

机 械 振 动 学

J. P. 邓 哈 陀 著

談 峯 譯

內 容 簡 介

本书研究了振动理論，对于各种振动現象，从单自由度、二个自由度、多个自由度系統，說到多气缸发动机、旋轉机械、自激振动以至非綫性系統，列举大量实例，并运用丰富理論充分予以說明。

本书可作为大专学校机械振动課程的主要教材和参考书，也可作为研究人员、工程师及技术人員有价值的参考书。

机 械 振 动 学

J. P. 邓 哈 陀 著

談 峯 譯

*

科学出版社 出版 (北京朝阳門大街 117 号)

北京市书刊出版业营业登记字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1961 年 3 月第 一 版

书号：2324 字数：428,000

1961 年 3 月第一次印刷

开本：850×1169 1/32

(京) 0001—6,500 *

印张：16 1/4 插页：2

定价：2.40 元

目 录

著者第四版序言	1
符号一覽表	vii
第一章 振动的运动学	1
1-1. 定义	1
1-2. 表示振动的矢量法	3
1-3. 拍	6
1-4. 水輪机給水管振动的一种情形	8
1-5. 复数表示法	10
1-6. 在諧运动上所作的功	13
1-7. 非諧和周期运动	19
第二章 单自由度系統	25
2-1. 自由度	25
2-2. 微分方程的推导	27
2-3. 其他情形	28
2-4. 无阻尼的自由振动	34
2-5. 例題	38
2-6. 具有黏性阻尼的自由振动	41
2-7. 无阻尼的受迫振动	46
2-8. 具有黏性阻尼的受迫振动	52
2-9. 频率測量仪器	60
2-10. 振动計	62
2-11. 电測量仪器	68
2-12. 振动的隔離理論	76
2-13. 单相电力机械方面的应用	78
2-14. 汽車方面的应用；減振彈簧架	83
第三章 二个自由度	86
3-1. 自由振动；固有方式	86

3-2.	无阻尼动力吸振器	95
3-3.	阻尼吸振器	102
3-4.	船舶的稳定(或安定)	116
3-5.	汽车减振器	124
3-6.	非刚性基础的隔离	129
第四章	多个自由度	134
4-1.	无阻尼自由振动	134
4-2.	无阻尼的受迫振动	139
4-3.	具有阻尼的自由振动和受迫振动	143
4-4.	弦和风琴管；均等杆的纵向振动和扭转振动	149
4-5.	瑞利法	155
4-6.	均等梁的弯曲振动	162
4-7.	变断面的梁	171
4-8.	正常函数和它们的应用	175
4-9.	对于高谐方式的斯托独拉法	179
4-10.	环，薄膜和板	182
第五章	多气缸发动机	187
5-1.	往复式发动机所特有的故障	187
5-2.	曲柄机构的动力学	191
5-3.	多气缸发动机的惯性平衡	198
5-4.	扭转振动的固有频率	202
5-5.	数值例题	205
5-6.	转矩分析	216
5-7.	在曲柄轴振动上转矩所作的功	220
5-8.	扭转振动的阻尼；螺旋桨阻尼	227
5-9.	阻振器与缓和扭转振动的其他方法	231
第六章	旋转机械	247
6-1.	临界转速	247
6-2.	对于弯曲临界转速的霍尔寿法	252
6-3.	刚性转子的平衡	255
6-4.	二个平面中的同时平衡	263
6-5.	柔顺转子的平衡；工地平衡	268

