模糊数学在纺织工业中的应用

汪学骞 著

開益出版社

模糊数学在纺织工业中的应用

汪学骞著

开益出版社
国际书号 ISBN—962—7123—13—7

模糊数学在纺织工业中的应用

汪学骞著

责任编辑：王铿
出　　版：开益出版社
Maison d'edition Quaille
香港葵涌华星街华达工业中心A座8楼15室
发行：香港利通图书有限公司
版次：1992年12月第一版
法国代理：巴黎友丰书店
台湾代理：来来图书有限公司
国际书号：ISBN—962—7123—13—7
定价：40HK＄
（国内价）人民币9.80元

内 容 提 要

本书是应用型模糊数学书籍，内容包括模糊数学的基本知识和模糊数学在纺织工业中的应用，侧重介绍模糊数学应用于纺织科研、生产、管理的方法。本书是一本强调应用的再创造性的书籍。

本书可供纺织厂技术人员、纺织研究所科技人员、纺织院校师生阅读，也可供其它学科的科技人员参考。由于目前尚无适合纺织院校的模糊数学的教科书，因此本书可作为选修模糊数学的纺织专业的参考资料。

前　　言

客观世界信息繁杂众多，它包含工程技术、社会经济、经营管理等 各方面的信息。当今，学科交叉，横断性强，在纺织工业中往往存在与其它学科交融、信息不完全明确的综合系统，不少问题确定性数学难以解决，数理统计在纺织工业中的作用已经得到公认。但是，科学发展很快，不少综合问题，跨学科问题越来越急需解决，对带有模糊性的问题，用模糊数学处理最有效，所以模糊数学是纺织工业技术人员值得学习的一门新学科。

模糊数学于 1965 年由美国学者查德（L. A. Zaden）创立，它是一门很新的数学分支。近年，我国数学界对其研究比较广泛，取得一定的成绩。模糊数学的应用发展更加迅速，目前已经涉及到多种学科，模糊数学在纺织工业中的应用也开始了，不少纺织科技工作者，纺织院校的师生对模糊数学发生了兴趣，尤其模糊数学的应用更能引人入胜。目前还没有一本比较系统的模糊数学在纺织工业中应用的书籍，本书的目的就是使更多的纺织科技工作者了解和掌握模糊数学的基础知识及其应用技能。

本书力求普及和提高兼顾，强调实用性，一方面让愿意学些模糊数学的纺织工作者能尽快入门，另一方面使读者阅读和学习后能尽快应用于实际工作中。全文分八章，第一章至第七章结合模糊数学在纺织工业应用的实例介绍模糊数学的基本知识，在撰写上力求易学易懂，各章既自成一体又相互呼应，数学理论证明大多略去。第八章是全书的重点章，实际应用是一

种再创造，生搬硬套是不行的，可是从学习模糊数学的基本知识到灵活应用于实际还有一段距离，为了缩短这段距离，在第八章中例举了较多的大型应用实例，目的是希望达到一举二得的效果，也就是使读者在阅读模糊数学的知识时也能获得一些纺织科研中的新知识，可是，更主要的是介绍应用的再创造构思。

在完成本书的过程中，北京师范大学数学系汪培庄教授给予了极大的关心和帮助，在此表示衷心的感谢。

本书是一本应用型模糊数学书籍，涉及的专业知识面较广，第八章中大部分实例取材于作者近年的科研成果，在完成这些科研成果的过程中曾得到不少同行学者的帮助，谨此一并致谢。

汪学骞

目　录

第一章　模糊集合的基本知识

§1 确定性数学与非确定性数学

近代，迅速发展的科学已经把它的触角伸向人类社会诸方面，科学在人们认识世界和改造世界的实践中发挥了它的巨大的威力。当今，新学科林立，边缘学科、交叉学科不断产生，各学科的结构都在演化和发展，在各门学科的发展史中，几乎都经历过或正在经历着数学化的过程。不少工程学科，由于新的研究领域的开发，数学化的要求也越来越高，以往渗透到学科内的数学已经显得“力不从心”了。在纺织工程学科中，随着学科的发展，涉及面越来越广，历来与纺织似乎无关的生理学、美学、社会学、心理学等学科和纺织品的关系日趋显露，确定性数学在纺织品服用性能、服装心理学等领域显得无能为力。

