

高等学校电子信息类教材

信号与系统

—— 时域、频域分析
及MATLAB软件的应用

吴新余 周井泉 沈元隆 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

URL: <http://www.phei.com.cn>

TN911.6

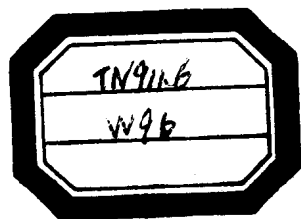
W96

高等学校电子信息类教材

信号与系统

——时域、频域分析及 MATLAB 软件的应用

吴新余 周井泉 沈元隆 编著



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书为一本面向 21 世纪教学的有关信号与系统分析的教材。全书共分为八章,即信号与系统的基本概念,卷积积分,傅氏变换,拉氏变换,系统的性能分析,Z 变换,状态变量分析以及 Matlab 软件在信号与系统分析中的应用。

本书各章附加了与内容相配合的例题和习题,书末附有习题答案,以便于自学。为了适应科技形势迅速发展的需要,本书加强了学生计算机应用能力的培养。编排了 30 余个 Matlab 应用程序以供学生训练用。

本书可作为通信、电子和自控类的各种专业本科生的教材,也可供有关技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻印必究。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统:时域、频域分析及 MATLAB 软件的应用/吴新余等编著.-北京:电子工业出版社,1999.12
ISBN 7-5053-5669-0

I.信… II.吴… III.①时域分析 ②频域分析 ③计算机辅助计算-应用软件,MATLAB-应用-信号分析
IV.TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 71539 号

书 名: 信号与系统——时域、频域分析及 MATLAB 软件的应用

编 著 者: 吴新余 周井泉 沈元隆

责任编辑: 徐德霆

特约编辑: 旷中贤

排版制作: 电子工业出版社计算机排版室监制

印 刷 者: 北京大中印刷厂

出版发行: 电子工业出版社 URL: <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 26.75 字数: 680 千字

版 次: 1999 年 12 月第 1 版 1999 年 12 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-5053-5669-0
TN·1326

印 数: 7000 册 定价: 35.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页,请向购买书店调换。

若书店售缺,请与本社发行部联系调换。电话: 68279077

作者简介

吴新余,男,1939年8月生,1962年毕业于哈军工航空系,现为南京邮电学院电子工程系教授(1992),IEEE高级会员(1994)。在1986-1998年间,曾三次赴美国芝加哥伊里诺大学、一次赴美国加州大学伯克利本校作访问学者。有编著、译著5本:1.《信号与线性系统》,人民邮电出版社,1985,为编者之一;2.《陈惠开教授论文选集》(译),湖南科技出版社,1987,为主译者;3.《数字信号处理系统与实现》(译),科学出版社,1989,为译者之一;4.《现代网络分析》,人民邮电出版社,1992,为第一副主编;5.《信号与系统——时域、频域分析与Matlab软件应用》,电子工业出版社,1999.12,为编者之一。曾在国内外杂志和有关专业学术会议上发表论文100余篇。1992年获国务院颁发的政府特殊津贴,两次作为课程建设的主持人而获得江苏省普通高校一类课程:“电路分析”(1993)、“信号与系统”(1995),1996年获江苏省普通高校教学成果一等奖,1998年被评为江苏省优秀硕士生导师,其主要研究领域是:电路与系统理论及应用,应用图论,神经网络和遗传算法等。

周井泉,男,1963年8月生,1985年与1988年分别获南京理工大学学士和硕士学位,现为南京邮电学院电子工程系讲师。从事“电路分析”和“信号与系统”教学多年,在国内杂志上有数篇论文发表。其感兴趣的研究领域是:电路的CAD、电子技术和计算机应用、神经网络等。

沈元隆,男,1946年8月生,1969年毕业于北京邮电学院有线系,1982年获该校信号、电路与系统专业硕士学位,现为南京邮电学院电子工程系教授(1997)。多年来,从事本科生“电路分析”、“信号与系统”以及研究生“现代网络理论”、“可靠性工程基础”等课程的教学和指导研究生工作,两次作为课程建设的主要参加者而获江苏省普通高校一类课程:“电路分析”(1993)、“信号与系统”(1995),1996年获江苏省普通高校教学成果一等奖,主要代表作有《电路分析基础》(东南大学出版社,1996),在国内外杂志上发表论文20余篇。1997年获国务院颁发的政府特殊津贴。主要研究领域为:现代网络理论与系统的可靠性等。