6-6.	第二临界轉速	272
6-7.	直升飞机轉子的临界轉速	274
6-8.	迴轉效应	280
6-9.	电机中的架的振动	293
6-10.	螺旋桨的振动	297
6-11.	蒸汽涡輪机的輪和叶片的振动	305
第七章	自激振动	311
7-1.	概念	311
7-2.	稳定性数学判据	314
7-3.	由摩擦所引起的不稳定性	319
7-4.	轉軸的內滯作用和轴承的油膜潤滑作为不稳定的原因	325
7-5.	电力輸送線的跳跃	330
7-6.	卡門涡旋	336
7-7.	蒸汽机調速器的追逐	341
7-8.	狄塞尔发动机的噴油閥	346
7-9.	由于蒸汽或水的泄漏而引起涡輪机的振动	350
7-10.	飞机机翼的颤动	355
7-11.	輪的搖幌	363
第八章	具有可变或非綫性特性的系統	370
8-1.	迭加原理	370
8-2.	具有可变弹性的系統的例子	372
8-3.	方程的解	379
8-4.	結果的解釋	383
8-5.	非綫性系統的例子	388
8-6.	具有非綫性特性的自由振动	390
8-7.	張弛振动	402
8-8.	具有非綫性弹簧的受迫振动	410
8-9.	具有非綫性阻尼的受迫振动	414
8-10.	亞谐和共振(分數諧和共振)	418
习題		422
习題的答案		476
附录：公式彙編		495

索引.....	502
中英譯名对照.....	507

第一章 振动的运动学

§ 1-1. 定义

广义的說，振动是周期运动，即經過一定的时间間隔以后，在它所有質点中重复本身的运动。这一定的时间間隔叫做振动的周期，通常用符号 T 来表示。位移 x 对时间 t 的图解可能是一根十分复杂的曲线。举例來說，如图 1.1a 所示是从一只蒸汽涡輪机的軸承座上所觀察到的运动曲线。

最简单的周期运动是諧运动；在諧运动中， x 和 t 之間的关系可以表示为：

$$x = x_0 \sin \omega t \quad (1.1)$$

如图 1.1b 所示，描述出一只单摆的微小振动。位移的最大值是 x_0 ，叫做振动的振幅。

周期 T 通常用秒来量度；它的倒数 $f = 1/T$ 是振动的頻率，用每秒周数来量度。在某一些刊物中，将每秒周数縮写成 *cypss*。在德国文献中，为了紀念第一个无线电波（电振盪）的实验者，通常就把每秒周数叫做赫茲。

在方程(1.1)中，出現着符号 ω ，通常把 ω 叫做圓頻率，而以每秒弧度数来量度。因为矢量表示法的特性，这个相当生疏的名称已变成大家所熟悉的，而关于矢量表示法則将在下节中討論之。

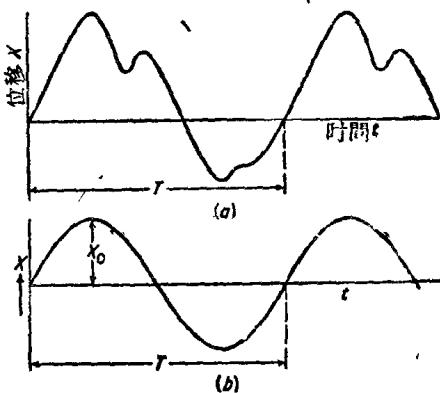


图 1.1 表示周期 T 和振幅 x_0 的周期諧函数

ω 、 f 和 T 之间的关系如下。从方程(1.1)和图 1.1b 中可以明了，发生振动的一个全周时， ωt 就已通过 360 度或 2π 弧度。因此，正弦函数又恢复它的初值。这样，当 $\omega t = 2\pi$ 时，时间间隔 t 就等于周期 T ，即

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ 秒。} \quad (1.2)$$

因为 f 是 T 的倒数，所以

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ 周/秒。} \quad (1.3)$$

对于旋转机械来说，频率常以每分钟振动数表示为 v.p.m. ($= 30 \cdot \omega/\pi$)。

在已知位移为 $x = x_0 \sin \omega t$ 的谐运动中，速度可用位移对于时间的微分来求得：

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = x_0 \omega \cos \omega t \quad (1.4)$$

所以速度也是谐函数，并且具有最大值 ωx_0 。

加速度

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -x_0 \omega^2 \sin \omega t \quad (1.5)$$

也是谐函数，并具有最大值 $\omega^2 x_0$ 。

考察一下如图 1.2 所示已知其表达式分别为 $x_1 = a \sin \omega t$ 和 $x_2 = b \sin(\omega t + \varphi)$ 的二个振动，图中以 ωt 作为横标。由于量 φ

