

管道动态分析及液流数值计算方法

苏尔皇 编著

哈尔滨工业大学出版社

管道动态分析及 液流数值计算方法

苏尔皇 编著

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书共分两篇。

第一篇介绍管中液体非恒定流动的各种动态分析方法：特征线数值计算方法、能量法、波动法和频率法，以及一些典型的专题解法示例。

第二篇介绍液体流动问题的有限差分 and 有限元素数值计算方法：介绍了数学基础和理论概况，椭圆、抛物和双曲型及非线性流动问题的具体解法、误差估计等。

本书把重点放在工程技术应用方面。本书可作为研究生和大学本科高年级学生的专题教材，也可供与液体流动问题有关的科学研究工作者和工程技术人员参考。

管道动态分析及液流数值计算方法

苏尔皇 编著

*

哈尔滨工业大学出版社出版发行

哈尔滨船舶工程学院印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 14 字数 320 000

1985年4月第1版 1985年4月第1次印刷

印数 1-15,000

书号 15341·17 定价2.65元

前 言

随着近年来科学技术的惊人发展，在工程流体力学范围内出现了几个十分有用的分支——管道动态分析和数值流体力学就是其中的两个。

管道动态分析对提高机器和装置的性能、检查振荡原因、研制高精度快速控制系统来说，都是不可缺少的一环。而数值流体力学在快速数字计算机的配合下，对许多复杂的难以用分析法解决的工程技术问题，特别是二维流动问题，都能给出令人十分满意的解答。它肯定将成为一种强有力的计算手段。这两个分支对从事流体系统工程的人员来说都是十分重要的。

然而，从工程技术的角度系统地论述管道动态分析方面的文献并不多，国内的材料则更少，数值方法专著虽然较多，但大多篇幅很大，不宜于用作教材或供自学之用。本书力求简明扼要而又系统完整地阐述上述两方面的内容的理论和工程实用技术。

动态分析和数值方法二者是可以互不相干地存在的，故本书将它们归纳为独立的两篇。在选择主要材料和叙述的深度和广度方面，著者试图把内容保持在中等水平上。只要读者掌握了工科院校的数学、力学、调节原理等知识，就不难靠自己的力量掌握本书。为加深读者对理论的了解和培养实际计算能力起见，本书附有一定数量的例题。但对计算机程序及与此有关的方面，本书均未加论述。

本书是著者在为研究生开设的专题材料的基础上写成的。它适合于下列读者：

- (a) 工科大学研究生和本科高年级学生；
- (b) 从事于有关方面的研究的科研工作者；
- (c) 从事于有关方面工作的工程技术人员。

本书经上海交通大学蒋厚宗同志审阅并提出有益的建议，责任编辑高连泽同志对本书进行了细致的编辑加工和校核。著者在此特表示深切的谢意。

对本书存在的不足、缺点和错误之处，恳请读者批评指正。

编著者

1983年10月

主要使用符号

$A, B, C, \dots$	常数; 点号; 矩阵	l	差分算子
B	线元; 阻尼系数	M	质量
C	液容	m	阶次; 数目
C	流量系数	N	正整数; 总数
C_s	漏损系数	n	指数; 阶次; 数目; 外法
C_f	阻力系数		线方向
$a, b, c,$	常数; 系数	O	误差
a	加速度; 压力波波速	P	点号; 点压的象函数
a_{ij}	矩阵的元素	p	点上的压力; 阶次; 次数
b	向量	Q	点号; 流量; 流量的象函数
D, d	管内径; 马达排量		数
E	固体材料的体积弹性系数; 函数	q	流量; 变量
e	基元	R	液阻
F	力; 摩擦力; 函数; 泛函	R	内半径; 系数
F_L	负载力	R_f	阻力系数
f	作用力; 函数; 系数; 频率	R_s	雷诺数
G	定义域	r	内半径
g	重力加速度	S	截面积; 序数; 变量
H_0	初始时刻的总能量	s	拉氏算符
h	位置步长; 能量损失	T	周期; 摩擦力; 点上的应力
I	位置	T_L	负载转矩
i	序数	t	时间
J	泛函; 时间; 惯性矩; 贝赛尔函数	U	函数; 传递矩阵; 上三角阵
j	序数	U	向量
K	阶数; 序数; 常数; 弹簧刚度; 液体的体积弹性系数; 增益	u	变量; 函数变量; 矩阵的元素
K_s	表观体积弹性系数	u_h	差分值; 节点函数
k	序号; 层次	$\bar{V}$	体积; 容积
L	液感	V	向量
L	长度; 下三角阵; 微分算子; 功率	V	速度; 断面平均流速
L_h	差分算子	v	点上的速度向量
l	长度; 微分算子	v	变量; 函数变量; 点速的模
		v_x, v_y, v_z	点速的三坐标方向的分量
		v_0	特征速度

