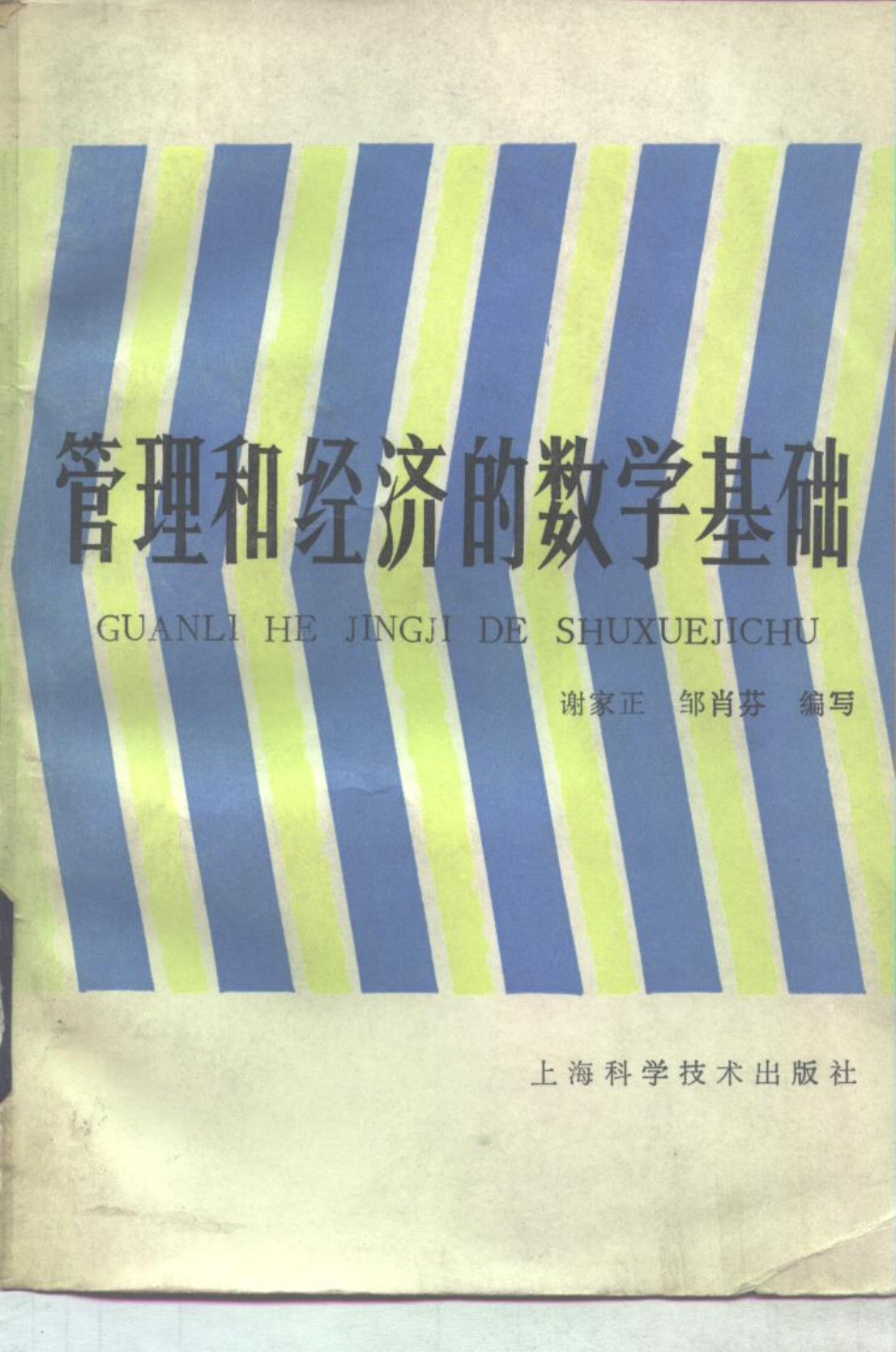




管理和经济的数学基础

GUANLI HE JINGJI DE SHUXUEJICHU

谢家正 邹肖芬 编写

上海科学技术出版社

管理和经济的数学基础

谢家正 邹肖芬 编写

上海科学技术出版社

管理和经济的数学基础

谢家正 邹肖芬 编写

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 浙江湖州印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 19.125 字数 423,000