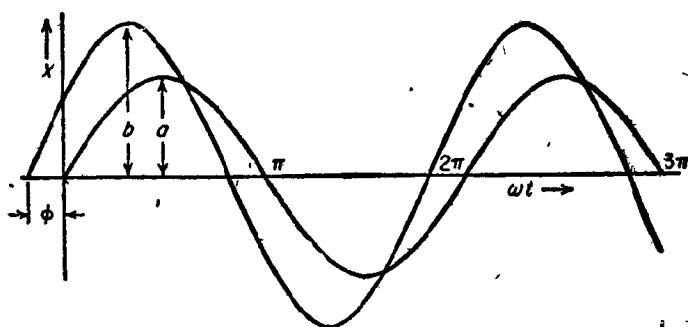


图 1.2 含有位相角 φ 的两个谐运动

的存在，这二个振动就并不在同一時間获得它們的最大位移，而一个振动比另一个振动落后 φ/ω 秒。量 φ 叫做位相角或二个振动之間的位相差。可以看出，这二个振动有着同样的 ω ，因而就有着同样的頻率 f 。位相角只有对有同样頻率的二个振动才有意义。如果頻率不同，位相角就无意义。

[例題] 一个物体悬挂在一根弹簧上，在离地面 1.0 厘米和 1.5 厘米的二个位置間堅直地上下振动。每秒钟这个物体到达最高位置（离地面 1.5 厘米）二十次。問 T , f , ω 和 x_0 各为多少？

[解答] $x_0 = 0.25$ 厘米, $T = 1/20$ 秒, $f = 20$ 周/秒, 和 $\omega = 2\pi f = 126$ 弧度/秒。

§ 1-2. 表示振动的矢量法

一个振动質点的运动可以用一个旋轉矢量方便地表示出来。設矢量 \bar{a} (图1.3) 以匀角速度 ω 依反時針方向轉動。当从矢量的水平位置作为起点来計算時間时，矢量的水平投影可以写成

$$a \cos \omega t$$

直立投影写作

$$a \sin \omega t$$

二个投影中每一个都可用来表示往复运动；但是在下面的討論中我們只将考察水平投影。

这种表示法使 ω 获得叫做圆頻率的名称。量 ω 是矢量的角速率，以每秒弧度数来量度；在这种情况下，頻率 f 用每秒轉數来量度。因此立即可以看出

$$\omega = 2\pi f.$$

运动 $x = a \cos \omega t$ 的速度是
 $\dot{x} = -a\omega \sin \omega t$

可以用长为 $a\omega$ 的矢量（的水平投影）来表示，它与位移矢量以同样的角速度 ω 轉動，但常超前于位移矢量 90 度。加速度是 $-a\omega^2$

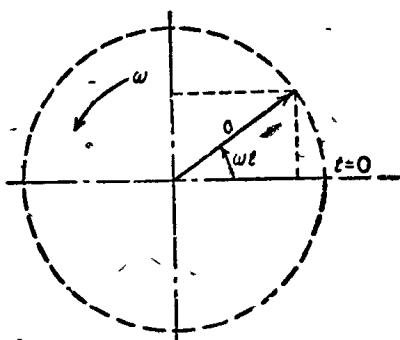


图 1.3 由旋轉矢量的水平投影来表示的一个諧振动

$\cos \omega t$, 以长为 $a\omega^2$ 的矢量 (的水平投影) 表示, 它以同样的角速率 ω 转动, 且超前位移矢量的位置 180 度或超前速度矢量的位置

90度(图 1.4). 这些陈述的真实性可以用如下的不同矢量经过一整转, 很容易地来证实.