W	函数; 传递函数		桑比; 矩阵的元素
w	点上的相对速度	Θ	圆周方向的单位质量力
$X、Y、Z$	质量力的三坐标分量	θ	角度
Y	频率特性函数	λ	系数; 波长; 特征值; 沿程损失系数
z	阻抗		
z_0	特性阻抗	μ	动力粘度
x, y, z	三坐标位置; 位移; 变量	ν	运动粘度
α, β, γ	系数; 角度	ξ	坐标
Γ	边界; 管道传递系数	ρ	密度
Γ_h	边界点	σ	实数; 内应力
γ	重度; 欧拉常数	τ	切应力; 时间步长
Δ	增量; 位移	τ_0	壁面上的切应力
δ	差值; 微量; 微增量	ϕ	幅角; 相位; 势能; 坐标
ε	剩余; 偏心率; 应变	χ	特性系数
ζ	局部损失系数; 阻尼系数; 衰减系数	ψ	流函数
		Ω	ω 的象函数
η	效率; 坐标; 特征值; 泊	ω	旋涡; 角频率; 角速度

目 录

主要使用符号	(1)
--------	-----

第一篇 管道动态分析

第一章 基础方程及其解法概述	(1)
§1.1 管内非恒定流动的类型	(1)
§1.2 液体在管道中作非恒定流动时的支配方程	(11)
§1.3 数学模型及其解法概述	(15)
第二章 特性线法	(18)
§2.1 支配方程组	(18)
§2.2 特性线法	(19)
§2.3 插补特性线法	(28)
§2.4 特征网格	(31)
第三章 波动法	(32)
§3.1 直管中压力波的传递和反射	(32)
§3.2 压力波传递过程的图解解法	(35)
§3.3 直管中压力脉动的传递和反射	(40)
§3.4 串联管道中压力波及压力脉动的传递和反射	(41)
§3.5 分支管道中压力波及压力脉动的传递和反射	(46)
§3.6 有气室的管道中压力波及压力脉动的传递和反射	(50)
第四章 频率法	(56)
§4.1 管道系统按一维流动集中参数处理的频率法支配方程	(56)
§4.2 管道系统按二维流动分布参数处理的频率法支配方程	(62)
§4.3 频率法支配方程的实用近似计算	(68)
§4.4 阻抗法	(74)
§4.5 矩阵法	(70)
§4.6 弹性壁管道中液体的非恒定流动	(84)
§4.7 粘弹性壁管道中液体的非恒定流动	(88)
第五章 各种解题方法的比较	(90)
§5.1 波动法和两种频率法的异同点及其适用范围	(90)
§5.2 三种模型断面上的流速分布规律分析	(91)
§5.3 三种模型的摩擦阻力	(95)
第六章 专题分析	(98)
§6.1 管道谐振计算	(98)

§6.2 液压冲击计算·····	(103)
§6.3 单相交流液压系统的负载和效率·····	(108)
§6.4 阀口供油压力的动态分析·····	(110)
§6.5 液压马达或油缸系统动特性·····	(111)
§6.6 干涉型压力脉动滤波器分析·····	(113)
§6.7 蓄能器对系统压力脉动的作用分析·····	(117)
§6.8 动脉管中血液的流动·····	(122)
第一篇 参考文献·····	(127)

第二篇 液流数值计算方法

第七章 引论·····	(129)
§7.1 问题的提出·····	(129)
§7.2 数值计算方法的发展简况·····	(131)
第八章 有限差分法·····	(132)
§8.1 逼近微分方程初边值问题的差分格式的构成·····	(132)
§8.2 差分格式理论基础·····	(142)
§8.3 解液体流动问题常用的差分格式和方法·····	(149)
第九章 有限元素法·····	(169)
§9.1 变分原理、最小总势能原理和基础方程·····	(169)
§9.2 椭圆型方程边值问题的有限元方法·····	(172)
§9.3 抛物型方程混合问题的有限元方法·····	(187)
§9.4 双曲型方程混合问题的有限元方法·····	(188)
§9.5 和有限差分法的比较·····	(190)
§9.6 计算实例·····	(190)
附录1 线性代数方程组的求解方法·····	(197)
附录2 偏微分方程的瑞利——李兹解法、伽辽金解法及最小二乘法·····	(206)
第二篇 参考文献·····	(214)

第一篇 管道动态分析

管道动态分析是工程流体力学中最近发展起来的一个专题。它研究管内各种形态的非恒定流动问题的计算方法，特别是周期性脉动和数值计算方法。

流场中各点上的速度、压力等流动参数是时间函数的流动，称为非恒定流动。管内非恒定流动内容之一的压力冲击计算，很早以来就是工程上十分重视的研究课题。之后，液压系统中的压力脉动控制；火箭燃料在输送管道中流动的脉动对燃烧的影响；细管内压力信号的传递动态过程研究；交流液压系统开发；生物流体力学领域内血管中血液的流动情况及其压力脉动规律分析等课题的相继提出，从而推动了这方面的研究工作，使之在最近二十年内发展为自成体系的专题。

