

# 材料力学 習題課指導

上册

M. L. 盧宾寧著

高等学校教学用书



# 材料力学学习题课指导

上册

M. B. 盧宾寧著  
天津大学材料力学教研室译

高等教育出版社

---

本書系根據蘇聯國立機器製造書籍出版社(Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы)出版的 М. В. 盧賓寧(М. В. Рубинин)著“材料力學習題課指導”上冊(Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов, часть I) 1953年第二版增訂版譯出的。原書經蘇聯文化部高等教育署審定作為高等工業學校教學參考書。

在書中研究解材料力學習題的方法和技術。

本書可供機器製造高等工業學校學生作為材料力學理論教程的補充教材。

原書分上下兩冊，參加上冊翻譯工作的有：嚴宗達(第一章至第四章)，耿長松(第五章至第八章)，義若暄(第九章)，楊海元(第十章至第十二章)，蔣靖(第十三章至第十四章)，陳洪興(第十五章至第十八章)，沈繼芬(第十九章至第二十一章)，陳家征(第二十二章至第二十四章)，蕭為(第二十五章至第二十七章)，畢學濤(第二十八章至第二十九章)，高瑞亭(第三十章至第三十一章)，楊慶齡(第三十二章前半部)，賈有叔(第三十二章後半部)。校訂者為嚴宗達、蘇翼林，最後校閱者為張守鑫、蘇翼林及陳家征。

## 材料力學習題課指導

上 冊

M. B. 盧賓寧著

天津大學材料力學教研室譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

蔚文印刷廠印刷 新華書店總經售

書號 635(譯 528) 開本 850×1168 1/32 印張 11 2/16 字數 281,000

一九五六年五月上海第一版

一九五六年五月上海第一次印刷

印數 1-9,000

定價(10) 1.70

## 第二版序

苏联共产党第十九次代表大会具有历史意义的各项决议表明正在苏联实现的共产主义建设的伟大。苏联人民在生活的各方面都表现出空前的创造性的热情。

此次党代表大会对高等学校及科学研究所的学者们提出了巨大而光荣的任务。在党代表大会的指示里指出：

“改进科学研究所的工作和高等学校的科学研究工作，更充分地运用科学力量来解决发展国民经济的最重要的问题，来总结先进经验，并保证把科学发现广泛地应用于实际”<sup>①</sup>。

党代表大会所通过的第五个五年计划里所规定的机器制造业发展的巨大规模，使得在第十九次党代表大会的指示中所提出的减少机器重量的任务有特别大的意义。

解决这一问题的有效办法之一，就是改善机器强度的计算方法。因而机器制造工程师和科学工作者在材料力学领域内找到了掌握和进一步发展苏联科学这一部门的新的推动力。

材料力学——关于结构强度的科学——的问题，很早以前便吸引了爱好研究的人类的智慧。在这门科学的发展中，俄国和苏联的学者及工程师们起了极大的作用。我们的同胞 Д. И. 茹拉甫斯基，А. В. 加多林，Х. С. 高洛文，И. Г. 布勃诺夫，Н. А. 别里留勃斯基的科学研究工作大大地推进了船舶制造、桥梁建造等科学的进步。

但是只有在伟大的十月社会主义革命之后，俄罗斯的科學才獲得

---

<sup>①</sup> 苏联共产党第十九次代表大会關於 1951—1955 年苏联发展第五个五年计划的指示彙編。國立政治書籍出版社，1952 年，俄文版第 28 頁。

了發揚光大。

蘇聯的工業化及隨之而產生的技術問題的意義，黨和政府對科學及科學工作者的特別注意和關懷，便保證了蘇聯學者能夠在一系列最重要和最困難的關於強度的科學領域中佔據主導地位。

A. H. 克雷洛夫, B. I. 加僚尔金, H. И. 慕斯黑利什維利, J. C. 列依奔仲, M. M. 費洛寧軻-鮑羅吉契, П. Ф. 帕普考維奇(彈性理論), И. M. 別遼耶夫, A. A. 依里由申, B. B. 索柯洛夫斯基(塑性理論), H. H. 達維靖考夫, C. B. 謝林生(材料和結構的動荷強度) B. З. 符拉索夫(薄壁桿件理論)及其他很多蘇聯學者的著作對世界科學有着巨大貢獻,並表示出蘇聯的科學已超越了外國的學者多么遠。

