

高等学校教学用书

机械优化设计方法

冶金工业出版社

高等学校教学用书

机械优化设计方法

北京钢铁学院 陈立周 主编

冶金工业出版社

高等学校教学用书

机械优化设计方法

北京钢铁学院 陈立周 主编

*
冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街莱祝院北巷 39 号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张 12 3/4 字数 298 千字

1985年 6 月第一版 1985年 6 月第一次印刷

印数 00,001~13,000 册

统一书号：15062·4267 定价**2.30**元

前　　言

本书系根据1982年制订的冶金部教材编写出版规划及次年拟定的“机械优化设计方法”(40~60学时)编写大纲编写的。

机械优化设计是机械设计理论和技术发展中的一门新兴学科，它的基本思想是：根据机械设计的一般理论、方法以及设计规范和行业标准等，把工程设计问题按照具体要求建立一个能体现设计问题的数学模型，然后采用最优化技术与计算机计算技术自动找出它的最优方案，使问题的解决在某种意义上达到无可争议的完善化。显然，这门新兴的科学技术对于进一步提高机械设计水平、改进机械产品质量、发展计算机辅助设计将起到重要的作用。实践越来越证明，机械优化设计方法是解决复杂设计问题的一种有效手段。为此，对于机械工程各专业的高年级学生，在学完设计课程中有关机构、零部件和机械系统一般设计理论与方法的基础上，继续学习机械优化设计的一些最基本概念、理论和方法，开拓优化设计的思想，掌握优化设计的方法是十分必要的。

本书试图把机械工程设计实践中应用的最优化技术和计算机技术结合起来融为一体，介绍有关机械优化设计的最主要的理论和方法，以及这门新兴技术科学现状与发展方面的一些知识。本书内容包括两大部分：第一部分是从第一章至第五章，主要讲述机械优化设计的基本概念、理论及目前常用的一些优化设计方法等；第二部分是从第六章至第九章，主要讲述机械优化设计中各种类型问题的一些处理方法及其经验，其中包括了当前机械优化设计理论与方法发展中的几个问题，如多目标优化设计方法、混合离散变量优化设计方法、优化设计结果的灵敏度分析等。由于篇幅所限，本书尚未包括线性规划、动态规划、状态空间法等一些优化技术以及最优化方法中的一些新方法，如广义简约梯度法、二次规划法等，同时尚未涉及机械优化设计的概率数学模型方面的问题。

参加本书编写的有：陈立周(第四章的§4-4、第六章至第九章)，周培德(绪论、第三、五章)，高云章(第一、二章、第四章的§4-1~§4-3)等同志。陈立周同志担任主编，路鹏和孙成宪同志协助进行了某些章节的整理工作。

参加本书审稿的有：东北工学院郑榕之副教授、合肥工业大学马同春副教授、华南工学院黎桂英、西安冶金建筑学院李建华、中南矿冶学院吴今谷、江西冶金学院张春于、北京钢铁学院孙遇春等同志。他们认真细致地审阅了书稿的各章内容，并提出了许多宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

本书作为机械工程专业的教学用书，亦可作为相近工科专业的教学参考书。在使用本教材时，各校可根据安排的教学时数和学生情况选用内容，对于40左右学时的，建议选用前六章内容，后面几章可以作为选讲的内容。此外，本书亦可供机械工程技术人员、科研工作者和管理干部自学与参考。自学者在阅读本书前必须具备相应的数学知识、计算机计算技术和机械设计有关的基本知识。