前 言

“信号与系统”是通信类学生的一门主干课程,该课程所涉及到的许多基本概念和五种基本分析方法(卷积分析法、傅氏变换分析法、拉氏变换分析法、Z 变换分析法以及状态变量分析)是每一个学生和工程师所必须熟练掌握的内容。我们的教师和学生对该课程的教学都给予了高度的重视和进行了较系统与较严格的训练,因而收到了一定的效果。近年来,我们密切注意到国内外一些著名大学中有关本课程的教学实践和发展动向,我们对教学内容、所选的题目和上机训练等各个方面均作了比较,感到我们的教学还存在着一些不足之处:学生花在纯工程运算方面的时间比较多,而对一些重要的基本概念掌握得不够好;学生的系统概念比较薄弱,原有教材中存在着重“信号”而轻“系统”偏向;在运用计算机训练方面国内则是空白。因此,我们在总结近 20 年来的教学经验的基础上,着眼于面向 21 世纪的教学,增加了若干新内容,重新编写了本教材。

在本教材的编写中,我们主要考虑到以下几个方面:

1. 对传统的内容加以精炼地叙述,力图加深各种物理概念的阐述;
2. 在傅氏变换中加强信号频谱概念的阐述,加入了调制信号的频谱,单边带信号的频谱,并介绍了希尔伯特变换及有关性质与应用方面的知识;
3. 加强了系统性能分析方面的内容,先介绍了二阶系统的时域性能指标和频域性能指标,高阶系统的简化等效二阶模型;加强了系统的稳定性分析,零极点对系统性能的影响;介绍了系统的可控性与系统的可观测性的概念,使学生对线性系统的性能有一个整体的认识;
4. 增加了在信号与系统分析中应用 Matlab 软件的内容,编制了 30 余个程序与习题,使学生对信号与系统中的许多重要的概念增加了直观认识,以便加深对概念的理解,并学会应用 Matlab 软件来快速而有效地分析、解决问题——我们注意到国外的一些大学在本课程的教学安排中安排了用 Matlab 软件来进行上机作业,显然,应用 Matlab 软件是本课程未来发展的一个必然趋势。为了适应这一迅速发展的形势,两年以来我们在研究生和本科生中作了一些探索和尝试,实践证明,学生通过上机训练,不仅能很快地理解所增加的新内容,而且也激发了学生的学习兴趣,他们对许多概念的理解加深了,而且学会了利用 Matlab 软件来分析问题的技巧与方法;
5. 考虑了当前科技迅速发展的形势与着眼于面向 21 世纪的教学,我们在内容的选择上比传统的教材有所加宽,目的在于让学生了解与学习到更多的知识。当然在具体的教学实施过程中,可根据实际情况加以取舍,上机时也可以在 6~10 小时内作出适度的选择,视各个学校的硬件设施而定。

本教材是几位教师集体分工编写而成的:沈元隆教授编写了第2章和第6章;周井泉编写了第1章、第4章以及第5章的第1、2节,并准备了本书的大部分习题答案;吴新余教授编写了第3章、第7章、第8章以及第5章的第3、4、5节。最后,对全书的统稿由吴新余完成。

书中的 Matlab 软件系由我们的研究生许峻嵘、本科生宋铜铃两位同学进行了上机运行和程序的改进工作。两届研究生和两届本科生中的几十名学生也对全部程序进行过上机实践,他们对本书中的所有程序的完善起到了不少的促进作用。为此,笔者谨向这些付出了辛勤劳动的同学们致以衷心感谢。