1985 年 8 月第 1 版 1985 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1—19,700

统一书号: 13119·7131 定价 3.50 元

前 言

许多在职的企业管理干部,希望学习现代管理科学知识。但是,现代管理科学书籍中应用的大量数学概念、符号和方法又使他们望而生畏。

确实,近二十年来管理科学的高速发展,已使它从传统的单纯的管理方法变成了一门包罗万象的综合性科学。它把管理和经济学、数学、电子计算技术乃至生理学、心理学、社会学等许多学科结合起来,应用了这些学科中的许多新成就,使管理科学达到了前所未有的水平。其中最显著的是数学工具的广泛应用。

在管理科学的各个分科中例如宏观经济分析、经营分析、时间动作研究、质量控制、价值工程、可靠性工程、市场经济预测、决策分析、运筹学、系统工程、人类工程学和行为科学等等都大量地应用从初等数学、数学分析、线性代数、概率论、数理统计等方面的知识。特别是作为现代管理科学的重要组成部分的运筹学,被用于专门解决复杂经营问题的实验研究,它包括了从库存论到各种奇特的规划论。例如,回归分析、线性规划、系统仿真、网络图论、排队论、动态规划、博弈论和非线性规划等等。所需的数学知识是极其广泛深入的。

本书对象是具备中学程度或只学过一些针对理工科的数学分析的在职干部,学习的目的主要是应用而不是研究。目前国内尚无适当的书籍,本书紧密结合管理和经济的内容,在

保持数学体系完整的前提下尽可能选择有实用意义的数学概念和方法。压缩那些较抽象或应用较少的内容。使读者能在尽可能少的时间内解决数学知识不足的问题。一个在职干部用大约一年的时间，自学完本书即能学会管理科学中必需的初等数学、解析几何、数学分析、线性代数、概率论和数理统计、线性规划和一元回归方法等的基本内容。如果有机会参加管理知识训练班，则可在大约 144 学时中学完。

笔者由直接从事在职干部管理数学教学的经验出发，参阅了国内外大量的有关教材，注意了数学体系的传统性，使部分希望今后进一步深入学习数学知识的读者得到满足。

本书引用了大量的管理科学中的实例，来作为有关内容的例题。读者可从这些例题中了解数学概念和方法在管理科学中是怎样被应用的。具有实践经验的读者将受到启发，在实践中进一步发挥和应用这些方法。但是，需要说明的是，这些例子都是从管理科学的各个分科零碎摘引下来的，它既不能代表所涉及数学内容在管理科学中的全部应用，也不能被看成是完整的管理科学本身。所以编写时尽可能把实例放在各章节的最后，在讲清数学概念和方法以后进行讨论。使读者能把注意力首先集中在数学上，今后能针对所面临的各种不同的问题，灵活运用所学到的数学工具。

在每节后附有少量习题，帮助读者理解和巩固该内容。部分章后有一个快速的是非测验题，主要目的是供读者测试自己对基本概念和方法的理解程度。所规定时间仅供参考。对基础较差或年龄较大的读者，可以适当延长时间到 1.5 倍或 2 倍。习题的参考答案附于书后。

如果读者能够备一个带指数函数和对数函数功能的电子计算器，则可以节省很多计算的时间和提高计算的正确性，从

而提高学习效率。

本书承业师上海交通大学管理学院顾问周志诚教授、副院长潘介人副教授和运筹教研室主任黄洁纲副教授审阅并修改,在此向三位导师表示衷心感谢。

编者 1983. 5.

目 录

1. 预备知识	1
1-1 实数	1
1-2 整式	4
1-3 分式	7
1-4 根式	9
1-5 指数	12
1-6 一元方程	13
2. 一次方程和直线	18
2-1 坐标系	18
2-2 二元一次方程和直线	23
2-3 方程组和曲线交点	30
2-4 线性方程在经营分析上的应用	36
3. 集合论基础	50
3-1 集合概念	50
3-2 集合的运算	54
3-3 集合的图示	57
3-4 有限集元素的计数	62
3-5 有序集和乘积集	66
3-6 区间和区域	67
4. 不等式和绝对值	72
4-1 不等式及其性质	72
4-2 一元一次不等式	74
4-3 一元二次不等式	80