蘇聯學者的科學研究的特征是高深的理論價值與巨大的實用意義相結合。在先進的蘇聯科學里,理論與實踐之間的不可分割正如蘇聯的科學工作者與生產工作者的友誼不可分割一樣。蘇聯的科學乃是“……不脫離人民、不遠離人民、決心為人民服務的、決心把一切科學成果交給人民的、並且不是被強制地、而是心甘情願地為人民服務的科學”<sup>①</sup>。

這一重要的原則已貫穿在蘇聯高等學校的全部教學工作中。

在材料力學的習題課方面,理論與實踐是始終互相交錯着的,任何習題的解答在每一步驟上都將由於相應的理論原理而加強認識。

由以上所說的可以看出:像理論教程反映講課過程一樣,有一本能反映習題課教學過程的書是多么重要。本書乃是解決這一教學法問題的嘗試,同時也是材料力學理論教程的補充教材,但決不能代替教科書。

此書是按照機器制造高等學校的教學大綱編寫的。

這本書乃是這一著作的上冊,它從支座反力一篇開始而以講述桿件的撓曲軸這課題為結束。

<sup>①</sup> 斯大林同志 1938 年 5 月 17 日在克里姆林宮招待高等學校工作人員會上的演說。國立政治書籍出版社, 1938 年,俄文版第 3 頁。

書中的每一章都由與該課題有關的基本理論的簡述和一系列逐漸複雜的習題所組成，簡述的完備程度隨着參考書中這一問題的說明程度而不同。在研究每一習題時，都要貫徹並強調一般的教學法思想和解題的方法。蘇聯高等學校的一個重要原則是盡量鼓勵學生的獨立工作，本書應該促進學生這一最重要的學習工作方法的發展。

在本書上冊的第二版中把鉚接和銲接的計算除去了，因為這一課題已從材料力學大綱中刪去了。

由於已喪失了實用意義，彈性曲線圖解分析法的研究也已刪去了，還取消了和縮簡了某些理論的推導，列入了許多補充習題。在每章最後都援引了幾個典型習題給學生獨立解答，文字上都全部重新修改了一遍。

在準備第二版時，作者得以考慮許多教研組和個人所發表的批評意見獲益非淺，因此作者請求把有關本書缺點的意見通知出版社，為此預先致以謝意。

最後，作者認為必須指出：在本書中反映了莫斯科化工機器製造學院材料力學教研組在二十多年的工作期間中所積累起來的集體經驗。

# 上册目錄

## 第二版序

## 第一篇 支座反力

第一章 約束及支座	1
§ 1. 結構的約束	1
§ 2. 約束反作用力,作用力和反作用力	2
第二章 約束及支座之分類	3
§ 3. 約束的形式,支座	3
§ 4. 任意形狀的物体固定的例子	3
§ 5. 桿的概念	4
§ 6. 桿的支座形式	5
第三章 在集中力作用下支座反力的确定	7
§ 7. 具有一个單約束支座和一个二約束支座的結構	7
§ 8. 具有中間鉸的結構	8
§ 9. 空間系統	10
第四章 在集中荷重及分佈荷重作用下支座反力的确定	12
§ 10. 荷重的種類	12
§ 11. 具有一个三約束支座的結構	14
§ 12. 具有三个單約束支座的結構	15
§ 13. 不能保証平衡的約束	16
§ 14. 習題	17

## 第二篇 拉伸(压縮)

第五章 法向(縱向)力	18
§ 15. 內力与變形形式的概念	18
§ 16. 法向力的确定	20

§ 17. 法向力符号的規則	21
§ 18. 繪法向力圖的例題	22
第六章 斷面上的應力	24
§ 19. 基本原理与公式	24
§ 20. 一端固定的桿件的例題	26
§ 21. 鉸接桿系的例題	28
第七章 斜斷面上的應力	30
§ 22. 基本原理与公式	30
§ 23. 例題	33
第八章 變形与位移	34
§ 24. 變形	34
§ 25. 位移	40
§ 26. 例題	41
第九章 靜不定系統	55
§ 27. “多余”約束	55
§ 28. 基本解法	56
§ 29. 解剛性“多余”約束的靜不定系統的例題	57
§ 30. 解彈性“多余”約束的靜不定系統的例題	63
§ 31. 結論	82
§ 32. 習題	82

### 第三篇 扭轉

第十章 扭矩	85
§ 33. 扭矩的确定	85
§ 34. 關於扭矩的符号	86
§ 35. 画扭矩圖举例	86
第十一章 橫斷面上的應力	89
§ 36. 斷面平面假設及桿橫斷面的形式	89
§ 37. 在圓斷面情形下的應力 $\tau_z$ 及強度条件	90
§ 38. 在矩形斷面及由薄條組成的斷面上的應力 $\tau_z$ 及強度条件	91
§ 39. 強度計算举例	93
第十二章 斜斷面上的應力	101