刘陈、蒋国平两位副教授仔细审阅了书稿并根据他们多年的教学经验提出了宝贵意见。

本书稿完成后,又请东南大学管致中及夏恭恪两位教授审阅,他们提出了一些修改建议,使书稿进一步趋于完善。在此我们向管致中、夏恭恪、刘陈、蒋国平等同志表示诚挚的感谢。

由于我们的水平有限,书中存在不少的缺点和不当之处,敬请广大的国内同行与读者给予批评指正。

吴新余 周井泉 沈元隆
于南京邮电学院
1999年9月

目 录

第1章 信号与系统的基本概念	1
1-1 信号的描述及分类	1
1-2 信号的运算	7
1-3 系统的数学模型及其分类	12
1-4 系统的模拟	17
1-5 线性时不变系统分析方法概述	19
习题1	21
第2章 连续时间系统的时域分析	27
2-1 冲激函数及其性质	27
2-2 系统的冲激响应	33
2-3 信号的时域分解和卷积积分	38
2-4 卷积的图解和卷积积分限的确定	42
2-5 卷积积分的性质	47
2-6 卷积的数值计算	51
习题2	54
第3章 信号的频谱分析与傅里叶变换	60
3-1 周期信号的三角型傅里叶级数	60
3-2 周期信号的指数型傅里叶级数	71
3-3 正交信号的表示法	78
3-4 非周期信号的傅里叶积分表示	84
3-5 傅里叶变换的物理意义	88
3-6 常用信号(函数)的傅里叶变换	89
3-7 傅里叶变换的性质	95
3-8 利用傅里叶变换分析线性系统	105
3-9 无失真传输和传输畸变	107
3-10 理想的和实际的滤波器	109
3-11 信号的能量密度谱和功率密度谱	111
3-12 抽样定理与信号的恢复	114
3-13 调制信号的频谱	119

3-14 希尔伯特变换及单边带频谱	126
习题 3	131
第 4 章 拉普拉斯变换分析	143
4-1 拉普拉斯变换	143
4-2 典型信号的拉普拉斯变换	146
4-3 拉普拉斯变换的性质	149
4-4 拉普拉斯反变换	157
4-5 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	164
4-6 拉普拉斯变换分析法	167
4-7 系统函数	173
4-8 系统函数的零、极点分析	179
4-9 系统的信号流图	184
习题 4	187
第 5 章 系统的性能分析	196
5-1 二阶系统的时间响应	196
5-2 二阶系统的频率响应	205
5-3 系统的稳定性判别	211
5-4 二阶系统中加入零极点对系统性能的影响	215
5-5 根轨迹概念	218
习题 5	224
第 6 章 离散时间系统与 Z 变换分析	226
6-1 离散时间信号	226
6-2 离散系统的数学模型和模拟	234
6-3 离散时间系统的时域分析法	239
6-4 Z 变换	251
6-5 Z 反变换	256
6-6 Z 变换的性质	260
6-7 Z 变换与拉普拉斯变换的关系	267
6-8 离散时间系统的 Z 变换分析法	270
6-9 离散时间信号与系统的频域分析	281
6-10 数字滤波器的一般概念	289
习题 6	292
第 7 章 状态变量分析	301

7-1 状态方程的建立	301
7-2 状态方程的求解	312
7-3 状态方程的线性变换	322
7-4 系统的可控性和可观测性	327
7-5 状态变量反馈	333
7-6 离散时间系统状态方程的建立	336
7-7 离散系统状态方程的求解	339
习题 7	342
第 8 章 Matlab 软件在信号与系统分析中的应用	346
8-1 矩阵运算,求矩阵的特征值和特征向量	346
8-2 描述线性系统的三种不同方式之间的转换	349
8-3 卷积和差分方程的求解	357
8-4 傅氏变换,希尔伯特变换和单边带信号的频谱	360
8-5 系统的时间响应分析	363
8-6 系统的频率响应分析	368
8-7 根轨迹	375
8-8 系统的稳定性,可控性与可观测性	377
8-9 用龙格-库塔(C Runge & M W Kutta)法求解微分方程	385
8-10 求传递函数矩阵 $\Phi(s)$ 和状态转移矩阵 $e^{A t}$	386
附录	
A 波特图	388
B 关于简化的人造卫星运动的状态方程建立	395
部分习题答案	401
主要参考书目	417

第1章 信号与系统的基本概念

本章讨论有关信号与系统的定义、分类方法和基本特性;着重介绍信号的函数表示与波形表示;介绍系统的模型及系统的模拟;最后,对线性时不变系统的各种分析方法作一概述,以便为学习全书打下基础。

随着近代科学技术的发展,特别是大规模集成电路的出现,数字计算机的广泛应用,信息高速公路的建设,使信号与系统日益复杂,也促进了信号与系统理论研究的发展。

在系统理论的研究中,包括系统分析与系统综合两个方面。系统分析与信号分析被看成是一个整体。从信号传输的观点来看,信号通过系统后,由于系统的职能作用而使信号的时间特性及频率特性发生变化,从而产生新的信号。从系统响应的观点来看,系统在信号的激励下,将必然作出相应的反应,从而完成系统的职能作用。因此,系统分析的任务,归根到底是:在给定系统的条件下,求得输入激励所产生的输出响应。系统综合则是在给定输入的条件下,为了获得预期的输出去实现系统的构成。

本课程仅限于讨论信号与系统的分析。

1-1 信号的描述及分类

1-1-1 信号及其描述

人类的社会活动离不开传递消息,从公元前七百余年前,我们的祖先利用烽火传递警报,到现代的电话、电报、无线电广播与电视,其目的都是要把某些消息借一定形式的信号传出去,给对方以信息。