4-4	二元一次不等式	86
4-5	绝对值的性质	90
5.	函数概念和管理常用函数	97
5-1	函数概念	97
5-2	函数的性质	104
5-3	二次函数和抛物线	108
5-4	其它简单函数	114
5-5	函数的复合	118
5-6	隐函数和反函数	119
5-7	经济学中的其它函数	124
6.	指数函数和对数函数	129
6-1	指数函数	129
6-2	对数函数	136
6-3	现值和贴现率	142
6-4	常数 e 和连续复利	145
7.	数列和财务数学	154
7-1	等差数列	155
7-2	等比数列	160
7-3	管理会计实例	164
8.	极限和连续	170
8-1	极限	170
8-2	极限的运算性质	176
8-3	函数的连续性	180
8-4	管理和经济学中函数的连续性	183
9.	导数和边际分析	189
9-1	增量与变化率	189
9-2	导数	194
9-3	基本导数表	199
9-4	边际分析	204

10. 可导性和各种求导法	215
10-1 左右导数和可导性	215
10-2 复合函数求导法	219
10-3 隐函数求导法	224
10-4 高阶导数	229
10-5 对数求导法和弹性分析	231
10-6 微分概念	235
11. 描图法和一元优化	239
11-1 函数的增减性和凹性	239
11-2 局部极值点和拐点	245
11-3 曲线的渐近线	251
11-4 曲线描绘	254
11-5 一元优化和最优库存量	258
11-6 罗必大法则	268
12. 积分	272
12-1 原函数和不定积分	272
12-2 换元法和分部积分法	277
12-3 定积分定义、性质和计算	282
12-4 曲线下的面积	286
12-5 管理和经济理论中的积分	293
12-6 积分限无限的广义积分	303
13. 多元函数的微分法	307
13-1 多元函数及其定义域	307
13-2 偏导数	314
13-3 偏导数在经营管理中的应用	319
13-4 多元函数的极值	328
13-5 有约束优化——拉格朗日乘数法则	336
13-6 最小二乘法	346

14. 概率	355
14-1 基本事件空间和事件	355
14-2 概率	361
14-3 条件概率和乘法公式	368
14-4 排列和组合	375
14-5 伯努利试验和二项概率	381
15. 随机变量与概率分布	387
15-1 随机变量	387
15-2 离散随机变量	388
15-3 连续随机变量	395
15-4 期望值和方差	405
16. 统计方法	411
16-1 总体和样本	411
16-2 统计整理	413
16-3 统计分析, 统计均值和方差的计算	416
16-4 统计分布规律	421
17. 矩阵代数	425
17-1 矩阵	425
17-2 矩阵的乘法	431
17-3 用矩阵行变换解线性方程组	441
17-4 奇异方程组	447
17-5 矩阵的其它应用	452
18. 逆矩阵和行列式	457
18-1 方阵的逆矩阵	457
18-2 投入产出模型	463
18-3 行列式	469
18-4 用行列式计算逆矩阵	476
19. 线性规划	483
19-1 线性优化问题	483

19-2	图解法解二元线性规划	489
19-3	列举法	496
19-4	单纯形表的迭代	498
19-5	单纯形法	505
19-6	人工变量和二阶段法	514
20.	图论方法	522
20-1	图的概念	522
20-2	树和最小树	528
20-3	物资调运与图上作业法	534
20-4	网络分析和统筹方法	540
20-5	网络分析中几个较深入的问题	552
	习题参考答案	566



预备知识

本章复习初中代数的重要概念，这些知识是学习以后各章所必须掌握的数学基础。

读者可以通过每节所附练习来检查自己目前对这些知识的掌握程度。需要更详细复习这些内容的读者可以参考工农业余中等学校初中数学课本。

1-1 实数

数由最基本的自然数逐步扩充到实数的过程如图 1-1 所示。

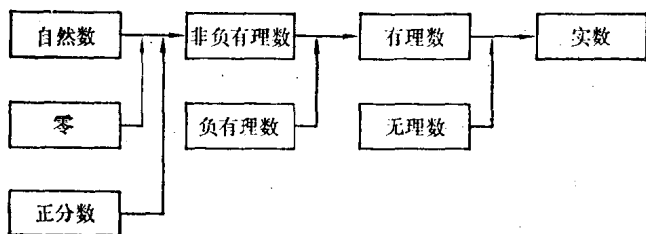


图 1-1 数的扩充

自然数起源于计数。引入零是为了表示没有东西。引入分数是为了表示部分。引入负数是为了表示相反意义的量。有理数是初中代数的基础。一切有理数都可以表示成分数 $\frac{q}{p}$ (p 和 q 是整数) 的形式，也可以表示成小数或者无限循环小数的形式。而现实中存在的无限不循环小数就称为无理数。