这种用矢量来形象化往复运动的方法是十分方便的. 例如, 如果一个点同时作二个同样频率的运动, 而位相角不同. 换句话说, 如果一点同时作 $a \cos \omega t$ 和 $b \cos(\omega t - \varphi)$ 二个运动, 那末用三角学方法来作这两个表达式的加法是很费时的. 但是, 这两个矢量是很容易

图 1.4 位移、速度和加速度是三个相互垂直的矢量

易画出的, 总运动可用这两个矢量的几何和表示为如图 1.5 的上面部分所示. 此外, 可把整个平行四边形 \bar{a} 、 \bar{b} 当作是以匀角速度 ω 依反时针方向转动的, 而不同矢量的水平投影表示出作为时间函数的一些位移. 关于这一点表示在图 1.5 的下面部分. 线 $a-a$ 就表示所画出矢量图的一个特定瞬时. 很容易看出, 矢量和的位移(图上虚线所示)实际上就是矢量 \bar{a} 与 \bar{b} 的横标的和.

这样, 这种矢量加法能给出正确的结果是很明显的, 因为 $a \cos \omega t$ 是矢量 \bar{a} 的水平投影, 而 $b \cos(\omega t - \varphi)$ 是矢量 \bar{b} 的水平投影. 这二个矢量的几何和的水平投影显然就等于分矢量的水平投影的和.

二个矢量的加法, 只许用在振动具有相同频率的情况下. 二个运动 $a \sin \omega t$ 和 $a \sin 2\omega t$ 可以用二个矢量来表示. 前一个矢量以角速率 ω 转动, 而后一个矢量则以 2 倍这个角速率即以 2ω 转动. 这二个矢量在图上的相对位置不断地变化着, 因而它们的几何加法就没有意义.

图 1.5 所示的矢量加法的一个特殊情形. 在以后几章里将常

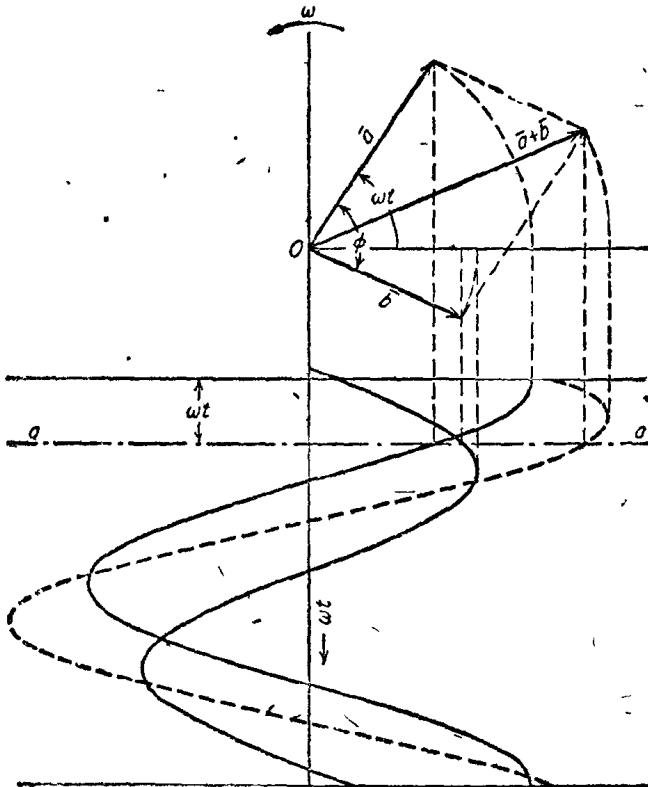


图 1.5 两个振动用它的矢量的几何方法相加

常出現，它是不同振幅的正弦波和余弦波的加法：即 $a \sin \omega t$ 和 $b \cos \omega t$ 相加。对于这种情形來說，二个矢量相互垂直，所以从图 1.6 中可以立即看出

$$a \sin \omega t + b \cos \omega t = \\ = \sqrt{a^2 + b^2} \sin (\omega t + \varphi) \quad (1.6)$$

其中

$$\tan \varphi = b/a$$

[例題] 两个运动：
 $x_1 = 5 \sin 25t$ 厘米 和 $x_2 =$

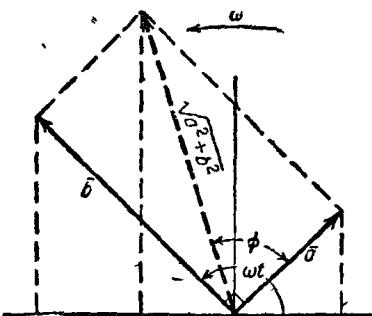


图 1.6 不同振幅的正弦波和余弦波的加法

$= 10 \sin(25t + 1)$ 厘米，問它們的和的最大振幅是多少？(t 的单位为秒)