那么,什么是信号(signal)? 广义地说,信号是随时间变化的某种物理量。在通信技术中,一般将语言、文字、图像或数据等统称为消息(message)。在消息中包含有一定数量的信息(information)。但是,信息的传送一般都不是直接的,它必须借助于一定形式的信号(光信号、声信号、电信号等),才能远距离快速传输和进行各种处理。因而,信号是消息的表现形式,它是通信传输的客观对象,而消息则是信号的具体内容,它蕴藏在信号之中。本课程将只讨论应用广泛的电信号,它通常是随时间变化的电压或电流,在某些情况下,也可以是电荷或磁通。由于信号是随时间而变化的,在数学上可以用时间 t 的函数 $f(t)$ 来表示,因此,“信号”与“函数”两个名词常常通用。系统的主要任务是对信号进行传输与处理,分析系统的功能和特性必然首先涉及到对信号的分析。因此,信号的分析是本课程的一个重要内容。

信号的特性可以从两个方面来描述,即时间特性和频率特性。信号可写成数学表达式,

即是时间 t 的函数,它具有一定的波形,因而表现出一定波形的时间特性,如出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的大小及随时间变化的快慢等。另一方面,任意信号在一定条件下总可以分解为许多不同频率的正弦分量,即具有一定的频率成份,因而表现为一定波形的频率特性,如含有大小不同频率分量、主要频率分量占有不同的范围等。

信号的形式所以不同,就因为它们各自有不同的时间特性和频率特性,而信号的时间特性和频率特性有着对应的关系,不同的时间特性将导致不同的频率特性的出现。

1-1-2 信号的分类

对于各种信号,可以从不同的角度进行分类。

1. 确定信号和随机信号

按时间函数的确定性划分,信号可分为确定信号和随机信号两类。

确定信号(determinate signal)是指一个可以表示为确定的时间函数的信号。对于指定的某一时刻,信号有确定的值。如我们熟知的正弦信号、周期脉冲信号等。随机信号(random signal)则与之不同,它不是一个确定的时间函数,通常只知道它取某一数值的概率,如噪音信号等。

实际传输的信号几乎都具有不可预知的不确定性,因而都是随机信号。例如,通信系统中传输的信号带有不确定性,接收者在收到所传送的消息之前,对信息源所发出的消息是不知道的,否则,接收者就不可能由它得知任何新的消息,也就失去通信的意义。另外,信号在传输过程中难免受各种干扰和噪声的影响,将使信号产生失真。所以,一般的通信信号都是随机信号。但是,在一定条件下,随机信号也表现出某些确定性,通常把在较长时间内比较确定的随机信号,近似地看成确定信号,使分析简化,便于工程上的应用。本课程只讨论确定信号的分析,它也是研究随机信号特性的重要基础,而对随机信号的分析是后续课程的任务。

2. 连续信号和离散信号

按照函数时间取值的连续性划分,确定信号可分为连续时间信号和离散时间信号,简称连续信号和离散信号。

连续信号(continuous signal)是指在所讨论的时间内,对任意时刻值除若干个不连续点外都有定义的信号,通常用 $f(t)$ 表示,如图 1-1 所示。

离散信号(discrete signal)是指只在某些不连续规定的时刻有定义,而在其他时刻没有定义的信号。通常用 $f(t_k)$ 或 $f(kT)$ [简写 $f(k)$] 表示,如图 1-2 所示。图中信号 $f(t_k)$ 只在 $t_k = -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ 等离散时刻才给出函数值。

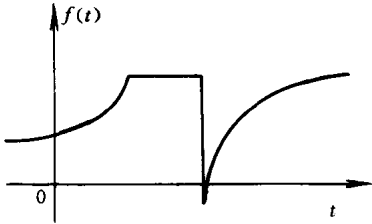


图 1-1 连续时间信号

3. 周期信号和非周期信号

按信号(函数)的周期性划分,确定信号又可以分为周期信号与非周期信号。

周期信号(periodic signal)是指一个每隔一定时间 T ,周而复始且无始无终的信号,它们

的表达式可写为

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

满足此关系式的最小 T 值称为信号的周期。只要给出此信号在任一周期内的变化过程,便可确知它在任一时刻的数值。非周期信号(aperiodic signal)在时间上不具有周而复始的特性。非周期信号也可以看作为一个周期 T 趋于无穷大时的周期信号。

