

一般力学

复旦大学数学系 编著

一 般 力 学

(試用本)

复旦大学数学系 編著

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书系复旦大学数学系数学专业革新教材之一,内容包括:运动学,动力学,振动理论,自动调节理论初步,迴轉仪的理論和应用,天体力学与变质量力学等。本书可作为綜合大学数学专业一般力学課程的教材,讲授84学时,亦可作高等院校有关专业的参考书。

一 般 力 学

(試用本)

复旦大学数学系 編著

*

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售

上海大东集成联合印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 11 18/32 字数 274,000

1960年9月第1版 1961年3月第2次印刷

印数 1,001—4,000

統一书号: 13119 · 394

定 价: (十) 1.30 元

編輯說明

我們受到全國持續躍進的大好形勢的鼓舞和推動，積極響應了黨的號召，在兩年來教育大革命已經取得偉大成績的基礎上，掀起了一个聲勢浩大的教學改革的群眾運動。通過這個運動，我們揭露了現在教學體系、教學內容和教學方法上陳舊落後的狀況，抓住訂方案、編大綱、寫教材、搞試驗等重要環節，試圖建立一套以馬克思列寧主義、毛澤東思想為指導的、反映現代科學發展水平的、理論聯繫實際的新的教學體系和內容，以及與之相適應的教學方法，使培養人才的工作更好地貫徹黨的社會主義建設總路綫的精神。

作為這種新的探索和嘗試，我們在教學改革運動中，師生結合，提供了“關於綜合大學數學專業課程革新的建議”，編寫了一套可供綜合大學數學專業試用的基礎課程教材。全套教材包括數學分析（一）、數學分析（二）、泛函分析、高等代數、綫性規劃和計算實習、計算數學、數理邏輯與控制論、常微分方程、數學物理方程、一般力學、連續介質力學、統計數學（包括信息論）等十二種，尚有物理學一種，因力量所限，未能及時編出。

根據“關於綜合大學數學專業課程革新的建議”的精神，我們力求使這套教材具有以下几个特點：

一、在選材上，注意克服資產階級教育思想的影響，體現為社會主義建設服務和反映現代科學發展的要求。中國數學會提出的“數學發展的方向必須以解決尖端技術和重大工程、現代物理、自動化、國民經濟和大量計算任務中的數學問題為綱”，具體地說明了社會主義建設和現代科學發展對數學的要求，我們即以此作為選材的主要標準，同時，也考慮到基礎課的某些特殊要求，適當注

意了根据理論与实践之間的直接联系与間接联系,当前需要与长远需要等关系,来确定材料的取舍和不同材料的主次安排。根据这个精神,我們精簡了原来基础課內容中一部分不必要的古典內容,添加了一部分現代材料,还增加了一些新課程。

二、在材料处理上,注意克服过去課程設置各自为政、互不联系的特点,体现科学知識的綜合与分类的辯証統一的关系。特别是近年来,边缘学科大量出現,科学发展在原有基础上愈来愈明显地趋向新的更高级的綜合,我們想力求使这套教材适应这个趋势。

具体說来,对那些条件已經成熟的、可以綜合处理的内容,即加以統一处理,例如将泛函分析与实变函数、积分方程以及綫性代数中的部分內容統一处理,在泛函分析中加以綜合;对那些綜合趋势已經比較明显,但独立設課条件尚不成熟的,也分別情况,注意在有关課程間建立密切的有机联系,若干材料还重新另行配置,例如原来理論力学中振动理論的一部分內容,这次就移到常微分方程中去了。

三、在材料的处理与闡述上,以辯証唯物主义观点为武器,破除形而上学和唯心主义对数学教学的影响。数学的研究对象是客观世界的量的側面,所以它具有較多的抽象性,在研究方法上也較多地运用邏輯上的演繹推証。这些特点,本来应该有利于深刻地闡明問題的本質,但唯心主义者却总是加以歪曲,企图在引出抽象概念时,掩盖其实践来源,在形式論証中,避免闡述問題的本質。在这套教材中,我們力求消除这些唯心主义观点的影响。具体說来,对某些与生产实践有着更加直接联系的課程(如数学物理方程),既吸收已經严格建立数学理論的材料,也采用在实践中有广泛应用而理論上尚未成熟的材料,重新加以組織,恢复这门課程本来的生动活潑的面貌。各門課程中,对重要数学概念与問題的引进,都尽量闡明它們的直接和間接的实践来源;闡述論証过程中,