[解答] 第一个运动用 5 厘米长的矢量表示，把这个矢量坚直画出并使其指向下面。因为在这个位置上，矢量没有水平投影，它表示出第一个运动是在瞬时 $t = 0$ 的情况下。在这个瞬时，第二个运动是 $v_2 = 10 \sin 1$ ，用 10 厘米长的矢量表示，这矢量依反时针方向对第一个矢量转过 1 弧度（即 57 度）。图解矢量加法指出和矢量的长为 13.4 厘米。

§ 1-3. 拍

如果一个沿着直线作往复运动的点的位移可用二项和 $a \sin \omega_1 t + b \sin \omega_2 t$ 来表示，而且其中 $\omega_1 \neq \omega_2$ ，那末这个运动就叫做二个不同频率的振动的“迭加”。很清楚，这运动本身并不是正弦波形的。当二个频率 ω_1 和 ω_2 彼此接近于相等时，就发生一种有趣的特殊情形。第一个振动可以用以速率 ω_1 转动的矢量 \bar{a} 表示，而另一方面，矢量 \bar{b} 以 ω_2 转动。如果 ω_1 接近等于 ω_2 时，这二个矢量在一转中将明显地保持同样的相对位置，也就是说它们之间所包含的角只有极小的变化。所以，这二个矢量可以用几何学方法相加，且在二个矢量的一转中，这运动实际上是频率 $\omega_1 \approx \omega_2$ 和振幅 \bar{c} 的

正弦波形（图 1.7）。但是在许多周数中， \bar{a} 和 \bar{b} 的相对位置就发生变化，因为 ω_1 并不是恰好等于 ω_2 ，所以矢量和 \bar{c} 的值就改变。因此可以把合成的运动近似地描述为一个正弦波形，它具有频率 ω_1 和一个在 $(b + a)$ 与 $(b - a)$ 之间慢慢地变化的振幅。换句话说，如果 $b = a$ ，那末就是具有在 $2a$ 和 0 之间慢慢地变化的振幅（图 1.7 和 1.8）

这种现象叫做拍。拍频率是每秒钟内，振幅从一个最小值通过最大值到下一个最小值（图 1.8 中 A 到 B）的

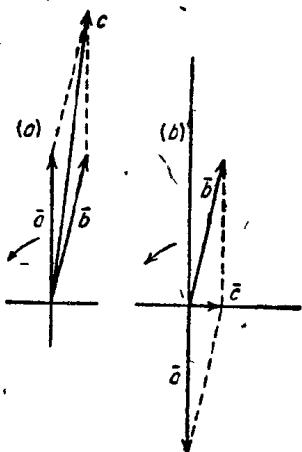


图 1.7 說明拍机构的矢量图

次数。拍的周期显然相当于矢量 \bar{b} 对矢量 \bar{a} 一整轉所需要的時間。因此可以看出拍頻率是 $\omega_1 - \omega_2$ 。

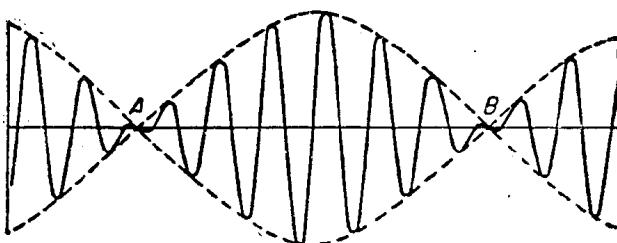


图 1.8 拍

[例題] 一个物体同时作二个振动: $x_1 = 3 \sin 40t$ 和 $x_2 = 4 \sin 41t$ (式中单位是厘米和秒)。問合成运动的最大振幅和最小振幅以及拍频率各为多少?

