以非常高的数据率（像在语音处理中碰到的那样，抽样率在 10kHz 数量级以上）来实现复杂的信号处理任务（高阶递归或非递归滤波器的实施）。

在控制和估值中，很少强调实施，而更多的是要求为估值或控制系统提出如何确定系统设计条件的方法。在某种程度上，这些条件正是一类特殊的设计规范，可用它来构成一

个可实施的数字系统。但是，在从控制的角度所提出的系统与典型应用的数字处理之间，却存在着重大的差异。例如，控制系统的数据率常常是非常低的（像在飞机的控制系统中，常常碰到的抽样率在 0.1kHz 数量级以上）。然而，从更为本质的意义来讲，在控制系统中所进行的信号处理不能像其它信号处理系统那样可由系统本身来鉴定它的性能，因为它是一个反馈环的一部分。因此，必须从它的闭环性能来研究这一处理的效果。

与通常在数字信号处理的应用中所用到的输入-输出描述方法相反，在许多现代控制和估值方法中却使用到状态空间的描述方法，这个差别的含义是很快可以明白的。状态空间描述方法的采用意味着系统是因果性的。在典型的反馈控制问题里，很显然正是这种情形。因此，状态空间的描述方法是有着实际意义的。但有一些数字信号处理问题，却包括有非因果系统，或者说在这些系统中，独立变量与时间无关，因而对于这种系统来说，因果性是没有什么本质意义的。因此，我们会找到这样一些数字信号处理的问题，在本质上状态空间概念将是适合的。当然，我们也会找到另外一些肯定不是这样的系统。

当研究了下面章节中所讨论的一些问题后，将会确信我最初的信念是正确的。这些信念大部分是从数字信号处理与控制和估值理论两方面的研究工作者之间的相互影响而得来的。假如我能使其他人也确信这些信念的话，那将是本书的成功。

目　录

第一章　稳定性分析

1-1　基本的稳定性问题

在我们研究过的所有课题中，有关稳定性的分析，我们已经了解到在各学科之间相互渗透、相互影响而又十分清楚的一些观点．在数字信号处理领域里，当考虑到数字滤波器中有限字长的影响时，就产生了稳定性问题．这里出现了两个问题（且不说滤波器系数的有限精确度的影响[12,75]）：一个问题是，一数字滤波器必定是具有有限的范围，因而可能发生溢出．另一个问题是，不可避免地要面临数值的量化，这就有舍入截尾的问题．因为滤波器具有有限的范围（它毕竟是一台有限状态的机器），所以滤波器状态无限制地增长的问题是不会发生的．但是，不管使用哪种形式的有限算法，对滤波器所引入的非线性，都将会引起零输入极限环以及滤波器对一定输入的理想响应与实际响应之间的偏差．正如文献〔3，15〕中所讨论的那样，其典型情况已在图 1-1 中示出．现用如下形式（以状态变量形式）的方程来描述这样的滤波器：

$$x(n+1)=A\chi(n)+Bu(n),$$
$$y(n)=Cx(n),\ \chi(n)=N(x(n)),\qquad (1)$$

其中N是在考虑了溢出和量化效应情况下的一个非线性和无记忆函数．假如不存在有这些效应——假如N是一个恒等函数——那么方程（1）即可简化为一个线性方程．如果设计一个这样的线性系统来满足一定的要求时，人们会希望知道

非线性N将怎样影响着总体的性能。一个重要的问题是，假定线性系统是渐近稳定的，这个非线性系统（1）能不能抑制住自激振荡，同时，它对输入的响应是否会大大地偏离线性系统的响应？关于这个问题，我们将要作出一些评论。综述文章[3,5]和本章末所列的其它参考文献也将提供有关已得研究结果的更详细的描述。

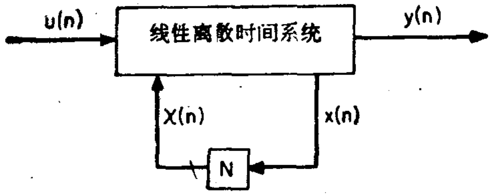

图1-1　一个具有量化和饱和非线性的数字滤波器

在控制理论中，系统的稳定性问题在反馈系统的设计及其分析中长期以来起着重要的作用。图 1-2 所示的典型反馈系统，由如下的函数方程来描述：

$$
\begin{aligned}
&e_1=u_1-y_2,\quad e_2=u_2+y_1,\\
&y_1=G_1e_1,\quad y_2=G_2e_2, \qquad (2)
\end{aligned}
$$