数学被定义从量的侧面研究客观世界的科学。客观物质世界相当复杂，随着时代的变迁，对客观世界的研究变得越来越深入，各门学科不断开拓新的领域，并且都不能满足于定性研究阶段。不仅自然科学，包括生物学、经济学、心理学等社会科学领域也迫切要求定量化、数学化、这就意味着研究对象复杂化。有些复杂的东西是难于精确化的，而一切确定性数学又必须精确化。纺织工业中也会遇到不少难于精确化的问题，历来解决问题的办法是模型理想化，也就是对复杂的研究对象作某些假设，把模糊的东西假设成明确的东西，把变化的参数理想化成不变的参数，但是随着研究课题日趋广泛和深入，这类数学处理方法显得不能令人满意了，在实际应用中，有时参数假设后，建立的理论模型和实验结论很难吻合，所以非确定性数学在纺织工业中普遍地得到认可。

非确定性数学分为概率统计数学和模糊数学。“概率论的产生，把数学应用范围从必然现象扩大到偶然现象的领域。模糊数学的产生则把数学的应用范围从精确现象扩大到模糊现象的领域。概率论研究和处理随机性，模糊数学研究和处理模糊性，二者属于不确定性数学。”

模糊数学对于处理没有明确外延或者外延、内涵都不明确的问题是行之有效的，在纺织品性能、结构研究、纺织企业管理、市场销售研究、纺织工艺设计中都会碰到这类问题，模糊数学是这些问题定量研讨的有力工具。

非确定性数学在纺织工业中的应用普遍受到重视。纺织科技工作者对数理统计逐渐较为熟悉了，随着织物风格、服装湿热舒适性等重大课题的研讨在国内展开，模糊数学渗透到纺织学科，模糊数学的应用触角正伸向纺织领域的许多方面，不少纺织工作者对模糊数学的兴趣相当浓厚。

模糊数学的创史人，美国学者 L. A. Zaden 博士认为：中国的数学家、科学家和工程师们在模糊集理论的研究方面和实际应用方面处于世界领先地位。这也是模糊数学迅速渗透到我国纺织领域的重要原因，而纺织科研和生产抓住这一领先地位，必能为赶超世界纺织先进水平做出一定的贡献。

§2 集合及其运算

集合论是现代数学的基础。在普通集合中，一个对象是否属于一个集合是肯定的，而模糊集合却没有明确的外延。日常生活中的很多实际例子都能说明这一问题，固体和液体是有确切界限区别的，在常温下，水、汽油、酒精是液体，铁铜是固体，这在人脑中容易明确。然而有些事物是“亦此亦彼”的，高个子与矮个子，美与丑就没有绝对分明的界限。在纺织工业中，棉纤维与毛

纤维的区别是明确的，织物花纹图案的美观性，制品的舒适性是“亦此亦彼”的。诸如此类的例子都说明普通集合与模糊集合的概念同时并存，更有利于抽象描述客观世界。

为使读者便于掌握，列出下述关键词。

论域：我们在考虑具体问题时，总要局限在某一范围内，这就是论域，常用大写字母 X、Y、U 等表示。

元素：论域中每个对象叫作元素，通常以小写字母 a、b、x 或 x_1、x_2、……表示。

集合：给定一个论域，论域中的一部分元素的全体，叫做论域中的一个集合，常用 A、B、C 表示。

通过实例说明这三个关键词，假如为了某项纺织课题的研究，研讨对象是织物，织物种类繁多，生产厂家不胜枚举，若该课题最后确定研讨的织物共 13 种，被讨论的全体对象就是论域，该论域是有限论域，13 种织物为论域中的 13 个元素，可以记为：

$$X = \{x_1、x_2\cdots\cdots x_{13}\}$$

若这 13 种织物为两大类，6 种棉织物，7 种毛织物，可以把它们看作集合 A 和 B，也就是论域 X 包括集合 A 和集合 B。

属于和不属于：论域中任意指定元素 x_i 及任意一个集合 A，x_i 可以属于 A 也可以不属于 A，分别记为，$x_i \in A$，$x_i \notin A$。