[解答] 最大振幅是 $3+4=7$ 厘米; 最小振幅是 $4-3=1$ 厘米。拍的圓頻率 $\omega_b = 41 - 40 = 1$ 弧度/秒。所以, $f_b = \omega_b / 2\pi = 1 / 2\pi$ 周/秒。周期 T_b 或一整周的持續時間是 $T_b = 1/f_b = 6.28$ 秒。

这种現象可以在很多情形中觀察到(見第 90 頁、第 366 頁)。对于成声振动來說, 这种現象是特別值得注意的。音調有一点不同而強度大致相等的二个声音会引起总強度的变动, 其頻率等于这二个声音頻率之差。举例來說, 在发电厂中, 当发电机开动时可以听到拍。发电机有“磁鐵的发哼声”, 它的主音調等于电流或电压的頻率的二倍, 通常是每秒 120 周。刚好在发电机前面連接着的电線, 其頻率和发电机的电頻率稍有不同。这样, 发电机的发哼声和电線(其它发电机或变压器)的发哼声是音調不同的, 因而就能听到拍。

拍的存在也可以用三角函数來加以証明。設二个振动分别是 $a \sin \omega_1 t$ 和 $b \sin \omega_2 t$, 其中 ω_1 和 ω_2 接近相等而 $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega$ 。

因此 $a \sin \omega_1 t + b \sin \omega_2 t =$

$$= a \sin \omega_1 t + b (\sin \omega_1 t \cos \Delta\omega t + \cos \omega_1 t \sin \Delta\omega t) = \\ = (a + b \cos \Delta\omega t) \sin \omega_1 t + b \sin \Delta\omega t \cos \omega_1 t$$

应用公式(1.6), 合成振动就是

$$\sqrt{(a + b \cos \Delta\omega t)^2 + b^2 \sin^2 \Delta\omega t} \cdot \sin(\omega_1 t + \phi)$$

式中可計算出位相角 φ , 但在这种情况下, 算出 φ 是无意義的。可以把由根号所給出的振幅写成：

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2 + b^2(\cos^2 \Delta\omega t + \sin^2 \Delta\omega t) + 2ab \cos \Delta\omega t} = \\ = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \Delta\omega t}\end{aligned}$$

上式可以看出是以頻率 $\Delta\omega$ 在 $(a + b)$ 和 $(a - b)$ 之間变化的。

§ 1-4. 水輪机給水管振动的一种情形

直接应用振动的矢量概念来解决一个实际問題如下。

在水力发电站中, 可以看到給水管即把水导給水輪机的輸水管是十分剧烈地振动着, 以致砖建筑結構的安全成为有問題的。所发现的振动頻率是 $113 \frac{1}{3}$ 周/秒, 这个頻率与在夫兰西斯水輪机的旋轉部分中水斗数目(17)和速率(400 轉/分)的乘积相一致。給水管所发出响亮的发哼声, 在几千米以外都可听得到。此外, 当站立处靠近发电站的电力变压器时, 就可以清楚地听到給水管和变压器的发哼声之間, 頻率为 $6 \frac{2}{3}$ 周/秒的拍。水輪机的主要部分簡略地表示在图 1.9 上, 图是作在水平面上的, 其中輪机轉軸是直立的。水从給水管 I 进入“涡壳” II 中; 在 II 中, 因为有着 18 个固定、不轉动的导叶, 所以主流就分成了 18 个分流。然后, 水就进入工作輪的 17 只水斗中, 最后轉过 90 度的角而消沒在直立的吸出管 III 中。

图 1.9 上表示出主流所分出 18 个分流中的二个分流。注视其中之一, 我們就可看到工作輪每一轉时就有 17 只水斗从水流中經過, 因此, 水流就受到 17 次冲击。总的說來, 每秒鐘經過着 $113 \frac{1}{3}$ 只水斗, 每秒鐘就使水流得到同数的冲击, 这些冲击通过水流传递返到給水管中。不仅是分流 a 中发生这种情况, 在其他每一个分流中也是一样的, 因此就有 18 个不同始点的冲击到达給水管中, 所有这些冲击都有着同样的頻率 $113 \frac{1}{3}$ 周/秒。如果所有冲击都有同样的位相, 那末就可以用算术方法把它們相加, 因而在給水管中就会发生十分強烈的扰动。