其中u_1，u_2，e_1，e_2，y_1和y_2都是时间的函数（离散或连续）；G_1和G_2分别是描述前馈通道和反馈通道的动态操作器（可能是非线性的）。在控制理论中，人们对这样系统的分析或综合是有兴趣的。在综合问题中，给定了一个开环系统G_1，要求确定一个反馈系统G_2，使得整个系统具有所希望的某种稳定特性。这里，在我们最关心的稳定性分析中，感兴趣的可能是有激特性，也许是无激（$u_i=0$）特性。在有激情况下，希望能判定（例如文献〔42〕）有界输入是否导致有界输出，以及输入-输出关系是否是连续的——

即是说，u的小变化是否导致y的小变化；在无激情况下，希望确定出当干扰影响是唯一的初始条件时，系统响应是否衰减、是否保持有界或发散。这方面的文献非常多，为了对这些问题能更进一步地了解，我们向读者推荐教科书[42,44,47]、综述文章[43]以及其中的参考文献。

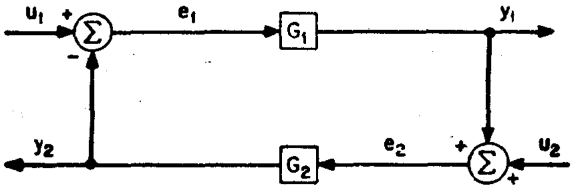

图1-2 一个典型的反馈控制系统

这些描述清楚地指出了在这两个领域里的一些相似点和差异点[1]. 在这两个领域里，人们都希望能回答某些定性的问题：系统是稳定的吗？是渐近稳定的吗？在输入具有小变化时，系统是连续的[42]还是呈现"跳变"[32,43]？此外，还常常需要某些定量的回答。在数字滤波器设计中，经常关心的是确定极限环幅值的界限，以及为了使这一振荡的幅值保持在容许的限度之内所需要的码位。在反馈控制系统的研究中，人们感兴趣的是用一些量值来度量稳定性，例如阻尼系数和特征值（极点）。此外，还常常注意到模式的形式，也就是根据某一特定的特征值来确定状态特征矢量[2].

这两个领域的目标不仅有类似的地方，而且为获得需要的结果所利用的数学手段也有着相似之处。但是，在这两个领域中所使用的方法和所得到的结果却存在着差异。数字滤波器分析的特点表现在对含有十分特殊的非线性系统的研究中。此外，许多工作涉及到一些特殊滤波器的结构，特别是二阶滤波器受到了很大的注意[2,3,11,15,18,31]，因为更复杂的

滤波器可由这样的单元节串联-并联组合而成. 关于一种波数字滤波器，也已做了相当详尽的研究[6,7,8,9,10]. 由于这些方面的研究，对参数空间中的稳定域[3]以及许多关于极限环幅值的上下界问题[3,4,20,26,31,35,56,59,60,63]也都能提出较为详细的描述。

另一方面，在控制理论中，最近的趋势是在于发展关于稳定性分析的一般性理论、概念和方法. 并且已经提出了一些很有用处的数学方法，但为得到一些特殊问题的严格边界却还没有给予更多的注意. 此外，包括极限环在内的一些问题，最近几年还没有受到像对有界输入、有界输出情况下的稳定性和整体渐近稳定性那样的重视（虽然在这些问题与极限环之间显然存在着一定的关系）.

在本章的其余部分，我们扼要地讨论了在这两个领域中一些结果之间的关系。这里，我们的目的是指出研究工作者使用了类似的方法、得到类似的结果以及与类似概念有关的一些问题。

1-2 李亚普诺夫理论的应用

1-2-1 非线性系统的李亚普诺夫基本理论

这两个领域中的研究工作者都使用了构成李亚普诺夫函数的方法来证明动态系统的稳定性，李亚普诺夫理论的基本想法如下[47,48,52,64]. 考虑动态系统

$$x(k+1)=f(x(k)),\quad f(0)=0, \tag{3}$$

其中 x 是一个矢量. 假定我们能找到一个函数 $V(x)$，使得 $V(0)=0$，并且对于这个解的一阶差分满足

$$\begin{aligned}\Delta V(x) &\triangleq V(f(x))-V(x)\\ &\leqslant W(x)\leqslant 0.\end{aligned} \tag{4}$$

这样一个函数则称为李亚普诺夫函数. 假如再赋予这个函数

一些附加的特性，则我们就能证明式（3）的稳定性或不稳定性。(证明见文献[47, 48]。)

定理1-1 假定

（i）V正定；那就是说，存在一个连续的、非减的标量函数α使得$\alpha(0)=0$，并且

$$V(x)\geqslant\alpha(|x|)>0,\quad\forall x\neq 0. \tag{5}$$

(ii) $\alpha(|x|)\to\infty$，当$|x|\to\infty$。（6）

(iii) ΔV负定；那就是说，存在一个连续的、非减的标量函数γ使得

$$\Delta V(x)\leqslant-\gamma(|x|)<0. \tag{7}$$

那么，式（3）的所有解都收敛到0。▌

在这个结果中，我们可以把V看作为一个“能量”函数，而式（5），（6）基本上表示了这样一个直观的想法：系统状态越大，它所贮存的能量越多。根据这一解释，定理表明，若系统消耗能量如式（7）所示，则状态将收敛到零。如果允许能量可以取负值，则我们将得到不稳定性结果，如定理 1-2。