包含：A、B 是论域 $\cup$ 中的两个集合，$x_i \in \cup$，若 $x \in A$，则可推得 $x \in B$ 的话，便称 B 包含 A，记为 $B \supseteq A$，A 叫 B 的子集。

余集：余集用 $\neg A$ 表示，它的定义为：

$$\neg A = \{x|_{x\in U},\quad 但\ x \notin A\}$$

并集：并集用 $A \cup B$ 表示，它的定义为：

$$A \cup B = \{x|_{x\in A或X\in B}\}$$

交集：交集用 $A \cap B$ 表示，它的定义为：

$$A \cap B = \{x|_{x \in A \text{且} x \in B}\}$$

差集：差集用 $A - B$ 表示，它的定义为：

$$A - B = \{x|_{x \in A \text{且} x \notin B}\}$$

空集：不含任何元素的集合叫做空集，用符号 $\varnothing$ 表示。

上面一些概念也可通过图 1、1 表示。

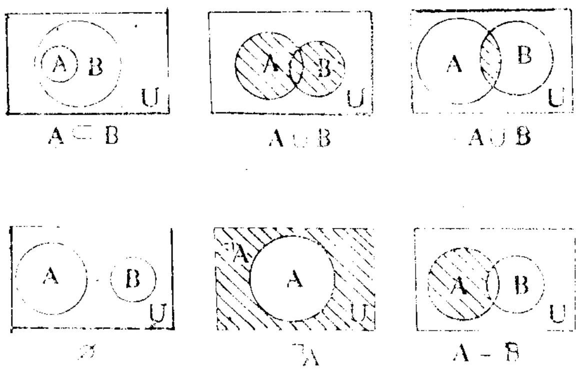

图 1.1 集运算示意图

下面列出集合运算的几条基本性质

(1)交换律：$A \cup B = B \cup A$，

$A \cap B = B \cap A$。

(2)结合律：$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$，

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(3)分配律：$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$，

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$。

(4)两极律：$A \cup U = U$，

$A \cap U = A$，

$A \cup \varnothing = A$，

$A \cap \varnothing = \varnothing$。

(5)补余律：$A \cup (\neg A) = U$，

$A \cap (\neg A) = \varnothing$。

(6)吸收律：$A \cup (B \cap A) = A$，

$A \cap (B \cup A) = A$。

(7)双重否定定律：$\neg(\neg A) = A$。

并集和交集的运算是模糊数学中最常见的，$A \cup B$ 可以写成 $A \vee B$，$A \cap B$ 可以写成 $A \wedge B$。运算并不困难，通过下面例题，很容易掌握。

例：若 $A = \{1,5,10,20,21,30,35\}$

$B = \{1,4,9,20,23,33\}$

则 $A \vee B = \{1,4,5,9,10,20,21,23,30,33,35\}$

$A \wedge B = \{1,20\}$

§3 模糊集和隶属函数

L、A、Zaden 提出：

定义 1、1：给定了论域 U 上的一个模糊子集 $\underset{\sim}{A}$，是指对于任意 $\mu \in U$，都指定了一个数 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(\mu) \in [0、1]$，叫做 μ 对 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属程度。

映射 $\mu_{\underset{\sim}{A}}: U \to [0、1]$

$\mu \to \mu_{\underset{\sim}{A}}(\mu)$

$\mu_{\underset{\sim}{A}}$ 叫做 A 的隶属函数。$\mu_{\underset{\sim}{A}}(\mu)$ 叫做 μ 对 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属度。