4. 能量信号与功率信号

信号按时间函数的可积性划分,可以分为能量信号,功率信号和非功率非能量信号。

信号可看作是随时间变化的电压或电流,信号 $f(t)$ 在 1 欧姆的电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$,在时间区间 $(-\infty, \infty)$ 所消耗的总能量定义为:

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-1)$$

其平均功率定义为:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-2)$$

上两式中,被积函数都是 $f(t)$ 的绝对值平方,所以信号能量 E 和信号功率 P 都是非负实数。

若信号 $f(t)$ 的能量有界,即 $0 < E < \infty$,此时 $P = 0$,则称此信号为能量有限信号,简称能量信号(energy signal)。

若信号 $f(t)$ 的功率有界,即 $0 < P < \infty$,此时 $E = \infty$,则称此信号为功率有限信号,简称功率信号(power signal)。

信号 $f(t)$ 可以是一个既非功率信号,又非能量信号,如单位斜坡信号就是一个例子。但一个信号不可能同时既是功率信号,又是能量信号。

一般说来周期信号都是功率信号;非周期信号或者是能量信号,或者是功率信号。属于能量信号的非周期信号称为脉冲信号,它在有限时间范围内有一定的数值;而当 $t \rightarrow \infty$ 时,数值为 0,如图 1-3 所示。属于功率信号的非周期信号是当 $|t| \rightarrow \infty$ 时仍然为有限值的一类信号,如图 1-4 所示。

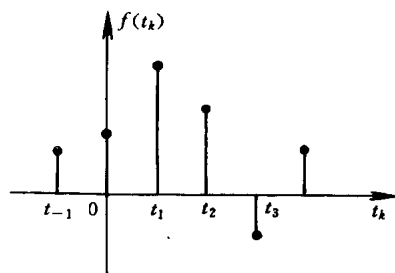


图 1-2 离散时间信号

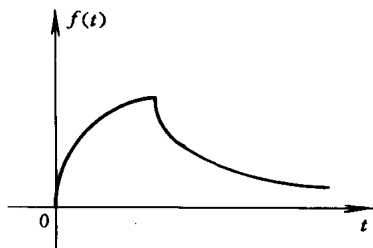


图 1-3 非周期能量信号

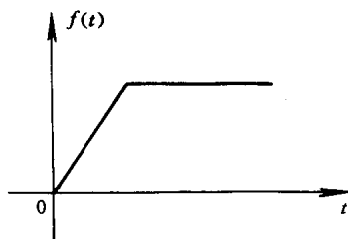


图 1-4 非周期功率信号

例 1-1 如图 1-5 所示信号,判断其是否为能量信号或功率信号。

解 图 1-5(a)信号 $f_1(t) = e^{-2|t|}$

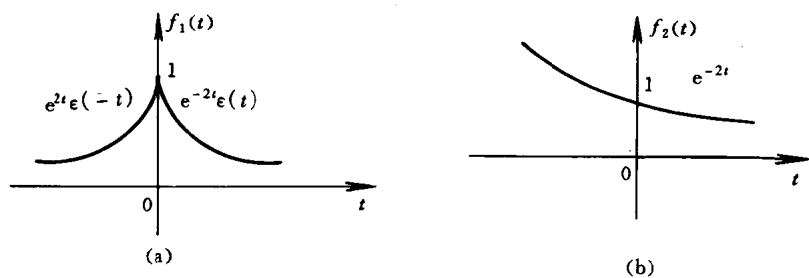


图 1-5 例 1-1 题图

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T (e^{-2|t|})^2 dt = \int_{-\infty}^0 e^{4t} dt + \int_0^{\infty} e^{-4t} dt = 2 \int_0^{\infty} e^{-4t} dt = \frac{1}{2}$$

$$P = 0$$

所以该信号为能量信号。

对于图 1-5(b)所示信号 $f_2(t) = e^{-2t}$, 则有

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T (e^{-2t})^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} -\frac{1}{4} [e^{-4T} - e^{4T}] = \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E$$

利用罗必塔法则可求得:

$$\begin{aligned} P &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{e^{4T} - e^{-4T}}{8T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{e^{4T}}{8T} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4e^{4T}}{8} = \infty \end{aligned}$$

故 $f_2(t)$ 是一个既非能量信号又非功率信号。

1-1-3 典型连续信号

下面给出一些典型连续信号的表达式和波形, 我们今后会经常遇到它们。典型离散信号的表达式及波形将在第 6 章中讨论。

1. 单位阶跃信号(unit step signal)