插入若干必要的描述性材料;得到的結論,也闡明它在實踐中直接和間接的作用。本學期我系几門主要基礎課程,都初步做到了減少學時、提高質量,據了解,主要是在教學過程中初步體現了這個精神。因此,根據我們一些不成熟的經驗,要徹底解決這個問題,除在教材內容上盡量克服這些唯心主義觀點的影響以外,還要注意在教學方法中消除這些影響。

徹底實現教學改革,建立一套新的體系,是一個艱巨複雜的任務,也需要一個較為長期的時間來摸索。我們所作的一些嘗試,僅僅是個開端,既受到思想水平和科學水平的限制,又缺乏較充分的實踐經驗,某些課程的教材,還是在師生結合、邊學邊寫的情況下編出來的。因此不論在處理原則上或者在處理方法上都還不夠成熟。有不少問題,例如如何在教材中反映我國社會主義建設實際中所提出的數學問題、如何在有關各課程間建立更密切的有機聯系等等,在編寫過程中,也還把握不定,處理不盡適當。我們懇切地希望同志們批評和指正。

上海科學技術出版社和商務印書館上海印刷廠對這套教材的迅速出版,給了極大的支持,我們在這裡表示衷心的感謝。

復旦大學數學系

1960年5月

序

在这次教育革命的浪潮中,我們力学专业师生,为了贯彻党的教育方針,使力学課程的内容更加适合于多快好省培养社会主义建設人才的要求,特地編写了这本“一般力学”。

过去,数学专业的“理論力学”課程存在着比較严重的缺点:講授時間过长,内容陈旧、繁瑣,基本上还是保留着牛頓时代的体系。例如:运动学部分讲了整整一学期;对于动力学的三个基本定理,不管实际中应用如何,都是由质点到质点組,再到剛体,从头到尾推导一遍。在推导的时候,过分着重数学的严格証明,而对物理概念則阐述得不够。因此,同学在上課时虽然可以听懂,但是下課后做习题就感到十分困难。配置的例子和习题,也大多脱离实际,例如,“一个圆盘在桌子上滾”,或者是“一只虫在杆子上爬”,等等。即使有些实际问题作为例子,也是从外国书本上抄来的,沒有联系我国社会主义建設的实际。至于动力学部分,几乎全是讲解牛頓第二定律,用拉格朗日 (Lagrange) 方程很容易解出的題目,偏偏要用牛頓定律来解,結果吃力不討好。从教材处理到习题練習,都把牛頓方法和拉格朗日方法割裂开来,大部分内容是十七、十八世紀的,远远落后于当前生产力发展的要求。

基于上述情况,我們认为理論力学的内容,必須大大改革,大大扩充,力求反映現代的科学水平,紧密联系生产实际。对于古典的理論力学的内容,我們不是盲目排斥,而是根据古为今用的原則,加以概括和更新。

本书涉及的范围較广,不但要討論运动学和动力学,而且要討

論整个离散系統力学,其中包括振动理論、自动調节理論、迴轉仪理論、天体力学和变质量力学等,因此,我們把本书称为“一般力学”。本书的編写,一方面试图从实践中提出概念,避免从前那种从定义到定理的抽象方法;另一方面,还以我国社会主义建設中的实际問題作为新的例証。