第一章 基础方程及其解法概述

§ 1.1 管内非恒定流动的类型

管内非恒定流动就其物理机理上说可以分为两类：一类须考虑液体的压缩性；另一类则不考虑压缩性，不计压力波在流场中传递的影响。后一类流动的数学模型和解题方法与恒定流动相同。属于这类流动的有管道中液体流出的过渡过程、容器的泄空和充满、容器中液体的振荡等问题。这些内容在一般的工程流体力学书籍中均有论述，故本书仅举其解法的原则、支配方程和几个例题，以供参考。

这类问题的解法均属于能量法，即其支配方程是根据“外力对某块液体所作之功，应等于此块液体在流动中所耗散的能量及其机械能的增量之和”这一能量不灭原理而得到的。能量法不考虑液体的可压缩性，通常使用的基本方程有：

(a) 流束的非恒定流动能量方程

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_1^2 \alpha_0 \frac{\partial V}{\partial t} dl + h$$

式中 z_1 、 z_2 为断面1、2上所取定的1、2二点的位置高度， p_1 、 p_2 为1、2点上的压力， V_1 、 V_2 为断面1、2上的平均流速， γ 为液体的重度， α_1 、 α_2 为断面1、2上的动能修正系数， α_0 为动量修正系数， h 为从断面1到断面2的单位能量损失。

(b) 节流流量方程

$$Q = CS \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

式中 S 为节流口的过流面积， C 为流量系数， Δp 为节流前后的有效压差。

(c) 流束的连续方程

$$V_1 S_1 = V_2 S_2$$

式中 S_1 、 S_2 为断面 1、2 的过流面积， V_1 、 V_2 为断面 1、2 上的平均流速。

连续方程还可以用其他形式的液体体积不变表达式。

[例1—1] 设有如图1—1所示的管道，其上游端有一很大的油箱，其下游端有一快速闸门。闸门由关闭状态突然开放，于是管中的液体即由静止开始转为流动而最后达到恒定流动。试确定此过渡过程所经历的时间和此期间流出的液体体积。

解 这一过渡过程可以从非恒定流动能量方程着手予以简便的解决。

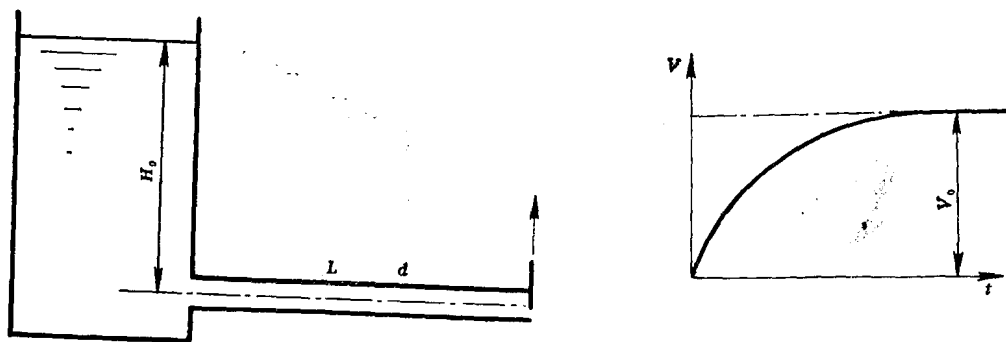


图 1—1

设在整个过渡过程中沿程损失系数和各处的局部损失系数均为不变的常数，于是，对此管道的进出口断面，可列出非恒定流动能量方程如下

$$H_0 = \frac{V^2}{2g} + \frac{L}{g} \frac{dV}{dt} + \left(\lambda \frac{L}{d} + \zeta \right) \frac{V^2}{2g}$$

到流动恒定后，其能量方程应为

$$H_0 = \frac{V_0^2}{2g} + \left(\lambda \frac{L}{d} + \zeta \right) \frac{V_0^2}{2g}$$

从而有

$$\frac{V_0^2}{2g} + \left(\lambda \frac{L}{d} + \zeta \right) \frac{V_0^2}{2g} = \frac{V^2}{2g} + \frac{L}{g} \frac{dV}{dt} + \left(\lambda \frac{L}{d} + \zeta \right) \frac{V^2}{2g}$$

分离变量，得

$$dt = \frac{2L}{1 + \lambda(L/d) + \zeta} \frac{dV}{V_0^2 - V^2}$$

因 $1 + \lambda(L/d) + \zeta = 2gH_0/V_0^2$

故 $dt = \frac{V_0^2 L}{gH_0} \frac{dV}{V_0^2 - V^2}$

积分之，得

$$t = \frac{V_0^2 L}{gH_0} \frac{1}{V_0} \frac{1}{2} \ln \frac{V_0 + V}{V_0 - V} + C$$