单位阶跃信号的定义为:

$$\epsilon(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

其波形如图 1-6 所示, 在跃变点 $t=0$ 处, 函数值未定义。

若单位阶跃信号跃变点在 $t=t_0$ 处, 则称其为延迟单位阶跃函数, 它可表示为

$$\epsilon(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases} \quad (1-4)$$

其波形如图 1-7 所示。

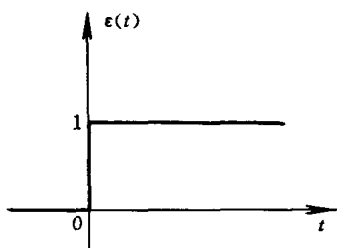


图 1-6 单位阶跃函数

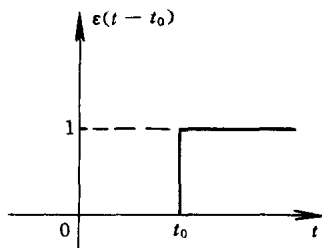


图 1-7 延迟单位阶跃函数

2. 单位冲激信号(unit impulse signal)

单位冲激信号 $\delta(t)$ 是一个特殊信号,它不是用普通的函数来定义的。它的工程定义如下:

$$\delta(t) = 0 \quad t \neq 0 \quad \text{和} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1-5)$$

这个定义由狄拉克(P. A. M. Dirac)提出,故又称狄拉克函数或 δ 函数。它除在原点以外,处处为零,并且具有单位面积值。直观地看,这一函数可以设想为一列窄脉冲的极限。比如一个矩形脉冲,宽度为 τ ,高度为 $1/\tau$,其面积为 1,在极限的情况下,当 $\tau \rightarrow 0$ 时,它的高度无限增大,但面积始终保持为 1,如图 1-8(a)所示。单位冲激信号的波形难以用普通方式表达,通常用一个带箭头的单位长度线表示,如图 1-8(b)所示。如果矩形脉冲的面积不为 1,而是一个常数为 A ,则一个强度为 A 的冲激信号可表示为 $A\delta(t)$ 。在用图形表示时,可将强度 A 标注在箭头旁。

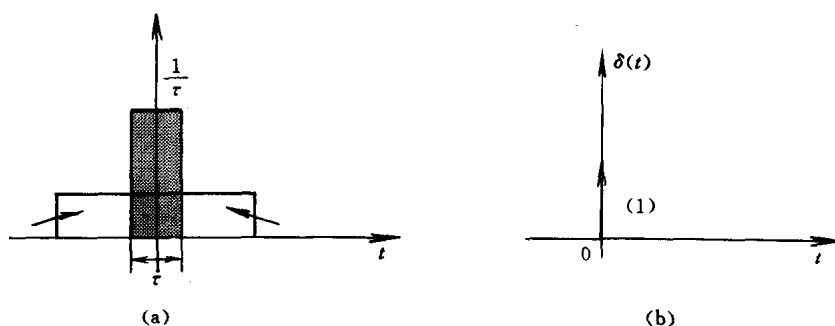


图 1-8 (a)矩形脉冲演变为冲激信号 (b)单位冲激信号

由以上定义,可得

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

或

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \varepsilon(t) \quad (1-6)$$

式(1-6)表明单位阶跃信号是单位冲激信号的积分。

任一单位冲激信号在 t_0 处出现冲激时, 可得到一个具有延迟的冲激函数 $\delta(t - t_0)$ 为

$$\begin{cases} \delta(t - t_0) = 0 & t \neq t_0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1 \end{cases} \quad (1-7)$$

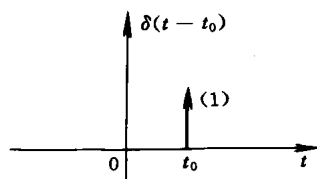


图 1-9 延迟单位冲激信号

其波形如图 1-9 所示。

3. 复指数信号 (complex exponential signal)

复指数信号 e^s 的指数因子 $s = \sigma + j\omega$ 为复数, 称为复频率。借助欧拉公式可展开为: $e^s = e^{\sigma} \cos \omega t + j e^{\sigma} \sin \omega t$ 。复指数信号的波形随 s 的不同而不同。当 $s = 0$ 时, $e^s = 1$, 为直流信号; 当 $\omega = 0$ 时, $e^s = e^{\sigma}$ 就成为一个单调增长或衰减的实指数信号, 如图 1-10(a) 所示; 当 $\sigma = 0$ 时, $e^s = e^{j\omega} = \cos \omega t + j \sin \omega t$, 其实部是一个等幅余弦信号, 虚部是一个等幅正弦信号, 图 1-10(b) 画出了其实部的波形。在一般情况下, e^s 的实部是一个增幅 ($\sigma > 0$) 或减幅 ($\sigma < 0$) 的余弦信号, 虚部是一个增幅 ($\sigma > 0$) 或减幅 ($\sigma < 0$) 的正弦信号, 图 1-10(c) 和 (d) 画出了两种不同 σ 的实部波形。