本书适合于綜合大学数学系各专业教学之用,若力学专业使用此书,則对“振动理論”一篇必須加以补充。

由于我們的理論水平有限,对某些新增的内容领会不深,尤其对这样的体系安排和教材处理,我們还是初次尝试,故錯誤之处在所难免,因此,我們竭诚欢迎同志們提出批評和指正。

本书在編写过程中,承朱照宣同志及同济大学工程力学教研組的同志审稿,提出了許多宝贵意見,帮助提高本书质量,謹此致謝。

复旦大学数学系一般力学編写小組

1960年5月

目 录

序

緒論	1
----------	---

第一篇 运 动 学

第一章 质点运动学	5
§ 1 空間与時間	5
§ 2 参考系, 坐标系	7
§ 3 向量	7
§ 4 曲綫論的初步知識	11
§ 5 曲綫坐标	15
第二章 剛体运动学	21
§ 1 剛体的简单运动	21
§ 2 剛体的平面平行运动	23
§ 3 剛体繞固定点的轉动	26
§ 4 剛体的一般运动	29
第三章 相对运动	30
§ 1 相对运动的一般概念, 牽連运动, 向量的相对微商	30
§ 2 相对运动的速度与加速度的表示式	33

第二篇 动 力 学

第一章 几个基本定理	39
§ 1 牛頓定律	39
§ 2 达朗貝尔原理	41
§ 3 动量定理	42

§ 4 动量矩定理	45
§ 5 转动惯量	52
§ 6 动能定理	57
第二章 变分学初步	68
§ 1 泛函的极值	68
§ 2 欧拉方程	69
§ 3 最简单泛函的变分	72
第三章 虚位移原理	76
§ 1 约束与约束反作用	76
§ 2 自由度与广义坐标	77
§ 3 虚位移和实位移, 理想约束	78
§ 4 虚位移原理	79
第四章 分析动力学	84
§ 1 哈密顿原理	84
§ 2 拉格朗日方程	87
§ 3 质点在曲线坐标系中速度与加速度的表示式	96
§ 4 正则方程, 广义能量积分, 能量积分	97
第三篇 振 动 理 论	
第一章 多自由度的线性振动	106
§ 1 振动的微分方程	106
§ 2 主坐标和主振动	109
§ 3 频率方程和振型	111
§ 4 关于固有频率和固有振型的性质	116
§ 5 有限自由度系统的强迫振动	118
§ 6 计算最低频率(第一固有频率)的逐次逼近法	120
§ 7 无限自由度系统线性振动的简化	125
第二章 单自由度系统的非线性振动	130
§ 1 保守系统	130
§ 2 散逸系统	136

§ 3 自振系統.....	143
§ 4 非綫性系統的强迫振动.....	149
§ 5 分析方法.....	154

第四篇 自动調节理論初步

第一章 自动調节系統方程的建立	171
§ 1 汽輪机轉速的自动調节.....	171
§ 2 小型随动系統.....	180
§ 3 一般自动調节系統.....	182
第二章 綫性自动調节系統理論	185
§ 1 自动調节系統的稳定性.....	185
§ 2 一些实用的稳定性判据.....	188
§ 3 綫性系統中过渡过程的品质.....	194
§ 4 过渡过程品质的研究.....	198
第三章 非綫性自动調节系統理論	209
§ 1 相平面法.....	209
§ 2 逐点变换法.....	212
§ 3 魯尔耶-列托夫方法	216
§ 4 用諧波平衡法求周期解.....	221
第四章 特殊調节系統	233
§ 1 有时滯的綫性系統.....	233
§ 2 继电器調节系統.....	235
§ 3 脉冲調节系統.....	239
§ 4 平稳随机过程介紹.....	242

第五篇 迴轉儀的理論和应用

第一章 剛体繞固定点轉动	247
§ 1 剛体在空間中位置的決定,欧拉角和萊沙里角	247
§ 2 剛体角速度和动量矩的坐标表示.....	250
§ 3 萊沙里定理和欧拉动力学方程.....	252

§ 4 高速对称迴轉儀的近似初等理論	254
§ 5 欧拉情况	259
§ 6 拉格朗日情况	264
§ 7 在卡尔丹环中重对称迴轉儀的稳定性	274
第二章 迴轉儀的应用	280
§ 1 旋轉炮彈运动的稳定性	280
§ 2 迴轉罗盘	283
§ 3 微分迴轉儀与积分迴轉儀	289
§ 4 惯性导航原理	293