式中 C 为积分常数，根据初始条件 $t = 0$ 时， $V = 0$ ，可得 $C = 0$ ，于是有

$$t = \frac{V_0^2 L}{2gH_0} \frac{1}{V_0} \ln \frac{V_0 + V}{V_0 - V} = t_0 \ln \frac{V_0 + V}{V_0 - V}$$

式中 $t_0 = V_0 L / 2gH_0$ 。从上式可解得

$$V = V_0 (e^{t/t_0} - 1)(e^{t/t_0} + 1)^{-1} = V_0 \operatorname{th}(t/2t_0)$$

$V = f(t)$ 之关系如图1—1所示。

如以 $V = 0.96V_0$ 为已达到基本恒定的标准，则可算得过渡过程所需之时间为 $t = 4t_0$ 。在此时间内流出的流体体积：

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{4t_0} Q dt = SV_0 \int_0^{4t_0} \operatorname{th}\left(\frac{t}{2t_0}\right) dt \\ &= 2SV_0 t_0 \ln \operatorname{ch}\left(\frac{t}{2t_0}\right) \Big|_0^{4t_0} = 2.64SV_0 t_0 \end{aligned}$$

式中 S 为管道的过流断面面积。

[例1—2] 设有如图1—2所示的容器，流入容器的流量为 Q_1 ，经底部短管流出容器的流量为 Q_2 ，试求此容器泄空或充满所需的时间。

解 通常容器的过流断面面积都大大超过容器流出口的过流断面面积，因而容器中液面变化的速度很小，故惯性力可以忽略不计。在时间间隔 dt 内，流动过程可认为是恒定的，所以可避开非恒定流动能量方程而用节流流量方程来代替之，以进行近似计算。

$$Q_2 = CS_0 \sqrt{2g(z + p/\gamma)}$$

式中 S_0 为出流短管的过流断面面积， C 为其流量系数。

据连续方程应有

$$(Q_2 - Q_1) dt = -S(z) dz$$

式中 $S(z)$ 表示在高度 z 处液体自由表面的面积， dz 为 dt 时间内容器中液位的变化量。

由以上二式可得液位从 H_0 变化到 H 所需的时间 t 为

$$t = - \int_{H_0}^H \frac{S(z) dz}{CS_0 \sqrt{2g(z + p/\gamma)} - Q_1}$$

令 $H = 0$ 即可获得容器泄空所需的时间。如容器呈柱状， $S(z) = S$ 不是 z 的函数，于是有

$$t = - \frac{S}{CS_0} \int_{H_0}^H \frac{dz}{\sqrt{2g(z + p/\gamma)} - Q_1}$$

如 Q_1 始终大于 Q_2 ，则 $H > H_0$ ，于是容器是充满而非泄空，仍可用上式计算容器充满的时间。

[例1—3] 设有如图1—3所示的连通容器，左、右液面之高差为 H_0 。突然互相接通，则液体由左容器经截面为 S_0 、流量系数为 C 的短管流向右容器。求液面达到平衡时所需的时间。

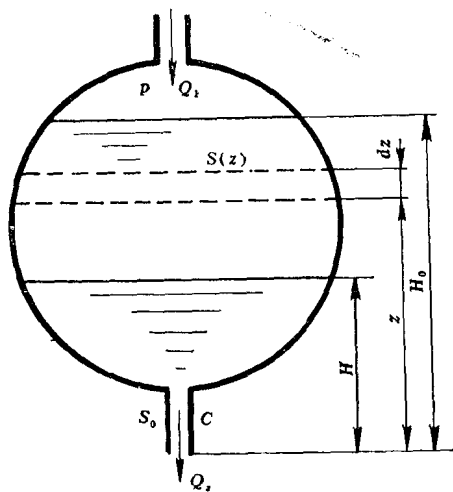


图 1—2

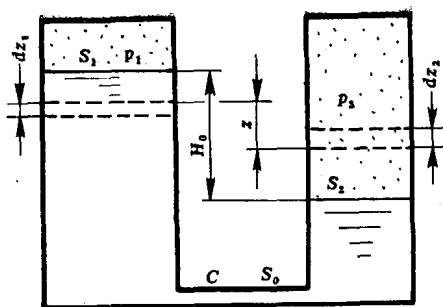


图 1-3

解 记流过短管的流量为 Q_z , 则有

$$\begin{aligned} Q_z dt &= -S_1 dz_1 = S_2 dz_2 = (S_1 + S_2)(S_1 + S_2)^{-1} S_2 dz_2 \\ &= (S_1 S_2 dz_2 - S_1 S_2 dz_1)(S_1 + S_2)^{-1} \\ &= -S_1 S_2 (dz_1 - dz_2)(S_1 + S_2)^{-1} \end{aligned}$$

但

$$Q_z = CS_0 \sqrt{2g \left(z + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right)}$$