由于复指数信号能概括多种情况, 所以可利用它来描述多种基本信号, 如直流信号、指数信号、等幅、增幅或减幅正弦或余弦信号, 因此, 它是信号与系统分析中经常遇到的重要信号。

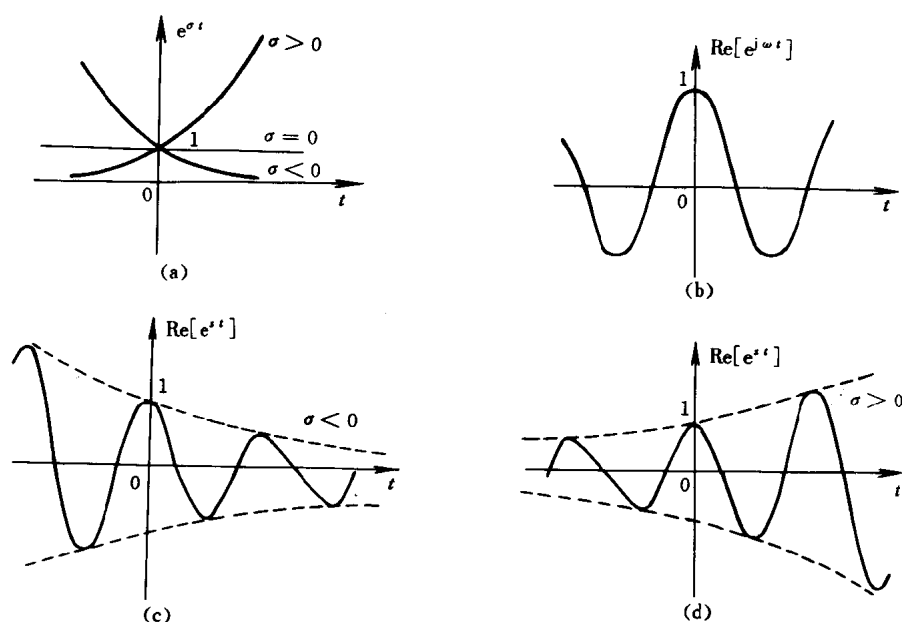


图 1-10 复指数信号 e^s 在不同 s 值时的波形

上面我们介绍了几种最基本的信号, 接着来介绍有关信号的各种运算。

1-2 信号的运算

1-2-1 信号的相加与相乘

两个信号相加(相乘)可得到一个新的信号,它在任意时刻的值等于两个信号在该时刻的值之和(积)。信号相加与相乘运算可以通过信号的波形(或信号的表达式)进行。

例 1-2 信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的波形如图 1-11(a)和(b)所示,试求 $f_1(t) + f_2(t)$ 和 $f_1(t) \cdot f_2(t)$ 的波形,并写出其表达式。

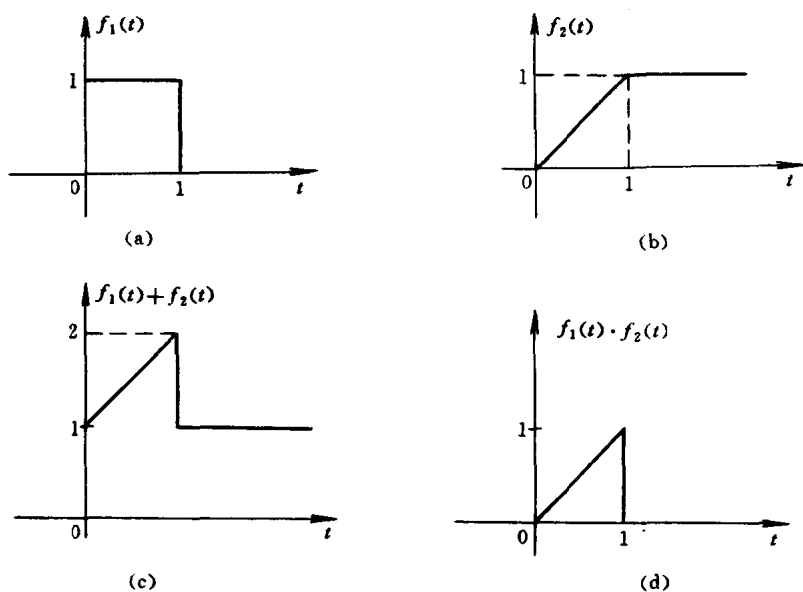


图 1-11 信号的相加与相乘

解 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的表达式为

$$f_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$

$$f_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 < t < 1 \\ 1 & t > 1 \end{cases}$$