鉴于近年来机械优化设计涉及的理论与方法非常广泛，发展极其迅速，又限于我们的教学经验和水平，书中不妥和疏漏之处在所难免，恳请读者批评指正。

1984年6月于北京

目 录

前 言

绪 论 1

 § 0-1 什么叫机械优化设计 1

 § 0-2 优化设计在机械设计中的作用 4

 § 0-3 机械优化设计发展概况 6

第一章 机械优化设计的基本术语和数学模型 8

 § 1-1 几个机械优化设计问题的示例 8

 一、零件结构参数的优化 8

 二、部件参数的优化 10

 三、连杆机构参数的优化 13

 四、系统参数的优化 14

 § 1-2 机械优化设计的基本术语 16

 一、设计变量 17

 二、目标函数 18

 三、设计约束 19

 § 1-3 机械优化设计的数学模型及其分类 21

 一、确定型模型和随机型模型 21

 二、按目标函数和约束函数的性质分类 22

 三、按数学模型中设计变量和约束条件数量的分类 22

 § 1-4 优化设计的一般过程及其几何解释 23

 习题 24

第二章 优化设计的某些基本概念和理论 25

 § 2-1 目标函数与约束函数的某些基本性质 25

 一、函数的等值面（或线） 25

 二、函数的最速下降方向 27

 三、函数的近似表示式 30

 四、函数的凸性 31

 § 2-2 约束函数的集合及其性质 33

 一、约束函数的集合 33

 二、适时约束 34

 三、适时约束集的超切平面 35

 § 2-3 优化设计的最优解及其最优性条件 36

 一、约束优化设计问题的最优解 36

 二、约束优化设计问题的最优解条件 37

 § 2-4 约束优化设计问题的迭代解法及收敛条件 42

 一、数值迭代法的基本思想和迭代格式 42

 二、数值迭代法的终止准则 43

三、K-T乘子的计算	45
习题	47
第三章 优化设计中几种常用的无约束最优化方法	48
§ 3-1 一维搜索的最优化方法	48
一、搜索区间的确定	49
二、黄金分割法	50
三、二次插值法	52
§ 3-2 多变量的坐标轮换法和Powell法	55
一、坐标轮换法	55
二、Powell法	59
§ 3-3 多变量的梯度法和共轭梯度法	65
一、梯度法	65
二、共轭梯度法	67
§ 3-4 多变量的牛顿法和DFP变尺度法	70
一、牛顿法	70
二、变尺度法	72
§ 3-5 多变量无约束最优化方法小结	76
习题	77
第四章 约束优化设计的直接解法	78
§ 4-1 约束优化设计直接解法的基本特点	78
§ 4-2 约束随机方向搜索法	79
一、基本原理	79
二、算法、步骤和程序计算框图	82
三、应用示例	84
§ 4-3 约束优化设计的复合形法	86
一、复合形法的基本原理	87
二、初始复合形的构成	88
三、复合形法的迭代规则和程序计算框图	89
四、应用示例	90
§ 4-4 约束优化设计的直接搜索方法	94
一、方法的基本原理	94
二、适用可行方向的条件和产生方法	96
三、步长因子的确定	99
四、终止准则	102
五、可行初始点的产生方法	103
六、算法步骤和程序计算框图	103
七、应用示例	105
习题	107
第五章 约束优化设计的间接解法	108
§ 5-1 约束优化设计间接解法的基本思想	108
§ 5-2 内点惩罚函数法	110

一、内点惩罚函数法的基本原理	110
二、内点惩罚函数法的算法和程序计算框图	111
三、内点惩罚函数法使用中的几个问题	112
四、应用示例	115
§ 5-3 外点惩罚函数法.....	118
一、外点惩罚函数法的基本原理	118
二、外点惩罚函数法的算法和程序计算框图	121
三、外点惩罚函数法使用中的问题	123
四、应用示例	124
§ 5-4 混合惩罚函数法.....	127
一、混合惩罚函数法及其算法步骤	127
二、用外推法加快搜索过程	127
习题	129
第六章 优化设计数学模型的分析	130
§ 6-1 数学模型的再设计——尺度变换	130
一、设计变量的标度	130
二、目标函数的尺度变换	131
三、约束函数的规格化	132
§ 6-2 提高优化设计效率的措施	133
一、减少数学模型的维数	133
二、减少约束条件数	134
三、合理的收敛精度	136
§ 6-3 优化设计中数表和图线的程序化	136
一、数表的程序化	137
二、图线的程序化	138
§ 6-4 优化设计结果及其灵敏度分析	140
一、优化设计结果的分析	140
二、优化设计结果的灵敏度分析	140
习题	144
第七章 机械工程中多目标问题的优化设计方法	145
§ 7-1 基本概念和定义	145
§ 7-2 协调曲线法	146
一、基本原理	147
二、应用示例	148
§ 7-3 统一目标函数法	149
一、目标规划法	149
二、乘除法	150
三、线性加权组合法	151
四、加权因子值的选择	151
五、应用示例	153
§ 7-4 功效系数法	154

一、基本原理	154
二、应用示例	155
§ 7-5 小结	157
习题	157
第八章 混合离散变量的优化设计方法.....	158
§ 8-1 数学模型的一般形式及其某些基本概念	158
§ 8-2 网格法和离散变量的随机试验法	162
一、网格法	162
二、离散变量的随机试验法	163
§ 8-3 自适应随机搜索法.....	166
一、随机搜索法的基本原理	166
二、随机搜索法的算法步骤	167
§ 8-4 离散变量的组合形法	168
一、初始离散变量组合形的产生	168
二、一维离散搜索	168
三、约束条件的处理	169
四、离散变量组合形的调整	169
五、离散变量组合形算法的收敛准则	169
六、离散变量组合形的算法步骤	170
§ 8-5 离散性惩罚函数法.....	171
一、基本原理	171
二、关于惩罚因子和离散性惩罚函数指数的选择	173
三、伪最优和核正程序	174
四、离散性惩罚函数的算法	174
§ 8-6 应用示例.....	174
第九章 几何规划在机械优化设计中的应用.....	176
§ 9-1 引言	176
§ 9-2 几何规划优化设计方法的基本概念	177
一、目标函数的对偶函数	177
二、几何规划的对偶定理	178
三、几何规划的困难度	180
§ 9-3 具有不等式约束的正项式几何规划	181
一、约束几何规划的对偶方法	181
二、约束正定式几何对偶规划的某些性质	183
三、应用示例	184
§ 9-4 具有不等式约束的正负项式几何规划	186
一、具有不等式约束的正负项式几何规划的对偶化方法	186
二、应用示例	188
§ 9-5 解几何规划问题的一种迭代法.....	190
习题	194
主要参考文献.....	195