令

$$dz = dz_1 - dz_2, \text{ 得}$$

$$dt = - \frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2} \frac{dz}{CS_0 \sqrt{2g [z + (p_1 - p_2)/\rho g]}}$$

$$t = - \int_{z_0}^0 \frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2} \frac{dz}{CS_0 \sqrt{2g [z + (p_1 - p_2)/\rho g]}}$$

对柱形容器, S_1, S_2 皆为常数, 再设液面的变动不影响自由面上的压力值, 则 $p_1 = p_2 = p_*$, 可得

$$t = 2 \frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2} \frac{\sqrt{H_0}}{CS_0 \sqrt{2g}}$$

[例1-4] 设有如图 1-4 所示的容器, 在平衡位置时, 气室中的液面高 $y = 0$, 此时的气体体积为 V_0 , 压力为 p_0 , 测管中的液面高为 z_0 , 测管中充满液体部分的总长度为 L 。当测管中的液面因某种原因而被迫下降 l_0 后, 气室中的气体就被压缩, 其压力增大到 p , 体积压缩为 V 。突然除去使测管中液面下降的原因, 液体就自由振动, 此时气室中的气体起弹簧作用, 而测管中的液柱则作为质量, 从而构成质量弹簧系统而振动。若不计损失和气室内液体运动的惯性及气室和测管中自由面上的动能, 求液面振荡的频率。

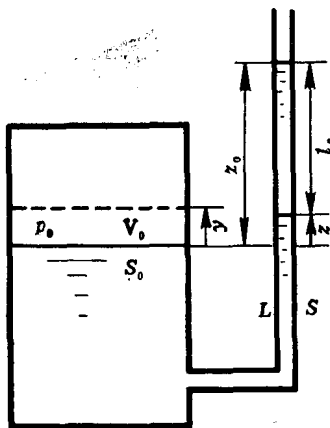


图 1-4

解 对此题应先求出气室中气体压力与相应液面位置间的变化关系, 再求出测管中液体运动的规律, 两式联立即可解出所需的

自振频率。

假定气室中气体的变化过程是等温的，从而有

$$p_0 V_0 = p V = C$$

式中 C 为常数，由此可得

$$dp/dV = -C/V^2 = -p_0 V_0/V^2 \approx -p_0/V_0$$

但 $dV = -S_0 dy$

故 $dp/dy = p_0 S_0/V_0$

$$\int_{p_0}^p dp = \int_0^y (p_0 S_0/V_0) dy$$

$$p = p_0 + p_0 S_0 y/V_0$$

以下求测管中液柱的运动规律。测管中的液柱处于重力场的作用下，其运动是非恒定的，因而其能量方程为

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_0^L \alpha_0 \frac{\partial V}{\partial t} dl$$

以平衡位置时的自由液面为基准面，将第 I 断面取在气室内的自由表面上，将第 II 断面取在测管内的自由表面上，取此二断面上的任意点为 1 点和 2 点，按题意略去断面 I 和 II 上的动能不计，于是能量方程为

$$y + \frac{p}{\rho g} = z + \frac{p_*}{\rho g} + \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial V}{\partial t} L$$

式中 l 为从测管中液面的平衡位置算起的液面位置。 $z = z_0 - l$ ，于是有

$$y + \frac{p}{\rho g} = z_0 - l + \frac{p_*}{\rho g} + \frac{\alpha_0 L}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$y + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{p_0 S_0 y}{\rho g V_0} = z_0 - l + \frac{p_*}{\rho g} + \frac{\alpha_0 L}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$$

但 $p_0 = p_* + \rho g z_0$

$$\text{故 } y + \frac{p_0 S_0 y}{\rho g V_0} = -l + \frac{\alpha_0 L}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$$

由于 $S_0 y = l S$ ，代入上式，得

$$-\frac{\alpha_0 L}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + l \left(1 + \frac{S}{S_0} + \frac{p_0 S}{\rho g V_0} \right) = 0$$

若 $L \gg l$ ，则 L 可认为是常数，于是就有

$$\omega^2 l - \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{g}{\alpha_0 L} \left(1 + \frac{S}{S_0} + \frac{p_0 S}{\rho g V_0} \right)$$

此方程是谐振微分方程，其积分是

$$l = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)$$

式中 t 为时间， ω 即为所求的谐振频率， C_1 和 C_2 是两个积分常数，可由起始条件来确定。

当 $t = 0$ 时， $l = l_0$ ，得 $C_1 = l_0$ ；当 $t = 0$ 时， $V = 0$ ，得 $C_2 = 0$ ，故

$$l = l_0 \cos(\omega t)$$

由此可知振荡的频率为 ω ，振幅为 l_0 。

另一类非恒定流动问题认为液体是可以压缩的，应当考虑压力波在流场中传递的波动现象。其数学模型和解题方法与恒定流动相比，有本质上的区别。属于这类流动的有压力冲击、压力脉动、谐振计算等。本书将详细讨论这类流动的物理机理、数学模型和解题方法。首先来讨论波动现象对流场发生影响的机理。