第六篇 天体力学和变质量力学

第一章 天体力学	295
§ 1 n 体問題的微分方程和初积分	295
§ 2 行星摄动运动的微分方程	299
§ 3 二体問題	301
§ 4 限制性三体問題	307
§ 5 摄动的几何解釋	316
§ 6 正则变换、哈密頓-雅可俾方程及其在摄动理論上的应用	320
§ 7 拉格朗日行星运动方程	328
§ 8 地球物理因素对卫星运行的影响	332
第二章 变质量力学	335
§ 1 問題的提出	335
§ 2 密歇尔斯基方程	336
§ 3 齐奥尔柯夫斯基第一問題	339
§ 4 齐奥尔柯夫斯基第二問題	345
§ 5 在变质量质点的运动方程中引入新的变量	351
§ 6 变质量质点在有心力作用下运动的一些最簡單的問題	352

緒 論

一、力学的研究对象

力学是研究机械运动規律的一門学科。机械运动是物質运动的最簡單形式，即物体在空間随時間而作的位置改变。

客觀世界中物質的运动，除了机械运动外，还有多种多样的形式，例如物理的、化学的运动形式等，它們是相互联系、相互依存而又相互区别的。我們研究的力学主要是研究机械运动，也就是研究运动的特殊矛盾。但是，矛盾的特殊性要与普遍性相联系，我們不應該忽視机械运动与其他运动形式的相互联系与相互依存。許多新学科如化学流体力学、电磁流体力学等的兴起，說明了考虑这种相互联系是完全必要的。此外，在突出研究机械运动的同时，也还不應該忽視它与其他形式的共同性。例如在力学中的某些振动过程与物理学(电学)中的某些振动过程可用同一类型的微分方程来描述，因而两者間有着許多共同的規律，这也就成为模拟計算机理論的基础，故在力学中也可用統一的观点来研究振动。

在力学中，由于所研究的对象与規律的不同，通常可以分为一般力学(理論力学)、流体力学和固体力学(彈性和塑性)三部分。流体力学研究液体和气体的运动規律。固体力学研究固体，主要是研究固体的变形。但这两者都是研究連續介质的运动或平衡規律，所以也可統称为連續介质力学。一般力学所研究的对象正好与連續介质力学相反，它是研究离散系統。例如，在飞机机翼的顫振問題或者空气动力对悬索桥的振动問題中，固体力学較多地从飞机机翼的强度或是桥梁的强度来研究，流体力学較多地从空

气流动的規律来研究，而一般力学所研究的則是将空气当作一个元件，机翼或桥梁当作另一个元件，着重研究这两个对象所組成的系統，以及它們相互間的作用对整个系統的影响。再如，在一个自动調节系統の个别元件中，可能主要是流体力学或固体力学の問題，而一般力学的研究对象則是整个系統，从整个系統的性能来分析問題。

一般力学就是离散系統力学。由于它和連續介質力学的研究对象不同，所用的数学工具也有不同。一般力学研究离散系統，所以主要与数学中常微分方程相联系；流体或固体力学研究連續介質，所以更多地与偏微分方程相联系。

由于連續介質の系統在一定情况下又可当作离散系統的极限情况，而离散系統中的个别元件也可以当作連續介質（离散性与連續性相互滲透、相互轉化），因而一般力学又为流体力学与固体力学提供了理論基础。例如，运动学和动力学在彈性力学、流体力学中得到广泛应用。在現代的发展中也同样可以看到这种趋势，例如，运动稳定性理論正在推广到彈性体的稳定性問題中去，結構力学中的随机荷重（风、地震）問題也在假借自动調节理論中的原理。在材料蠕变問題中，采用了彈簧阻尼器的机构来模拟和說明粘彈性材料。关于这些方面的理論，还有待于进一步发展。

二、一般力学发展簡史

力学的发展完全与生产实践和生产力的发展紧密結合。它是劳动人民在生产劳动中长期积累的經驗的总结。例如，平衡和应用杠杆原理等方面的知識，就是在許多偉大的建筑工程进行过程中积累起来的。力学在我国发展得很早，墨子在公元前四百多年就說过“力，形之所以奋也”，这說明当时对力的了解已經比較确切了；他还提出了杠杆平衡的規律。后汉时，張衡的候风地动仪是世界上最早的地震仪。不久以前，在陝西西安发掘到了陶土制的陀