绪 论

优化设计 (Optimal Design) 是近年来发展起来的一门新的学科，这是从六十年代初期开始、由于最优化技术和计算机计算技术在设计领域应用的结果。优化设计为工程设计提供了一种重要的科学设计方法，使得在解决复杂设计问题时，能从众多的设计方案中寻到尽可能完善的或最适宜的设计方案。因而采用这种设计方法能大大提高设计效率和设计质量。

在设计过程中，常常需要根据产品设计的要求，合理确定各种参数，例如：重量、成本、性能、承载能力等等，以期达到最佳的设计目标。这就是说，一项工程设计总是要求在一定的技术和物质条件下，取得一个技术经济指标为最佳的设计方案。优化设计就是在这样一种思想指导下产生和发展起来的。

目前优化设计方法在结构设计、化工系统设计、电气传动设计、制造工艺设计等各专业中都有广泛的应用，而且取得了不少成绩。在机械设计中，对于机构、零件、部件、工艺设备的基本参数以及一个分系统等的设计，也有许多运用优化设计方法，并取得良好的技术经济效果。实践证明，在机械设计中采用优化设计方法，不仅可以减轻机械设备自重，降低材料消耗与制造成本，而且可以提高产品的质量与工作性能。因此，优化设计已成为现代机械设计理论和方法中的一个重要领域，并且愈来愈受到从事机械设计的科学工作者和工程技术人员的重视。

在绪论中，将简要介绍优化设计的基本思想，优化设计在机械设计中的作用及其发展概况。

§ 0-1 什么叫机械优化设计

机械优化设计是使某项机械设计在规定的各种设计限制条件下，优选设计参数，使某项或几项设计指标获得最优值。工程设计上的“最优值” (Optimum) 或“最佳值”系指在满足多种设计目标和约束条件下所获得的最令人满意最适宜的值。它反映了人们的意图和目的，这不同于表示事物本身规律的极值——最大值和最小值。但是在很多情况下，也可以用最大值或最小值来代表最优值。最优值的概念是相对的，随着科学技术的发展及设计条件的变动，最优化的标准也将发生变化。也就是说，优化设计反映了人们对客观世界认识的深化，它要求人们根据事物的客观规律，在一定的物质基础和技术条件之下，充分发挥人的主观能动性，得出最优的设计方案。

为了说明这种设计方法的基本思想，现以一个简单的实例来作一说明。

如图0-1所示，有一空心等截面简支柱，两端承受轴向压力 $P=22680\text{N}$ ，柱高 $l=254\text{cm}$ ，材料为铝金属，弹性模量 $E=7.03 \times 10^4\text{MPa}$ ，密度 $\rho=2.768\text{t/m}^3$ ，许用应力 $[\sigma]=140\text{MPa}$ 。截面的平均直径 $D=(D_0+D_1)/2$ ，并不应大于 8.9cm ，壁厚 δ 不小于 0.1cm 。现要求设计最小质量的柱子，问其 D 与 δ 值应多少？

若以柱子的结构参数 D 为横坐标， δ 为纵坐标，由于 D 与 δ 只允许取正值，因此可用直角坐标的第一象限来表示它的设计关系，如图0-2所示直线 $a-a$ 以左是 $D \leq 8.9\text{cm}$ 的区域，