一、压力冲击发生的物理过程

设有如图 1—5 所示的长直管道 AC，其中部 B 处有一闸门，其左端 A 处有一容积足够大的气罐，无论流动如何变化，罐中的气压可认为始终不变，其右端 C 开口于自由液面之下。

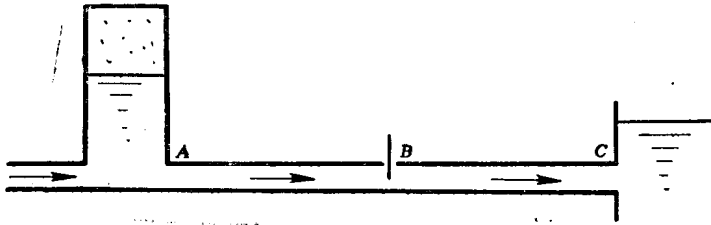


图 1—5

管中有液体自左向右流动，此时管中的流速和压力称为起始流速和起始压力。若闸门 B 突然关闭，我们来研究 AB 段中出现的现象。我们把管中的液流看作是由紧挨着的微段液柱连接而成，液柱相互间并无联系，液体是可压缩的，无粘性的。在闸门 B 突然关闭时，可以认为紧靠闸门的一微段液体撞击到闸门上并停止流动，其动能转化为压力能，从而使此微段内液体的压力升高。同时由于液体被压缩则使其后面出现一小段空间，紧挨着它的微段液柱继续前进而撞击到前一段已停住不动的液柱上，这段液柱因此就停止流动并且压力升高。这样，一段接着一段地依次停止流动，并出现压力升高，这过程表现为一种波动，它根据自己的特性在液体中传递，并把由它引起的液体质点的运动叠加到原来的运动上。上述压力升高波或称第一波从闸门处向管道入口端传递，如管壁和其中的液体都认为是均质的，则传递速度 a 可认为是常数。其传递的情况如图 1—6 所示。如在时刻 t_0 压力波进到实线的位置，经时刻 Δt 后，压力波到达虚线所示处，压力有变化的一段距离 δ 叫做波前。波前的形状决定于闸门的关闭规律。压力波的传递速度即是波前的前进速度。波前的形状由于粘性和管壁性质的影响会失去原形，但在通常情况下，这一变化很小，可不加考虑。

设 AB 段的长度为 l ，经时间 $t = l/a$ 后，第一波将传到管道的入口端 A 处，此时管中的液体全部停止流动并且压力升高。由于气罐中的压力不变，压力波到气罐处就被截住。然而管中紧挨气罐的一微段液柱不能平衡，它的左端面上的压力是气罐中的压力，即起始压力；而右端面上的压力是管中升高

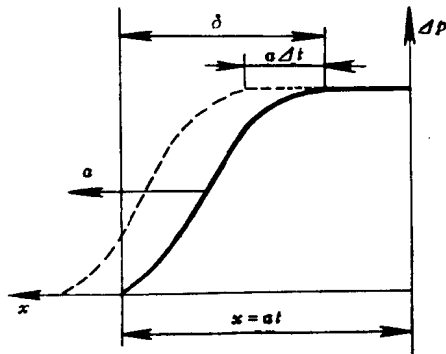


图 1—6

后的压力。在这个压力差的作用下，此微段液柱将向左方运动，同时体积膨胀，压力恢复到起始值。紧挨着它的一微段液柱也不能平衡，它也将两端面压力差的作用下重复第一段液柱的上述过程。于是形成一个压力恢复波或称第二波，同样以速度 a 从入口向闸门传递，或者说压力波从气罐反射回闸门。在它传递的过程中，它将消除掉第一波所产生的压力升高。到 $T = 2l/a$ 时，第二波将到达闸门 B 处，此时管中全部液体将具有起始压力及与起始流速方向相反大小相等的流速。因而管中的液体有离开闸门的趋势，其结果是贴近闸门处压力将继续下降，降到低于起始压力，直到紧挨闸门的一微段液柱两端压差足以阻止其运动为止。此段液柱的速度为零，压力为低于起始压力的某值。于是紧挨此段液柱的液柱也将在其两端压力差的作用下停止运动，并重复上述过程。于是形成一个压力降低波或称第三波，它同样以速度 a 从闸门向入口端传递。当时间 $t = 3l/a$ ，第三波到达入口端 A 时，管中的全部液体均停止流动，全管均为降低了的压力。液体不能在此状态下保持平衡，这是因为管道入口端的压力仍为起始压力，其值较管中的压力为高。于是又形成了使液体由入口端向闸门流动并使压力恢复到起始压力的第四波。第四波于 $2T = 4l/a$ 时刻到达闸门，此时全管中的流体都恢复到起始时刻的状态，但因闸门仍然关着，于是在闸门处又将形成第一波，并将重复以上所述的全部过程。