螺,这更幫助我們了解我国古代的力学发展情况。

中世紀以后,由于天文和航海的发展,促进了力学的发展,十八世紀以前的工作以伽利略和牛頓的著作为代表。1686年牛頓把这些力学規律归結为三条定律,它是現代許多力学問題的基础。由于产业革命的发展,使牛頓力学完整地建立起来。随后,拉格朗日等人系統地利用数学分析的方法来解决力学問題,而創立了分析力学。这一切都是在十七、十八世紀就奠定基础的,現在往往称为古典力学。

生产力进一步向前发展,要求机械具有更精密的程度,要求考虑振动产生的影响,因而就促使了綫性振动理論的发展,这可以十九世紀末叶瑞萊(Rayleigh)的声学理論作为代表。到了二十世紀,由于无綫电技术的出現,綫性振动已不能滿足要求,因此开始发展非綫性振动理論。非綫性振动理論以非綫性微分方程为数学工具,它的发展有定性和定量两方面。現代由于生产过程向自动化发展,推动了自动調节理論的成长,而且由于它的重要性日益显示出来,自动調节理論現在已从原来的振动理論中衍生出来,单独成为一般力学的一个分支。

1957年苏联第一顆人造卫星发射成功,标志着星际航行时代的开始。它說明了在十九世紀已經得到的一些剛体动力学和天体力学的結果在新的基础上又得到了巨大发展。例如,現在的天体力学就不再是过去行星运行軌道的計算,而是根据人类的要求(例如到达月球)进行新的軌道設計了。因此,剛体动力学、天体力学以及与火箭技术相关的变質量力学就为一般力学增添了新的內容。由于这些方面的发展,对运动稳定性理論也提出了新的要求。

由于技术革命和文化革命在全国迅速开展,机械化、自动化的問題已經提到日程上,这就为一般力学的发展提供了极其有利的条件。

三、一般力学的研究方法

- 研究一般力学同研究其他学科一样,必須是理論联系实际的。我国的工农业生产正在高速度向前发展,只有貫徹理論联系实际的原則,才是唯一正确的研究方法。特別在当前,以机械化、半机械化、自动化、半自动化为中心的群众性的技术革新和技术革命运动,正在深入开展,这是一般力学发展的无穷源泉。一般力学一方面要不断地解决在工业生产和各种工程中的实际问题,并加以总结和提高,提炼出新的理論来;另一方面,由于可以广泛利用其他
- 学科中已經取得的近代实验方法和数学工具(例如計算数学、微分方程理論和数字计算机、模拟计算机等),也促使了一般力学本身向現代化发展。

第一篇 运 动 学

第一章 质点运动学

§1 空間与時間

在本书中,我們將系統地研究离散系統的机械运动規律,因而也将广泛地涉及到空間与時間的概念。

列宁說过:“世界上除了运动着的物质什么也沒有,而运动着的物质只有在空間与時間之内运动。”^① 由此可見一切运动(包括机械运动)都和時間、空間的概念有着密切的关系。而“空間和時間也不是現象的简单形式,而是存在的客觀实在形式”^②,是存在的根本条件,所以本书也就从空間、時間談起。

历史上,牛頓(Newton)提出了他对空間、時間的一套观点。他认为空間与時間是客觀地存在着的,它們作为力学过程的容器、舞台,在那里分布着物体,表演着事件,这是其唯物的一面。但是另一方面,他却把空間与時間分成絕对的与相对的两种,认为空間、時間与物质的运动是互不依賴而完全独立的,这是唯心的形而上学的观点。牛頓力学就是奠基于这样的时空观念之上的。

根据牛頓的观点,成立牛頓第二定律的系統称为慣性系統,所有慣性系統都作相对的等速直綫运动。任何系統中的時間都是一样的。由于他对空間与時間的錯誤观点而断定:这些慣性系統中

^① 唯物主义和經驗批判主义,列宁全集第十四卷,第179頁,人民出版社,1957年版。

^② 同上。