直线 $b-b$ 以上是 $\delta \geq 0.1\text{cm}$ 的区域，这些是结构参数选择的边界限制区域。

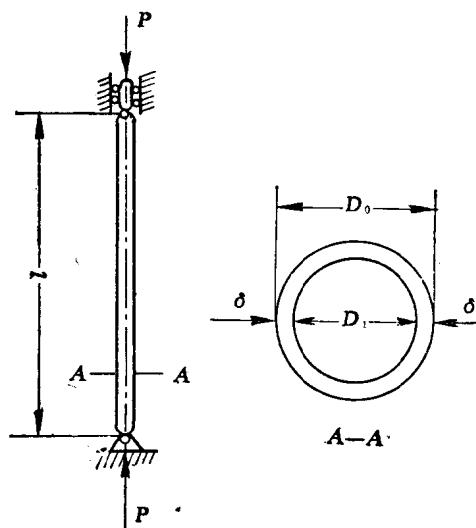


图 0-1 空心简支柱

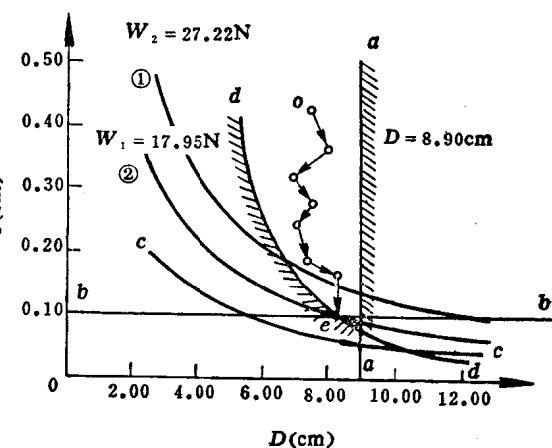


图 0-2 空心支柱限制条件的几何图形

除上述限制条件以外，还应保证管柱有足够的承压强度和足够的整体稳定性。为此应使柱内的工作压应力 $\sigma = P/\pi D \delta$ 小于许用应力 $[\sigma]$ ，即

$$\frac{22680}{\pi D \delta \times 10^2} - 140 \leq 0$$

或

$$D \delta - 0.516 \geq 0$$

这个方程式的函数曲线为 $c-c$ 。所以要使管柱有足够的强度，其 D 和 δ 应在曲线 $c-c$ 的右上方取值。

根据压杆稳定要求，柱内的工作压应力 σ 应小于管柱的稳定临界应力 $\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{8l^2}(D^2 + \delta^2) \approx \frac{\pi^2 E}{8l^2} D^2$ （假定壁厚 δ 远远小于平均直径 D ）。于是得：

$$\frac{22680}{\pi D \delta} - \frac{7.03 \times 10^4}{8 \times 254^2 / 10^2} \pi^2 D^2 \leq 0$$

或

$$1.35 D^2 - \frac{72.2}{D \delta} \geq 0$$

这个方程式的函数曲线为图0-2中的 $d-d$ ，位于此曲线右上方的 D 和 δ 值均可满足压杆稳定的要求。至此，满足几何尺寸限制条件，以及管柱强度、整体稳定性应力限制条件的区域已全部用几何图形清楚地表示出来，一切满足上述各项限制条件的结构参数 D 和 δ 的组合应在阴影线的区域内。

由于要求设计最小重量的压柱，而它的重量 W 可表示为结构参数 D 、 δ 的函数，即

$$W = \rho l \pi D \delta = 2.2 D \delta$$

所以，若将它赋于不同的重量，例如 $W = 17.95, 27.22\text{N} \dots$ ，则可以在图上画出等重曲线①、②等，这样就可以发现，在上述可行区域内，其最轻的等重曲线与压杆稳定的

极限曲线、管子壁厚 δ 的下限曲线交于 e 点。由于问题比较简单，这点的值是很容易求得的，只要将壁厚的下限值代入稳定性限制条件式，即可求出最优的压柱设计方案：

$$W = 1.786 \text{ kg}, D = 8.117 \text{ cm}, \delta = 0.1 \text{ cm}$$

当然，实际上求最优设计方案并不如此简单，一般需要用优化设计方法利用电子计算机来解，即从一个不是很好的设计方案(o 点)开始，沿着使压柱重量减轻的方向，不断进行搜索，直至找到压柱重量最轻而又不违反所有限制条件的最优方案（即 e 点或接近 e 点）为止。其搜索路线如图0-2所示。

通过上例，我们可以获得“机械优化设计”的最基本的概念，即解决设计方案参数的最佳选择问题。这种选择不仅保证多参数的组合方案满足各种设计要求，而且又使设计指标达到最优值。因此，求解优化设计问题需要采用优化方法。简言之，就是在一些等式或不等式约束条件下求多变量函数的极小值或极大值。

这样，一个机械优化设计的过程及其相互关系可以用图0-3的框图来表示。整个优化设计过程可以分为两部分，虚线框Ⅰ表示首先将机械设计问题建立优化设计的数学模型，然后选用某一种优化方法；虚线框Ⅱ表示利用电子计算机的自动计算过程，包括程序的编制，数据的准备与结果的分析和整理。框③是机器的内评估，它是利用电子计算机的逻辑判断能力来评估机械设计的优化目标是否达到最优值。框⑦为优化途径，即优选设计参数，它利用优化方法按照一定的方向与步长一步一步来搜索最优值 x^* （或 x_{opt} ）。因此机械优化设计是一个反复循环的计算过程。这样一种设计计算，不借助电子计算机的自动计算是很难完成的。