由以上的论述可知，压力波是一种能量转换过程，是原来流动的动能和压力能间的转换。不应把波动看做是定值的能量的传递！此概念至关重要。

实际上，由于液体的粘性和管道变形将引起能量损失，于是，整个系统中的总能量逐渐散逸，波动逐渐减弱而最后消失。闸门处压力变化过程，理想情况下应当如图 1—7 中的折线 1，实际上则如曲线 2 所示。

现在，我们来研究 BC 段中的流动。在闸门突闭时，管中的液体由于具有起始流速而有离开闸门的趋势，结果使得贴近闸门处的液体压力降到低于起始压力的某值，其情况与上述 AB 管段第三波产生的情况相同。以后的过程是陆续经历恢复到起始压力，并以起始流速流向闸门（第四波）。流动受阻于闸门，致使流速为零，压力升高（第一波）。压力恢复，并以起始流速离开闸门（第二波）。如此重复循环。

由上述可知，当闸门骤闭时，闸前首先出现压力升高，闸后出现压力降低。压力升高可高出正常压力 5 倍以上，而压力降低最低只能低到液体的饱和蒸气压，其情况如图 1—8 所示。

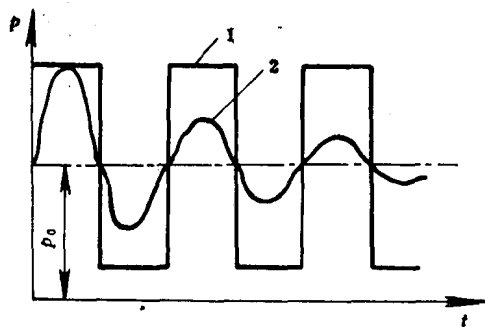


图 1—7

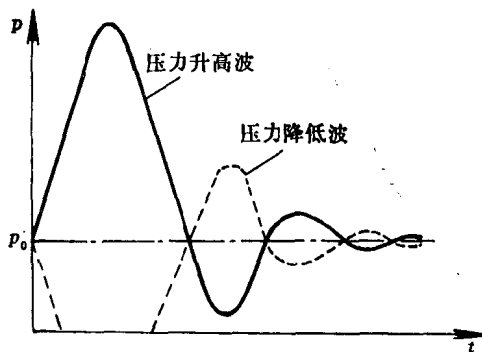


图 1—8

严格地说,凡是在液体中出现压力波传递的过程,都可称之为压力冲击。但习惯上只把流速骤变,管内液体产生巨大压力升高的现象称为压力冲击,而把压力升高值较小的现象(包括上述BC段的情况在内)称为压力波动。

二、压力冲击的最大压力升高值

现在研究压力冲击第一波刚结束时的情况。设管道过流断面面积为 S ,第一波从产生到结束的时间为 t ,管长为 l ,管中的压力升高值为 Δp ,管中液体的密度为 ρ ,起始流速为 V_0 ,动量修正系数为 α_0 ,对此段液体运用动量定理,可得

$$\begin{aligned} -\Delta p S t &= -\rho \alpha_0 V_0 S l \\ \Delta p &= \rho \alpha_0 V_0 l / t = \alpha_0 a \rho V_0 \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中 a 为压力波传递速度。若闸门不是一下子全闭,而是骤然使流速从 V_0 下降到 V ,则 Δp 应为

$$\Delta p = \alpha_0 a \rho (V_0 - V) \quad (1-2)$$

Δp 值为压力冲击中可能产生的最大压力升高值。

如闸门关闭过程延续的时间 t 大于 $T = 2l/a$,则闸门开始关闭时产生的、经管道入口端反射回来的压力降低波将与闸门后来关闭时产生的压力升高波部分抵消,故其 Δp 值将低于上式求得值,这种情况称为间接压力冲击。间接压力冲击的最大压力升高值,可近似地以下式计算:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \alpha_0 a \rho (V_0 - V)(T/t) \\ T &= 2l/a \quad \alpha_0 \approx 1 \end{aligned} \quad (1-3)$$

三、压力冲击波的传递速度

现研究如图1-9所示的,长 $l = at$,容积 $V = Sl$ 的紧靠闸门的一段管道。设在时间 t 内,此管段中的液体由于产生压力冲击第一波,其压力增加了 Δp 。该管段受 Δp 的作用其容积变化了 $dV = \Delta p V / K_s$, K_s 是系统的表观体积弹性系数。

由于液体的压缩和管段的膨胀,结果将空出部分空间,于是,在时间 t 内将有体积为 $V_0 St$ 的液体补入这一空间,空出的容积与补入的体积应当相等,从而有

$$\begin{aligned} V_0 S t &= \Delta p S l / K_s \\ V_0 &= a \Delta p / K_s \quad a = l/t \end{aligned}$$