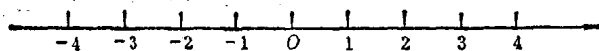


图 1-2 数轴

在一条直线上取定一点 O 称为原点，取定一个方向作为正方向，再取一个长度单位表示 1. 这样就得到了一根数轴 (图 1-2). 每一个实数都可以在数轴上找到一个而且只有一个表示它的点. 反之，数轴上的每一点也必定表示一个而且只有一个实数. 在零的正方向一侧的点表示正数，而另一侧的点表示负数.

一个数 a 离开原点的距离，称为 a 的绝对值，记为 $|a|$. 由于距离是不考虑符号的量，因此正数的绝对值就是本身，负数的绝对值是这个负数的相反数，零的绝对值是零，即

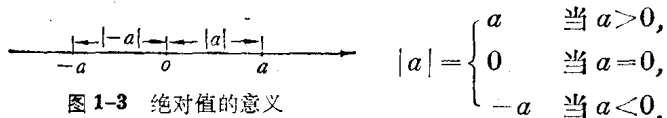


图 1-3 绝对值的意义

实数的运算以加与乘为基础:

1. 加法: 同号二数相加, 取相同的符号并把绝对值相加. 异号二数相加, 取绝对值大的数的符号, 并把绝对值相减(大减小).

2. 乘法: 同号取正, 异号取负. 把绝对值相乘.

3. 减法: 减去一个数等于加上这个数的相反数,

$$a - b = a + (-b).$$

4. 除法: 除以一个数等于乘以这个数的倒数.

$$a \div b = a \times \frac{1}{b}.$$

5. 乘方: a 的 n 次方(n 是正整数)等于 n 个 a 连乘.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个}}$$

6. 开方: a 开 n 次方就是求数 x 使 $x^n = a$.

实数的运算性质有:

1. 加法交换律: $a + b = b + a$.

2. 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

3. 乘法交换律: $ab = ba$.

4. 乘法结合律: $(ab)c = a(bc)$.

5. 乘法分配律: $a(b + c) = ab + ac$.

6. 减法性质: $a - (b + c) = a - b - c$.

7. 除法性质: $(a + b) \div c = a \div c + b \div c$.

实数的运算顺序:

1. 没有括号时, 先乘方、开方, 再乘除, 后加减. 同一种运算先左后右.

2. 有括号时先做括号中的.

练习 1-1

1. 画一条数轴并找出表示下列各数的点:

$$3, -4, -1\frac{3}{4}, 0, \sqrt{2}, \pi.$$

2. 写出: (1) 6 的绝对值; (2) 绝对值等于 6 的数; (3) 任意实数 x 的绝对值.

3. 计算:

$$(1) (-1)^3 - \left(-5\frac{1}{2}\right) \times \frac{4}{11} + (-2)^3 \div [(-3)^2 + 7];$$

$$(2) (-12) \div (-3) + (-15) \div 5;$$

$$(3) (-12) \div [(-3) + (-15)] \div 5;$$

$$(4) (-12) \div [(-3) + (-15) \div 5];$$

$$(5) [0 - (-3)] \div (-6) - (-12) \div [(-3) + (-5)];$$

$$(6) 2^2 \times 5^3 \div \{-1476 - [-220 - 80 \div (-2^2)] \times 5\} \times (-119).$$