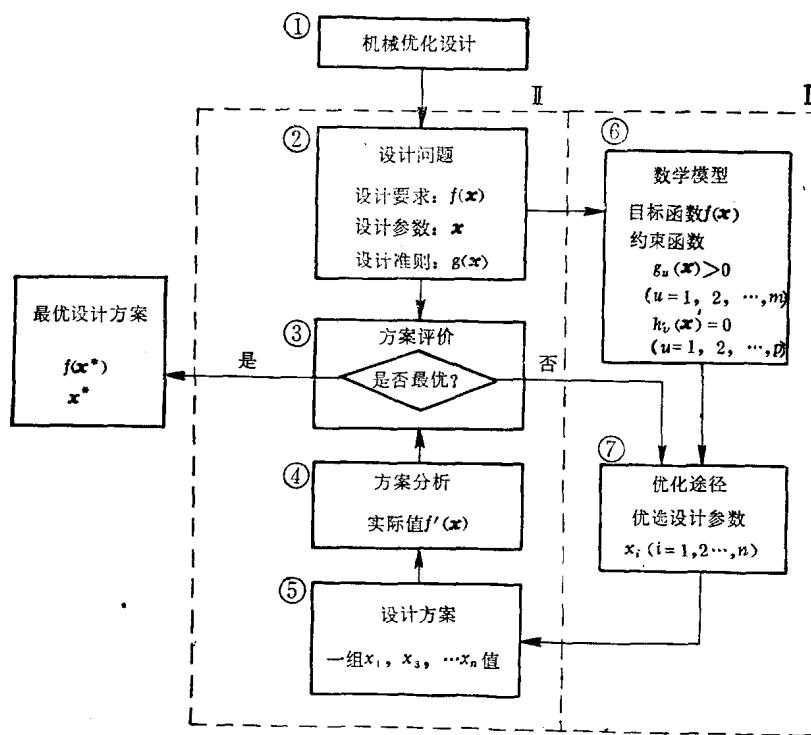


图 0-3 机械优化设计过程框图

应用计算机进行优化设计，与传统设计相比，具有如下三个特点：（1）设计的思想是最优设计，需要建立一个正确反映设计问题的数学模型；（2）设计的方法是优化方法，一个方案参数的调整是计算机沿着使方案更好的方向自动进行的，从而选出最优方案；（3）设计的手段是计算机，由于计算机的运算速度快，分析和计算一个方案只要几秒以至千分之一秒钟，因而可以从大量的方案中选出“最优方案”。因此，优化设计又称为规格化的设计。这种设计是设计方法上的一个很大的变更，它使许多较为复杂的问题得到最完善的解决，而且它可以提高设计效率缩短设计周期，还可以为设计人员提供大量的设计分析数据，有助于考察设计结果，从而可以提高机械产品的设计质量。

§ 0-2 优化设计在机械设计中的作用

机械设计工作的任务就是既要使设计的产品具有优良的技术性能指标，又能满足生产的工艺性、使用的可靠性和安全性，且消耗和成本最低等。机械设计一般需要经过：（1）调查研究，需求预测（资料检索）；（2）拟订方案（设计模型）；（3）分析计算（论证方案）；（4）选择设计参数，绘图及编制技术文件等一系列工作过程。以一个简单零件弹簧设计为例，开始需要弄清设计什么型式的弹簧，材料供应情况、生产条件、市场需要以及现行的设计技术资料等。第二步如果已是确定采用螺旋弹簧，就需要确定它的结构型式，包括拉压螺旋弹簧，联接型式、使用型式等。第三步根据工作条件和受载状况对弹簧进行应力分析，经过反复计算、比较与选择，最后是确定钢丝直径、弹簧中径、圈数和自由高度等设计参数，绘图及编制技术文件。

在最后确定设计参数时，既要使设计方案满足预定的设计要求，又要使之具有优良的技术性能指标，设计者往往需要经过详细的分析计算和比较，才能从几个或多个的可行方案中找出一个较好的方案。但是，若采用的计算工具比较落后，在完成这一设计过程时，设计者不得不依靠经验，以及类比、推理和直观判断等一系列智力过程。实际上，这是很难找出最优设计方案的。另外，随着生产的日益增涨，要求机器向着高速、高效、低消耗方向发展，并且由于商品的竞争，要求不断缩短设计周期。在这种情况下，所谓传统的设计方法已越来越显得适应不了发展的需要。因此，在近廿年来，计算机在机械设计领域中也产生了深刻的影响，如用理论设计代替经验设计、用精确设计代替近似设计、用优化设计代替一般设计、用动态分析代替静态分析等等；所有这一切，都需要用高速度、高精度、大贮量的计算机来完成。所以计算机已成为设计工作者进行创造性活动的得力工具。如果设计过程不需人参与，由计算机根据用户编制的程序自动地完成各个设计阶段，直至获得最优设计方案，这种以机器为中心的设计方法称为自动设计（AD）。但是在设计过程中，往往要求随时审查计算结果和设计方案，并且要对设计模型作必要的修改。这种工作如果由设计人员运用设计经验和直觉知识完成，要比由计算机完成好。因而又出现了一种人、机结合的交互式的作业过程，并且成为当前设计技术发展中的一个重要方向——计算机辅助设计（CAD）。