它们的和为:

$$f_1(t) + f_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t+1 & 0 < t < 1 \\ 1 & t > 1 \end{cases}$$

它们的积为:

$$f_1(t) \cdot f_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 < t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$

由此可得它们的波形分别如图 1-11(c)和(d)所示。

本例也可由图 1-11(a)和(b)画出 $f_1(t) + f_2(t)$ 和 $f_1(t) \cdot f_2(t)$ 的波形,然后写出它们的表达式,所得到的结果相同。

1-2-2 信号的导数与积分

信号 $f(t)$ 的导数是指 $\frac{df(t)}{dt}$ 或记作 $f'(t)$,它表示信号值随时间变化的变化率。当 $f(t)$ 含有不连续点时,由于引入了冲激函数的概念, $f(t)$ 在这些不连续点上仍有导数,即出现冲激,其强度为原函数在该处的跳变量。

信号 $f(t)$ 的积分是指 $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$ 或记作 $f^{(-1)}(t)$,它在任意时刻 t 的值为从 $-\infty$ 到 t 区间, $f(t)$ 与时间轴所包围的面积。

例 1-3 $f(t)$ 的波形如图 1-12(a),画出它的导数和积分的波形。

解 信号的导数和积分的波形如图 1-12(b)和(c)。

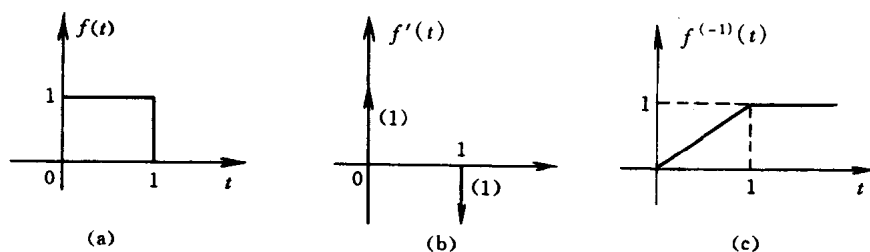


图 1-12 信号的导数与积分

$f(t)$ 在 $t=0$ 和 $t=1$ 处有不连续点,故在 $t=0$ 和 $t=1$,它的导数出现冲激。在 $t=0$ 处, $f(t)$ 的跳变值为 1,所以冲激强度为 1;在 $t=1$ 处, $f(t)$ 的跳变值为 -1,所以冲激是强度为 1 的负冲激。

1-2-3 信号的时移和折叠

信号 $f(t)$ 时移 $\pm t_0$ ($t_0 > 0$),就是将 $f(t)$ 表达式中所有自变量 t 用 $t \pm t_0$ 替换,成为 $f(t \pm t_0)$ 。需要注意的是 $f(t)$ 的时间范围定义域中的 t 也要被替换。从波形看,时移信号 $f(t + t_0)$ 的波形比 $f(t)$ 的波形在时间上超前 t_0 ,即 $f(t + t_0)$ 的波形是将 $f(t)$ 的波形向左移动 t_0 ; $f(t - t_0)$ 的波形比 $f(t)$ 的波形在时间上滞后 t_0 ,即 $f(t - t_0)$ 的波形是将 $f(t)$ 的波形向右移动 t_0 。

信号 $f(t)$ 的折叠就是将 $f(t)$ 表达式以及定义域中的变量 t 用 $-t$ 替换,成为 $f(-t)$ 。从波形看, $f(-t)$ 的波形是 $f(t)$ 的波形相对于纵轴的镜像。

折叠信号 $f(-t)$ 时移 $\pm t_0$ 就是将 $f(-t)$ 的表达式以及定义域中的所有自变量 t 用 $t \pm t_0$ 替换,成为 $f[-(t \pm t_0)] = f(-t \mp t_0)$ 。从波形看, $f[-(t + t_0)] = f(-t - t_0)$ 的波形是将 $f(-t)$ 的波形向左移动 t_0 ; $f[-(t - t_0)] = f(-t + t_0)$ 的波形是将 $f(-t)$ 的波形向右移动 t_0 。

例 1-4 信号 $f(t)$ 的表达式为