§ 40. 基本原理和公式	101
§ 41. 例題	102
<b>第十三章 變形及位移</b>	<b>105</b>
§ 42. 變形	105
§ 43. 位移	106
§ 44. 例題	108
<b>第十四章 靜不定問題</b>	<b>113</b>
§ 45. 解題之方法	113
§ 46. 解靜不定問題的例題	114
§ 47. 習題	121

## 第四篇 靜矩及慣性矩

<b>第十五章 慣性矩的解析研究</b>	<b>123</b>
§ 48. 基本原理	123
§ 49. 對傾斜軸的變換公式	124
§ 50. 由重心軸到平行軸的變換公式	126
§ 51. 主慣性軸與主慣性矩	127
<b>第十六章 慣性矩的圖解研究</b>	<b>127</b>
§ 52. 慣性圓	127
§ 53. 慣性矩的最大及最小值，主軸之特性	130
§ 54. 慣性圓之主點	131
§ 55. 慣性圓的實際應用	132
<b>第十七章 簡單圖形之慣性矩</b>	<b>135</b>
§ 56. 概論	135
§ 57. 例題	135
<b>第十八章 複雜圖形之慣性矩</b>	<b>138</b>
§ 58. 概論	138
§ 59. 非標準断面之例題	138
§ 60. 由標準断面組成的断面之例題	140
§ 61. 習題	145

## 第五篇 點的應力狀態

第十九章 平面应力状态	146
§ 62. 概論	146
§ 63. 微体内微分面的類別	147
§ 64. 垂直於不受应力平面的各微分面	148
§ 65. 主平面及主应力	149
§ 66. 慣性矩和应力之間的數學上的相似性	149
§ 67. 平面应力状态的公式對於空間应力状态某些情形的適用	152
§ 68. 垂直於主平面的微分面	154
§ 69. 对三个主平面均傾斜的微分面	155
第二十章 空間应力状态	156
§ 70. 基本概念及結論	156
§ 71. 体積變形与形狀變形, 应力球張量及应力偏量	158
第二十一章 傾斜平面上的应力	160
§ 72. 例題	160
§ 73. 習題	171
<b>第六篇 等直梁的彎曲</b>	
第二十二章 彎曲的形式	172
§ 74. 由垂直於和平行於梁軸的力所發生的彎曲	172
§ 75. 力線和中性軸, 直彎曲和斜彎曲	173
§ 76. 純彎曲	173
§ 77. 關於中性軸的位置	174
第二十三章 彎矩和切力	175
§ 78. 確定的方法	175
§ 79. 關於坐標軸的選擇	176
§ 80. 關於切力和彎矩間的微分關係	176
§ 81. 關於荷重強度和切力間的微分關係	177
第二十四章 水平梁在橫向彎曲時 $Q$ 和 $M_{us}$ 圖的繪制	178
§ 82. $Q$ 和 $M_{us}$ 符号的規定	178
§ 83. 例題	179
第二十五章 平面剛架系統內力圖的繪制	193
§ 84. 平面剛架系統的概念	193

§ 85. 內力的确定	194
§ 86. 內力的符号	195
§ 87. 繪制內力圖的例題	197
§ 88. 習題	214
<b>第二十六章 在純彎曲情況下橫斷面上的应力</b>	<b>215</b>
§ 89. 基本原理及公式	215
§ 90. 矩形斷面梁的計算例題	216
<b>第二十七章 在梁对称平面內的橫向彎曲情況下橫斷面內的应力</b>	<b>217</b>
§ 91. 基本原理及公式	217
§ 92. 矩形、圓形及 T 字形斷面的梁的強度計算例題	218
<b>第二十八章 在彎曲的桿件內斜斷面上的应力</b>	<b>229</b>
§ 93. 应力公式, 主平面, 主应力	229
§ 94. 例題	230
§ 95. 習題	243
<b>第二十九章 当力線不是橫斷面的对称軸時的直彎曲</b>	<b>244</b>
§ 96. 概論	244
§ 97. 工字斷面梁的举例	245
§ 98. 槽形斷面梁和角形斷面梁的举例, 彎曲中心	248
§ 99. 例題	251
<b>第三十章 橫向斜彎曲</b>	<b>254</b>
§ 100. 基本概念	254
§ 101. 中性軸方向的确定	256
§ 102. 例題	256
§ 103. 習題	269
<b>第三十一章 桿受偏心縱向力的作用</b>	<b>270</b>
§ 104. 基本概念	270
§ 105. 例題	273
§ 106. 斷面核心	276
§ 107. 兩斷面核心的例題	277
§ 108. 習題	281
<b>第三十二章 彎曲時的變形及位移</b>	<b>282</b>