假定二个叶片 1 和 1 排成一列时, 分流 a 受到它的冲击的最

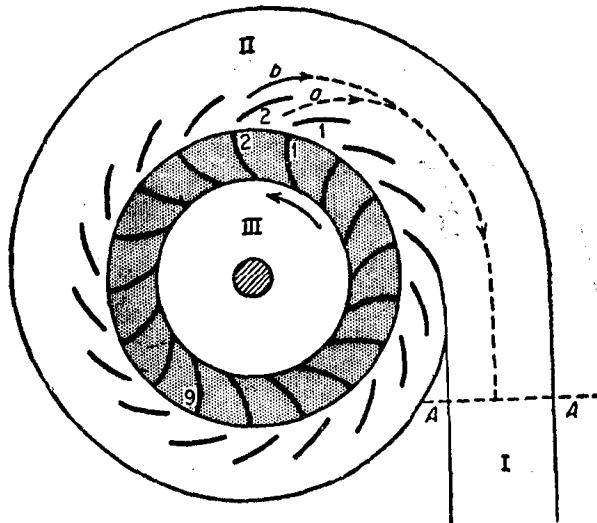


图 1.9 夫兰西斯水輪机的給水管中的振动說明圖

大值。那末在分流 b 中的冲击的最大值就发生得略微早一点[正确的說,二个叶片 2 和 2 排成一列的瞬时,要比較早 $1/(17 \times 18) = 1/306$ 轉]。

分流 a 的冲击以在水中的声速(約 1440 米/秒)¹⁾传递回到給水管中, 分流 b 的冲击也同样如此。但是 b 冲击所經過的路程略长于 a 冲击的路程, 路程的差接近于涡壳圓周的 $1/18$ 。因此, 冲击 b 将比冲击 a 迟到达給水管中。

在我們所討論的水輪机中遇到的情形是: 这二个效应正好彼此抵消, 所以二个冲击 a 和 b 同时到达給水管的横断面 AA , 即具有同样的位相。当然, 这不仅是对 a 和 b , 而是对所有 18 个分流來說都是真实的。在矢量表示法中, 这些冲击的作用如图 1.10a 所示, 因而在断面 AA 处总冲击是非常大的。

为了消除这种故障, 我們把水輪机中現有的 17 只水斗的工作輪拿掉, 而用一只 16 水斗的工作輪来代替。这并不影响由 a 、 b 等等路程长度不同所引起的时间差, 但却改变在二个相邻导叶的冲

1) 一般的水流速比声速小, 所以它的作用可以加以忽略。

击之間的時間間隔。特別是，在更換工作輪以後，水斗 2 和導葉 2 之間的圓周距離變成二倍大。事實上，在旋轉水斗 1 發出衝擊的瞬時，水斗 9 也發出衝擊，因而在老式結構中，水斗 9 是二個靜葉之間的中點（圖 1.9）。

很巧，一個聲波經過渦殼圓周之半所需的時間約為 $1/2 \times 1/113$ 秒，所以由水斗 1 和 9 所產生的二個衝擊是以反相達到斷面 AA 的（圖 1.10b）。因此，在斷面 AA 处二個相鄰分流的衝擊之間的位相角是 $180^\circ \times 1/9 = 20^\circ$ ，而 18 個分流的衝擊就排列成具有零含量的一個圓圖。

上述分析指出，在變更工作輪以後，就使振動會整個地沒有。但是這種情形却並不是我們所料想的，因為我們所提出的理由僅只是近似的，許多效應都未曾加以考慮（渦殼用一狹窄水道來代替，因此忽略了波前的曲率、波對不同障礙的反射和阻尼的效應）。在實際情形中，使給水管的振幅減小為它初值的三分之一，已是對問題的滿意解答了。