随着设计过程的计算机化，自然就要为设计过程能自动择取最优方案建立一种迅速而有效的方法。机械优化设计就是在这种情况下产生和发展起来的一种自动探优的方法。它在现代分析方法的基础上进行最佳的综合，通过计算机进行大量的分析计算，从众多的方案中选出一个既满足设计要求，又能使设计指标达到最好的最佳方案来。因此，这种设计

方法，无论在一般设计工作过程中还是在计算机辅助设计中都有重要的作用。

图0-4中给出了一个在机械设计中应用优化设计方法的示例。例中要求设计一个支承负荷为 G_1 和 G_2 的框架式底座，使其在满足强度、刚度和固有频率的条件下，得到一个重量最轻的方案。

首先用设计系统学①的方法直接确定几种承载构件，并设计出几种可行的结构方案。要想从这些结构方案中直观地确定哪种方案最优是困难的。因此，需要用优化设计方法，

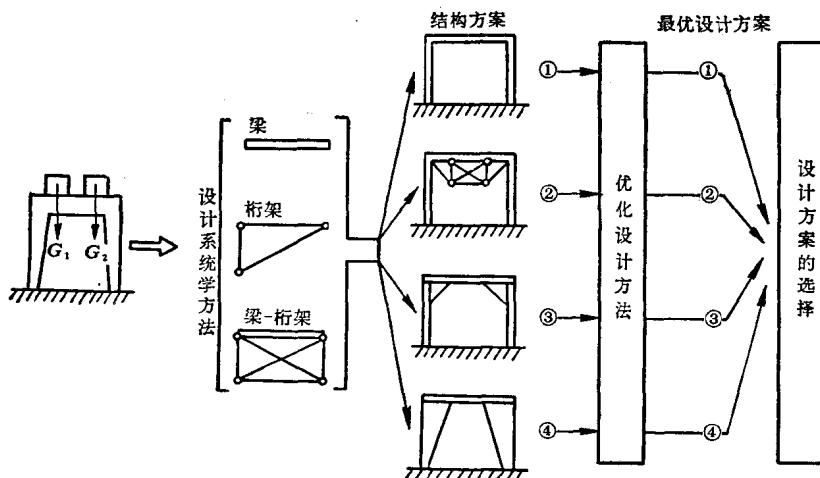


图 0-4 设计过程中应用优化设计方法的一个示例

在满足强度、刚度和固有频率的条件下，找出每一种结构方案的最优设计方案及其相应的设计参数（梁和杆撑的横截面及其它尺寸）。然后再从这些最优设计方案中选出最适用的最优方案。

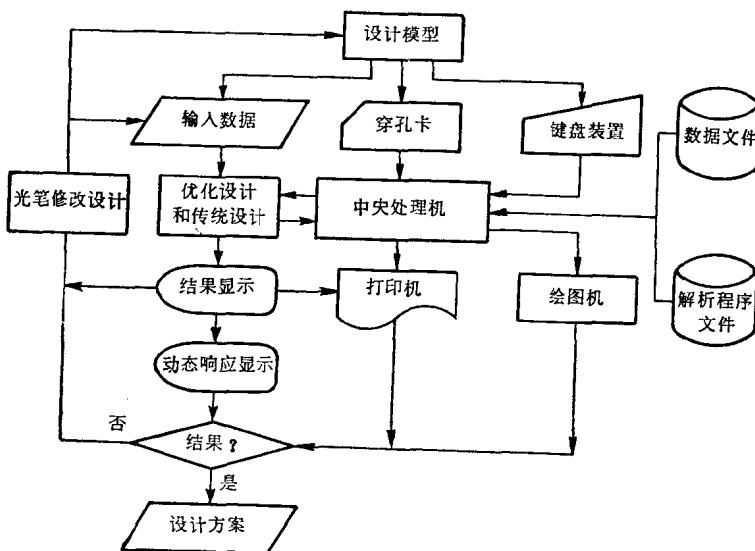


图 0-5 计算机辅助设计中应用优化设计的工作流程图

① 设计系统学是研究对于同一设计问题能取得几种设计方案的科学方法。

近年来，由于优化设计方法在一般机械设计过程中不断应用成功，因此，在计算机辅助设计过程中也开始研究引入了优化设计方法。图0-5为计算机辅助设计和优化设计的关系原理图。在计算机辅助设计中应用优化设计方法，关键需要解决两个问题，一是选择机械设计适用的优化方法；二是需要弄清这种优化方法的效率及其使用的经济性。