§ 109. 彎曲變形的基本概念	282
§ 110. 彎曲時位移的基本概念	283
§ 111. 絕對位移及積分常數的作用	285
§ 112. 例題	287
§ 113. 積分常數的相等	295
§ 114. 例題	300
§ 115. 積分常數的物理意義	319
§ 116. 梁撓曲軸的一般方程式	319
§ 117. 例題	321
§ 118. 習題	327

## 附 錄

I. 几种鋼的性質	329
II. 彈性系數及波桑系數	330
III. 在1°C時的線膨脹系數 $\alpha$	330
IV. 普通輾鋼規格	331
俄、英、中文度量衡單位符号对照表	340

# 第一篇 支座反力

## 第一章 約束及支座

### § 1. 結構的約束

在任意力系作用之下的物体，顯然可產生各種位移<sup>①</sup>。設計任何結構時，我們不能允許該結構或其個別部分在空間任意移動。使用結構時，或者要求它在空間佔有固定不變的位置，或者要求其運動有固定的性質。為滿足這一要求，必須在結構上加以約束以完全地或部分地阻止其運動<sup>②</sup>。

固定不動的結構所需的約束數目可由下面所講的弄清楚。物体的任意位移，永遠可以分解成六個分量：沿三個選定的坐標軸方向之三個線位移及繞此三個坐標軸的三個角位移（旋轉）。

由此可以說，物体具有六個自由度。所謂約束即指消除了可能的位移分量之一的構件，我們可得出結論，為了使物体固定不動必須加上六個約束。

若將問題僅限制在下面的情形，即所有作用於結構上之力均位於一個平面內，則自由度的數目將減少到三個，因為在這

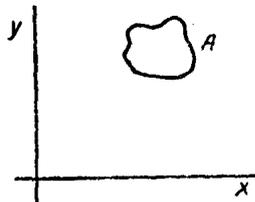


圖 1

① 此處所指的是整個物体的位移，而不是和物体變形有關的各個點間之相對位移。

② 在計算運動着的物体的強度時，須加入（除已知荷重外）慣性力，然後可認為物体是不動的。

种情形下，物体  $A$  (圖 1) 只可能沿  $X$  軸及  $Y$  軸作線移動及圍繞垂直於  $XY$  平面的軸而旋轉。所以對於这种情形，為了保證物体的固定不動有三個約束就足夠了。

## § 2. 約束反作用力，作用力和反作用力

若在物体上作用有任意荷重，則在物体上之約束處也有力發生。約束作用於物体的力恰為阻止物体運動的力。

荷重力及約束力對物体而言均為外力。但是考慮到它們發生的條件的不同，前者可稱為作用外力，而後者可稱為反作用外力。

因為所有材料力學的問題都是研究物体在外力作用下所生的內力及變形。所以，顯然只有在所有外力包括作用力及反作用力均為已知之後，才能開始解此等問題<sup>①</sup>。作用力——荷重——是已給的。所以反作用力的確定通常是材料力學問題的第一步運算。

前面已經確定，在空間情形下要保證固定不動，則約束的最少數目是六個，在平面情形里是三個。同時，因為物体由於所加的約束而處於平衡，故加在物体上之外力（作用力及反作用力）系應當滿足靜力平衡的方程式。在空間問題中，靜力平衡方程式是六個，而在平面問題中是三個。由此得出，若加於物体上的約束的數目是最小（必要的和充足的）時，則這些約束的反力可由靜力方程式定出。 這樣的問題稱為靜定問題。

若在平面問題中，物体上加有多於三個的約束或在空間問題中有多於六個的約束，則未知的反力將多於靜力方程式的數目。在這種情形反力是不能只用靜力方程式來確定的。這樣的問題稱為靜不定問題，其解決需要特殊的方法。

---

① 所謂的懸臂結構是例外的，但它們並不是具有代表性的。

## 第二章 約束及支座之分類

### § 3. 約束的形式. 支座

線約束的結構形式是一個一端鉸接<sup>①</sup>於被約束着的物體而另端鉸接於一固定點的桿。這樣的約束只阻止一種形式的運動——物體沿約束本身方向的位移，因而可以稱為線約束。