将上式与(1-1)式联立,得

$$\begin{aligned} a^2 &= K_s / \rho \\ a &= \sqrt{K_s / \rho} \end{aligned} \quad (1-4)$$

由于 a 值对非恒定流动的研究非常重要,而决定 a 值的主要是管道系统的表观体积弹性系数,所以,我们以下就来较详细地讨论系统的表观体积弹性系数。

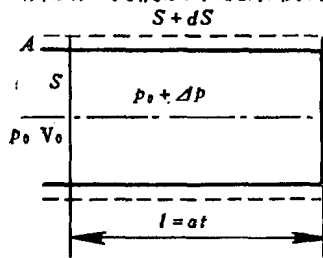


图 1-9

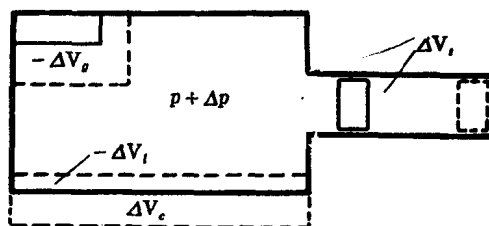


图 1-10

设有如图 1—10 所示的容器，其中液体所占的容积为 V_l ，气体所占的容积为 V_g ，因而活塞左边的原始容积为 $V_i = V_l + V_g$ ，其压力为 p 。如活塞向左边推进，使容器中的压力由 p 增至 $p + \Delta p$ ，活塞推进的容积为 ΔV_i 。此时，液体的被压缩量为 $-\Delta V_l$ ，气体的被压缩量为 $-\Delta V_g$ （我们要使活塞左移的容积改变量为正值，但 ΔV_l 、 ΔV_g 本身为负值，故在其前加负号使其结果为正），容器壁膨胀出的容积记为 ΔV_c ，于是

$$\Delta V_i = -\Delta V_l - \Delta V_g + \Delta V_c$$

式中 ΔV_i 是活塞左边容积的表观变化量，即活塞左移扫过的容积，而不是活塞左边流体体积的实际变化量，因为 ΔV_c 并不能使活塞左边的流体体积改变。

现定义表观体积弹性系数 K_* 为

$$\frac{1}{K_*} = \frac{\Delta V_i}{\Delta p V_i} = \frac{V_l}{V_i} \left(-\frac{\Delta V_l}{\Delta p V_l} \right) + \frac{V_g}{V_i} \left(-\frac{\Delta V_g}{\Delta p V_g} \right) + \frac{\Delta V_c}{\Delta p V_i}$$

液体的体积弹性系数为

$$K = -\Delta p V_l / \Delta V_l$$

气体的体积弹性系数为

$$K_g = -\Delta p V_g / \Delta V_g$$

封闭容积的体积弹性系数可定义为

$$K_c = \Delta p V_i / \Delta V_i$$

从而有

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_*} &= \frac{V_l}{V_i} \left(\frac{1}{K} \right) + \frac{V_g}{V_i} \left(\frac{1}{K_g} \right) + \frac{1}{K_c} \\ &= \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K} + \frac{V_g}{V_i} \left(\frac{1}{K_g} - \frac{1}{K} \right) \end{aligned} \quad (1-5)$$

式中 V_g/V_i 为液体中混入气体的相对量，其值需按具体情况确定。

液体的体积弹性系数可查阅任一本工程流体力学教材，特别是液压流体力学教材。

气体的体积弹性系数可取为 $K_g = k p$ ，此处 k 为气体的比热比，对等温过程可取 $k = 1$ ，对绝热过程可取 $k = 1.4$ ， p 为气体承受的压力。

封闭容积的体积弹性系数 K_c 可认为主要由管道的变形产生。设管壁材料的体积弹性系数为 E 。管壁中在纵横两方向存在两个互相正交的附加应力 σ_t 和 σ_r 。若管道内径为 D_0 ，壁厚为 δ ，则

$$\sigma_t = \Delta p D_0 / 2\delta$$

设管道周长的单位伸长为 ε ，由材料力学可知

$$\varepsilon = (R - R_0) / R_0 = (\sigma_t - \eta \sigma_r) / E$$

$$R - R_0 = R_0 (\sigma_t - \eta \sigma_r) / E$$

式中 $R_0 = D_0 / 2$ ， R 为管道受压力增量 Δp 的作用而胀大后的半径， η 为材料的泊桑比。由此可得管道断面积的改变量为

$$\Delta S = 2\pi R_0 (R - R_0) = 2\pi R_0^2 (\sigma_t - \eta \sigma_r) / E$$

而整个管道的体积弹性系数 K_c 应为

$$K_c = \frac{\Delta p}{\Delta V / V_0} = \frac{\Delta p E}{2(\sigma_t - \eta \sigma_r)}$$