无论是在传统设计还是在计算机辅助设计中，优化设计有两种情况：一种是已经有了一个好的初始方案，但这个设计方案尚待进一步改进，特别是要使某项设计指标达到最佳值；另一种情况是还没有初始方案，或者有一个不太好的初始方案，同样需要通过优化设计寻求一个可以使某项设计指标达到最佳值的最优设计方案。不论是哪一种情况，最优设计方案必须依赖于某一种方案所建立的数学模型。因此，正如图0-4所示，设计系统学有着重要的作用，它为优化设计提供了必不可少的结构模型，并保证所取得的最优设计方案的适用性。实践证明，优化设计在大批量产品和单件产品的设计中，都将起到提高和改进产品技术和经济指标的作用。可以预言，这种设计方法将会使机械设计技术提高到新的水平。

§ 0-3 机械优化设计发展概况

在近几十年来，以计算机为工具、数学规划论为方法发展起来的优化设计方法，首先在结构设计、化学工程、航空、造船等部门的设计中得到应用。而在机械设计方面的应用稍晚些。从国际范围来说，是在60年代后期才得到迅速的发展。从国内范围来说，只是在近几年来才开始重视起来的。优化设计方法虽然发展历史很短，但进展迅速，无论在机构综合、机械的通用零部件设计、还是在各种专用机械设计和工艺设计方面都很快地得到应用，并取得了一定的成果。追其原因，一方面是由于生产和工程设计中确实存在着大量的优化设计问题亟待解决；另一方面是由于电子计算机的日益广泛使用，为采用优化技术提供了有力的计算工具。

机构优化设计是机械优化设计中开展较早的领域之一。在平面连杆机构设计方面，再现函数、轨迹和构件位置的优化设计，目前已进行了较多的研究，其中包括结构误差最小化，最佳的灵敏度，构件长度总和最小化，最小传动角最大化，运动副中的摩擦功率最小化等。在工程应用中对轧钢厂飞剪机的剪切机构、液压挖掘机铲斗机构、港口起重机的变幅机构和高炉料钟悬挂装置中的四杆机构等的优化设计也进行过一些讨论。此外，在空间连杆机构、凸轮机构及组合机构的优化设计等方面也出现了一些论文。近几年来，影响机械传动平稳性的许多机械动力学问题也越来越受到人们重视，相继发表了这方面的论文，如平面机构输入轴转矩波动的最小化、压印机振动平衡的最优化、织布机动力学综合最优化、机构质量的最优分布等；考虑构件的弹性、运动副间隙的机构动力学优化问题也开始引起科技工作者的重视。

机械零部件的最优设计在最近十多年来也有一定发展，例如，对液体动压轴承的优化设计，齿轮在最小接触应力情况下的齿廓最佳几何形状，轮齿在满足弯曲和接触强度条件下具有最佳承载能力的非渐开线正齿轮副的设计，定轴齿轮传动在限定最大接触应力、齿面最高温升和保证齿面最小油膜厚度下使单位体积所能传递的扭矩最大的优化设计，二级齿轮减速器在满足强度和一定体积下的单位功率所占的减速器重量最小的设计，双功率流齿轮减速传动的最佳级数、传动比和参数的设计，多级齿轮装置传动比的最佳分配，机床

齿轮变速箱各轴中心距总和最小化的设计，轴的优化设计，摩擦离合器的优化设计，齿轮泵的优化设计，弹簧的优化设计等问题都进行过一些研究，并有机械零件优化设计的专门著作^[12]，系统总结了一种模式的优化方法。

最优化技术虽然近年来在机械设计中的应用已取得了初步成果，但是还面临着许多问题需要解决。例如，机械产品设计中的零件、部件的通用化和标准化，最优参数的制定，整机优化设计模型及方法的研究，机械优化设计离散变量优化方法的研究，在计算机辅助设计中优化方法的应用，机械设计中多目标的决策问题，以及动态系统、随机模型、可靠性优化设计等一系列问题尚需作较大的努力，才能适应机械工业发展的需要。

总的看来，机械优化设计是适应生产现代化要求发展起来的，是一门崭新的学科。它是在现代机械设计理论的基础上提出的一种更科学的设计方法，使机械产品的设计质量达到更高的要求。因此，在加强现代机械设计理论研究的同时，还要进一步加强最优设计数学模型的研究，以便在近代数学、力学和物理学的新成就基础上，使其更能反映客观实际。同时机械优化设计的发展必须与工程实践、数学力学理论、计算技术和电子计算机的应用等紧密联系起来，才能具有宽广的发展前景。可以预见，存贮大、输入输出图象化的高速电子计算机的发展与应用，以及对机械优化设计理论与方法的研究，必将促进机械最优化设计进入一个崭新的阶段。

第一章 机械优化设计的基本术语和数学模型

机械优化设计方法是一种规格化的设计方法，它首先要求将工程设计问题按优化设计所规定的格式建立数学模型、选择合适的优化设计方法以及编制出计算机程序，然后再通过电子计算机计算自动获得最优设计方案。