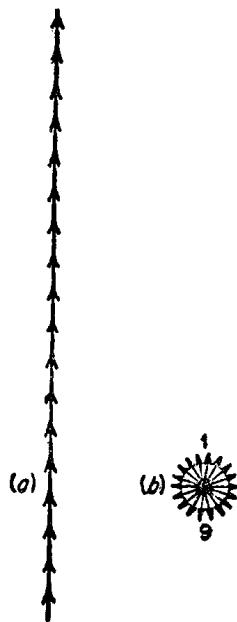


圖 1.10 在圖 1.9 的斷面 AA 处的 18 個分流衝擊：(a) 17 只水斗的工作輪；(b) 16 只水斗的工作輪

在前幾節中已經知道，旋轉矢量可表示諧運動，二個矢量的幾何加法相當於二個同頻率諧運動的加法，以及這樣一個運動對時間的微分可以理解為 ω 和一個向前轉過 90° 的表示矢量的乘法。這些矢量，只要略加演算以後便給出具體化諧運動的方法，這方法比考察各正弦波本身要簡單得多。

但是，對於一些數值計算情形來說，矢量法並不很方便，因為這種方法必須把矢量分成水平分量和垂直分量。舉例來說，如果

§ 1-5. 复数表示法

在前几节中已经知道，旋转矢量可表示谐运动，二个矢量的几何加法相当于二个同频率谐运动的加法，以及这样一个运动对时间的微分可以理解为 ω 和一个向前转过 90° 的表示矢量的乘法。这些矢量，只要略加演算以后便给出具体化谐运动的方法，这方法比考察各正弦波本身要简单得多。

但是，对于一些数值计算情形来说，矢量法并不很方便，因为这种方法必须把矢量分成水平分量和垂直分量。举例来说，如果

必須把二个运动相加,如图 1.5 所示,那末我們写出

$$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$$

就表示是几何加法. 計算 \bar{c} 的长度时,即計算和运动的振幅时,我們写成

$$\bar{a} = a_x + a_y$$

这就表示 \bar{a} 是 x 方向的 a_x 和 y 方向的 a_y 的几何和. 这样

$$\bar{c} = a_x + a_y + b_x + b_y = (a_x + b_x) + (a_y + b_y)$$

因而 \bar{c} 的長度就是

$$c = \sqrt{(a_x + b_x)^2 + (a_y + b_y)^2}$$

这种方法是相当冗长的,因而就失去了采用矢量的最大优点.

但是,有一种在数值上处理矢量的简单方法,那就是采用一些虚数. 一个复数在图解法上可用平面中的一点来加以表示, 平面上实数 1、2、3 等等作在水平方向上,而虚数作在竖直方向上. 采用記号

$$j = \sqrt{-1}$$

这些虚数就是 $j, 2j, 3j$ 等等. 举例來說, 如图 1.11 所示的是点 $3 + 2j$. 把这一点和原点連接起来, 就可使复数表示为矢量. 如果这矢量和水平軸的交角是 α , 而矢量长是 a , 那末这个矢量就可写作

$$a(\cos \alpha + j \sin \alpha)$$

諧运动就被旋轉矢量所表示.

在上述方程中,把可变角 ωt 代替固定角 α , 就得到

$$a(\cos \omega t + j \sin \omega t) \quad (1.7)$$

上式表示一个旋轉矢量, 它的水平投影是一个諧运动. 但是, 这个水平投影也是 (1.7) 的实数部分. 因此,如果我們說“矢量表示諧运动”,我們的意思就是指旋轉矢量的水平投影表示这个运动. 同样,如果我們講“复数表示諧运动”,我們所指的是式 (1.7)

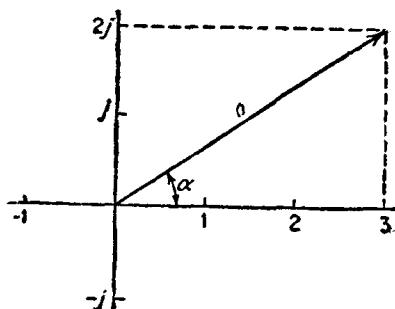


图 1.11 用复数平面中的一点表示的矢量