1-2 整式

用运算符号把数字或者字母表示的数连接起来所得的代数式是代数学的主角。按所含有的运算种类，在图 1-4 的分类法。

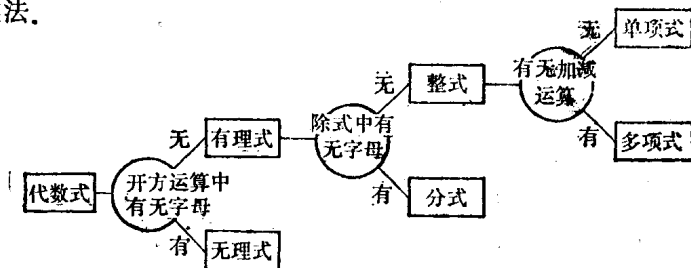


图 1-4 代数式的分类

单项式是只含有乘法(包括乘方和数的除法)的式子。多项式是单项式的和，它们合起来称为整式。

字母和它们的指数都相同的单项式称为同类项。单、多项式的加减法，就是同类项的合并。

单项式的乘法和除法，除了把系数相应地乘除外，还需依如下乘幂法则做相同字母的指数运算：

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n},$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n},$$

$$(ab)^n = a^n b^n,$$

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

例 1. $3a^3x^2(-5a^2bx) = -15a^5bx^3.$

例 2. $(-ax^4y^3) \div \left(-\frac{5}{6}axy^2\right) = \frac{6}{5}x^3y$

多项式乘法依据逐项相乘的法则：

$$(a+b+c)(m+n) = am+bm+cm+an+bn+cn.$$

$$\begin{aligned}\text{例 3. } (2x+3)(4x-5) &= 8x^2+12x-10x-15 \\ &= 8x^2+2x-15.\end{aligned}$$

如下几种特别形式的多项式乘法和乘方, 是经常遇到的. 为了方便把它们写成公式, 称为乘法公式:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2,$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2,$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3,$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3,$$

$$(a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + b^{n-1}) = a^n - b^n.$$

第四组公式必须注意二个括号中的符号. 最后一个公式没有学过的读者, 不难用直接相乘来验证它.

与多项式乘法相反的过程, 即把一个多项式分解成几个多项式相乘的形式也非常重要. 这个过程称为因式分解, 它的基本方法有:

1. 提取公因式: $am+bm-cm = m(a+b-c)$.

2. 利用乘法公式(从右向左).

3. 分组分解:

$$\begin{aligned}ax+bx+cx+ay+by+cy \\ &= (a+b+c)x + (a+b+c)y \\ &= (a+b+c)(x+y).\end{aligned}$$

4. 十字相乘法: $x^2 + (b+d)x + bd = (x+b)(x+d)$

或者 $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$.

为了便于记忆, 常利用

$$\begin{array}{ccc} 1 & \nearrow & b \\ & \times & \\ 1 & \searrow & d \end{array} \quad \text{或者} \quad \begin{array}{ccc} a & \nearrow & b \\ & \times & \\ c & \searrow & d \end{array}$$

的形式. 第一列数乘积为二次项系数, 第二列数相乘是常数

项, 而十字交叉乘积之和就是一次项系数. 二个因式的系数按横行写出.

例 4. $3x^2 - 7x + 2 = (x - 2)(3x - 1)$

$$\begin{array}{cc} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{array}$$

例 5. $6x^2 - 7xy - 3y^2 = (2x - 3y)(3x + y)$

$$\begin{array}{cc} 2 & -3y \\ 3 & y \end{array}$$

例 6.

$$x^6 - 3x^4 + 2x^2 = x^2(x^4 - 3x^2 + 2) \quad (\text{提取公因式})$$

$$= x^2(x^2 - 1)(x^2 - 2) \quad (\text{十字相乘法})$$

$$= x^2(x + 1)(x - 1)(x^2 - 2) \quad (\text{公式法})$$

例 7. $x^2 + 3xy + 2y^2 + 2x + 4y$

$$= (x^2 + 3xy + 2y^2) + (2x + 4y) \quad (\text{分组})$$

$$= (x + 2y)(x + y) + 2(x + 2y)$$

十字相乘法和提取公因式)

$$= (x + 2y)(x + y + 2) \quad (\text{提取公因式})$$

练习 1-2

1. 设 $A = 3x - 2$, $B = 2x + 5$, 求

(1) $A + B$, (2) $A - B$, (5) AB , (4) A^2 , (5) $A^2 - B^2$

2. 利用乘法公式计算:

(1) $(2x + 3)(2x - 3)$;

(2) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$;

(3) $(a^2 + b^2)^3$;

(4) $\left(\frac{1}{2}a - 2b\right)\left(\frac{1}{4}a^2 + 4b^2 + ab\right)$;

(5) 0.98^3 (精确到小数点二位).

3. 因式分解:

(1) $x^3y - xy^3$;

(2) $3a^2 - 7a - 6$;