本章对机械优化设计的数学模型及用到的基本术语作一简要叙述。为了便于理解它们的含义，首先列举一些实际的优化设计问题，然后再对有关的名词术语进行定义和作必要的解释。

§ 1-1 几个机械优化设计问题的示例

一、零件结构参数的优化

1. 销轴结构参数的优化设计问题

有一圆形等截面的销轴，一端固定在机架上，另一端作用着集中载荷 $P = 10000 \text{ N}$ 和扭矩 $M = 100 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，其简化模型如图1-1所示。由于结构的需要，轴的长度 l 不得小于 8cm ，已知销轴材料的许用弯曲应力 $[\sigma_w] = 120 \text{ MPa}$ ；许用扭剪应力 $[\tau] = 80 \text{ MPa}$ ；允许挠度 $[f] = 0.01 \text{ cm}$ ；密度 $\rho = 7.8 \text{ t/m}^3$ ；弹性模量 $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$ 。现要求这样设计这根销轴，在满足使用要求下使其质量为最轻。

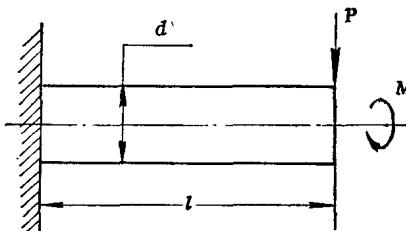


图 1-1 悬臂梁的优化设计问题

这个销轴的计算模型可视为一个悬臂梁。由于设计要求是这个梁的质量，因此首先写出它的质量计算公式，即

$$Q = \frac{1}{4} \pi d^2 l \rho \quad (1-1)$$

式中密度 ρ 是已知的。可见梁的质量取决于直径 d 和长度 l 。因此，问题就可以叙述为合理选择直径 d 和长度 l 使质量 Q 最小。显然，由于 Q 与 d 、 l 成正比，故欲使 Q 小必减小 d 和 l ，但是该设计还应该满足强度、刚度等各方面的使用要求，这样 d 和 l 的取值是有限制的。这些限制条件是：

1) 弯曲强度 要求悬臂梁的最大弯曲应力不得超过允许值，即

$$\sigma_{\max} = \frac{Pl}{0.1d^3} \leq [\sigma_w]$$

故 $[\sigma_w] - \frac{Pl}{0.1d^3} \geq 0$ (1-2)

若将已知数据代入上式并经整理，则

$$d^3 - 8.33l \geq 0$$

2) 扭转强度 要求悬臂梁的扭转剪应力不得超过允许值，即

$$\tau = \frac{M}{0.2d^3} \leq [\tau]$$

故 $[\tau] - \frac{M}{0.2d^3} \geq 0$ (1-3)

将已知数据代入上式并经整理，则得

$$d^3 - 6.25 \geq 0$$

3) 刚度 要求悬臂梁的最大挠度不得超过允许值，即

$$f = \frac{Pl^3}{3EI} = \frac{64Pl^3}{3E\pi d^4} \leq [f]$$

故 $[f] - \frac{64Pl^3}{3\pi E d^4} \geq 0$ (1-4)

将已知数据代入上式并经整理，得

$$d^4 - 0.34l^3 \geq 0$$

4) 结构尺寸 要求悬臂梁的长度不得小于给定的数值，即

$$l \geq l_{\min} \quad (1-5)$$

其中 l_{\min} 为题目给定的最小长度，为 8cm。故

$$l - 8 \geq 0$$

综上所述，这个问题就是要求在满足

$$d^3 - 8.33l \geq 0 \quad (\text{弯曲强度条件})$$

$$d^3 - 6.25 \geq 0 \quad (\text{扭转强度条件})$$

$$d^4 - 0.34l^3 \geq 0 \quad (\text{刚度条件})$$

$$l - 8 \geq 0 \quad (\text{长度的边界条件})$$

的条件下，选择 d 和 l ，使梁的质量

$$Q = 0.00613d^2l$$

最小。最优方案为 $d^* = 4.309\text{cm}$, $l^* = 8\text{cm}$, $Q = 0.911\text{kg}$ 。

2. 螺旋压缩弹簧参数的优化设计问题

设有一个螺旋压缩弹簧，已知载荷为 F ，弹簧材料的剪切弹性模量为 G ，许用剪切应力为 $[\tau]$ ，许用弹簧刚度为 $[K]$ ，弹簧的非工作圈数为 n_2 ，轴向变形量为 λ 。试设计这个弹簧使其体积最小。

如图1-2所示，这个弹簧需要确定的结构参数有：弹簧钢丝直径 d 、弹簧的平均直径 D 和弹簧的工作圈数 n_1 。

取弹簧的压并体积最小作为设计指标，即

$$V = \frac{1}{4}\pi D^2(n_1 + n_2)d \rightarrow \min \quad (1-6)$$