約束可分為彈性約束和剛性約束。

彈性約束是指可以變形的約束。剛性約束是指變形很小的約束，這種變形常可忽略。

考慮到彈性約束的變形，則彈性約束的作用點即保持有沿此約束方向產生位移的可能性。

剛性約束的作用點沿其約束的方向是完全固定的（不能移動的）。在以後除非特別說明，我們將僅討論剛性約束。

約束的作用點稱為支座點或簡稱支座。在同一個支座點上可按置一個或幾個約束。

### § 4. 任意形狀的物體固定的例子

在圖 2 中示一物體  $A$ ，依次用三個桿形約束來固定。在按置 № 1 桿之後物體  $A$  即不能沿  $KB$  方向作線移動，但仍保持有垂直於此方向移動和圍繞直線  $KB$  上任一點而旋轉的可能性。按置 № 2 桿之後物體又不能垂直於  $KB$  而移動；這樣物體就完全不能作線移動。

但是，如同約束 № 1 不能阻止物體圍繞直線  $KB$  上任一點而旋轉

---

<sup>①</sup> 鉸鏈保證其所連接物體之間的線約束，但仍保持物體相對旋轉的可能性。門窗的折頁可以作為鉸鏈的最簡單的例子。

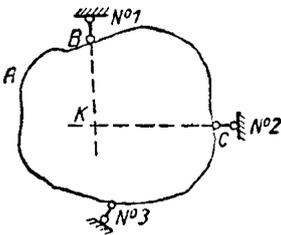


圖 2

一样，約束 № 2 也容許物体圍繞直線  $KC$  上任一點而旋轉。所以此二方向的交點（點  $K$ ）即成為物体可能旋轉的中心。這情形是可以預料的，因為兩個約束不能使物体失去三個自由度。約束 № 3 的建立使物体失去繞  $K$  點旋轉的可能性，因而和約束 № 1 及 № 2 一起保證了物体的固定不動。

### § 5. 桿的概念

每一固体按其不同方向的尺寸比例之不同，可屬於下列三類之一。

1. 物体的所有尺寸均為同級量（圖 3, a）；這樣的物体可稱為塊體。

2. 物体的一個尺寸與其他尺寸相比是很小的（圖 3, b）；這樣的物体稱為殼。

3. 物体的一個尺寸與其他尺寸相比是很大的（圖 3, c）；這樣的物体稱為桿<sup>①</sup>。

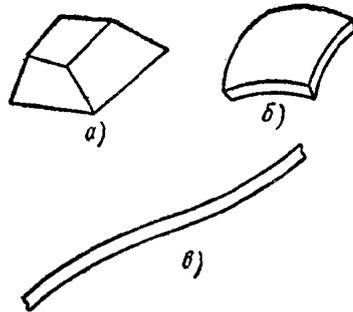


圖 3

在材料力學的課程中，除去很少的例外，一般只研究桿，特別是具有直線軸的桿。對此類形式的物体所以如此重視，可由下面事實來闡明，即在实际問題中的絕大多數情形，結構的計算簡圖均可化為直線桿或直線桿系（桁架、剛架）。

垂直於桿軸的斷面稱為橫斷面。

<sup>①</sup> 桿也可以定義為這樣的物体，即由平面圖形（斷面）沿一定基準線（桿軸）運動所形成的物体。

在材料力學中，認為桿在任何影響下(即在任何變形下)屬於同一斷面的所有點均保持不變的相對位置。在此假設下桿的每一橫斷面將如一個絕對剛硬的平板，在圖上常以一點——其本身重心，表示之。

在以后談到桿上任一點時，我們是指其相應的橫斷面。

## § 6. 桿的支座形式

在桿的同一支座點(支座斷面)上，可集中有幾個約束。為了支座的完全固定不動須在此支座上加上六個約束。當約束數目較少時，支座將僅是部分的固定不動，即在約束所加的方向是固定不動的。

以后我們將主要研究平面問題。在此情形下，在一個支座上所加於桿件的約束數目可變化於由一到三之間。

因此在平面問題中通常將支座分為三種。

### 1. 單約束支座

在支座點上加有一個線約束。

支座點及整個物體在所加約束的方向上失去了移動的可能性。

物體保持有：(a)在垂直於所加約束的方向上移動的可能性，及(b)繞支座點旋轉的可能性。

因為保持有兩個自由度，這種約束被稱為可動鉸鏈支座。支座的圖形可用二法(圖 4, a 及 b)之一來表示。這樣的支座對應着一個未知支座反力(顯然，未知反力的數目永遠等於所失去的自由度的數目)。

在圖 4, c 中示出對應於這樣支座的反作用力。



圖 4