定理1-2 假定V满足式（4），并假设存在一个x_0使得$V(x_0)<0$，那么系统在大范围里不会是渐近稳定的，因为由x_0开始的解不收敛到零。▌

这里的观点是：因为能量不断减少，一旦达到负能状态，就再也不能达到零能状态了。

许多研究工作者已采用了李亚普诺夫稳定性理论。李亚普诺夫型式所表明的结果是具有十分重要意义的，其特点就在于，仅用函数V和f就能核实如定理 1-1 和 1-2 所给出的结果；而无需构成差分或微分方程的显解。但是，这个理论的主要问题在于：通常找出李亚普诺夫函数是困难的。对于线性系统来讲，存在这样一个理论，人们总能找到一个二次型

李亚普诺夫函数

$$V(x)=x'Qx. \tag{8}$$

可用它来确定系统是否是渐近稳定的（事实上，可以列出一个利用李亚普诺夫方程的具体步骤[47,48]）。对于非线性系统来讲，构成李亚普诺夫函数将更为困难[47,48]。

1-2-2 在数字滤波器分析中的应用

关于极限环问题，Willson[2,13]利用李亚普诺夫函数（本质上，即定理 1-1）来确定这样一些条件，使得二阶数字滤波器不含有溢出极限环，并且对于"小"输入的响应将是逐渐地接近理想响应。Parker 与 Hess[26]和 Johnson 与 Lack[59,60]利用李亚普诺夫函数得到极限环幅值的边界。其中所利用的每一个李亚普诺夫函数，事实上，都是一个用来证明理想线性系统渐近稳定性的二次型函数。Willson[13]通过构成违背他所给出的条件的反例，来证明他的结果在某种意义上还是严谨的。在文献〔26, 59, 60〕中所给出的边界没有像其它已经找到的边界那样满意；Parker 与 Hess 认为这也许是因为在决定使用哪一种二次型李亚普诺夫函数时，所存在的困难造成的。Claasen 等人指出[3]，对于为了表征量化而提出的不连续非线性来讲，如欲找出合适的李亚普诺夫函数，看来是有困难的（附录一，能找到这类结果的一个例子）。

对于一类数字滤波器——波数字滤波器（WDF）来讲，可以利用李亚普诺夫方法来证明它的稳定性[6,7,8,9,10]。Fettweis 研究了这类滤波器，使得它们具有许多经典模拟滤波器的特性。在这样类比方法的启发下，Fettweis[8]引入了瞬时虚功的概念，在 WDF 情况下，这也是一种特殊的二次型形式，通过为这种滤波器所定义的假无源性概念，Fettweis

〔对于这点来说，是以十分自然的方式做出的）又引入了消耗性概念。根据这样的结构，虚功就变成了李亚普诺夫函数中的一个很自然的成员，Fettweis 与 Meerkötter[10]运用标准的李亚普诺夫论据获得了在数值运算方面保证假无源 WDF 渐近稳定性的一个十分合理的条件。消耗概念常常用于稳定性的研究[36]，许多重要的稳定性结果大多是根据一些无源性的概念得到的（至少从某些观点来看）。在存在有量化的情况下，在研究性能良好的新的数字滤波器结构的过程中，无源性概念和李亚普诺夫理论的应用，看来是有一定价值的。例如，Meerkötter 与 Wegener[11]利用虚功和李亚普诺夫论据，提出并分析了一种新的二阶滤波器结构。

1-2-3 在控制理论中的应用

在控制理论中，李亚普诺夫概念得到了许多应用。在 Kalman 和 Bertram 的重要文章[48]和教科书[47,62,64]里，对这些概念在系统分析中的应用详细情况都做了介绍。在这些教科书里，详细地描述了线性系统中二次型李亚普诺夫函数的构成。这方面的关键结果就是下述定理。

定理 1-3 离散时间系统

$$x(k+1)=Ax(k) \tag{9}$$

是渐近稳定的（所有A的特征值都落在复平面的单位圆内），当且仅当对于任何正定矩阵L，（离散）李亚普诺夫方程

$$A'QA-Q=-L \tag{10}$$

的解Q也是正定的。在这种情况下，函数

$$V(x)=x'Qx \tag{11}$$

是满足定理 1-1 所假设的李亚普诺夫函数；也就是证明了式（9）的渐近稳定性。∎

在控制理论中，从几个不同的角度提到了方程（10）以