隶属函数在模糊数学中占有突出的地位，模糊子集 $\underset{\sim}{A}$ 完全由其隶属函数所刻划，当 $\mu_{\underset{\sim}{A}}$ 值域取 [0、1] 的两个端点时，$\underset{\sim}{A}$ 便退化为一个普通子集，所以模糊集合是普通集合概念的推广，而普通集合是模糊集合的特例。

模糊数学与概率论的表象容易混淆，但这两种不确定性有

着本质的区别。概率论研究随机现象，事件本身是明确的，只是事件发生与否表现出不确定性，这种不确定称为随机性。模糊数学研究模糊现象，事物本身是模糊的，是由于外延模糊而带来的不确定性，这种不确定性称为模糊性，或者习惯上常说为可能性。

以下给出模糊子集的实例。

例 1：某批织物有六个种类，为子 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5、x_6 。设该有限论域

$$U = \{x_1、x_2、\cdots\cdots x_6\}。$$

在感官评定织物外观时，外观好坏按百分制给分，为同时获得 [0、1] 闭区间的映射，分别都除以 100。

则有：x_1 ：70 分， $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1) = 0.70$

x_2 ：90 分， $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2) = 0.90$

x_3：45 分， $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_3) = 0.45$

x_4：30 分， $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_4) = 0.30$

x_5：65 分， $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_5) = 0.65$

x_6：75 分， $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_6) = 0.75$

这样就确定了一个模糊子集 $\underset{\sim}{A}$。

$$\underset{\sim}{A} = (0.70、0.90、0.45、0.30、0.65、0.75)$$

对于一般的模糊子集 $\underset{\sim}{A_n}$ ：

$$\underset{\sim}{A_n} = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4 \cdots\cdots \mu_n)$$

其中 $\mu_i \in [0,1]$，$(i = 1,2\cdots\cdots n)\mu_i$ 是第 i 个元素对模糊子集的隶属度。

对模糊子集 $\underset{\sim}{A_n}$ ，L. A. Zaden 记为：

$$\underset{\sim}{A}_n = \sum_{i=1}^{n} \mu_i / x_i \tag{1.1}$$

应该注意上式决不是分式求和，只是一种符号而已，从有限论域推广到一般情况，可记为：

$$\underset{\sim}{A} = \int_{x \in u} \mu_{\underset{\sim}{A}}(X)/x \tag{1.2}$$

给出隶属函数的解析式子，也能表示出一个模糊集。

例 2、以棉纤维成熟度为论域，可用下面解析式表示隶属函数。

$$\mu_{\underset{\sim}{U}}(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{1}{0.4}(X - 0.5) & X > 1.5 \\ 1 & 1.4 \leqslant X < 1.5 \\ 1 - \dfrac{1}{0.4}(1.4 - X) & X < 1.4 \end{cases}$$

隶属函数的确定往往是解决实际问题的关键，国内外数学家提出过多种方法，但是隶属函数的确定并没有形成统一的权威性方法，它尚在研究发展中。在专业应用中，隶属函数确定是复杂的，应用领域的扩大，也使它越来越充实，它既需要模糊数学的知识，也需要丰富的本专业知识，通过几个实例简要说明隶属函数确定的方法。

例 3、对不同衣料的 8 套服装作穿着热湿舒适性评价。试验时，上衣下服贴身穿着，试验条件是室温 32° ± 1℃，相对湿度 60 ～ 70%，受试者主要体会热感、闷感、出汗感、冷感和凉感，每人将 8 套服装都试穿完毕后，综合评价每件衣服的热湿舒适秩位，最后将所有受试人员所排舒适感秩位进行加权平均，得到一综合性的热湿舒适分数如表 1.1

表 1.1 不同原料的衣料的湿热舒适性

衣料品种	麻	羊毛	蚕丝	粘胶	棉	棉涤	涤纶	晴纶
舒适分数	1.50	1.75	2.75	4.00	4.75	5.00	7.25	7.25
舒适性	好——→差							

试根据评分结果，确定隶属函数。

隶属函数或隶属度可以通过专家评判给分法确定，这虽然会有一定的主观性，但是在有丰富经验的情况下，经主观评分确定隶属度仍是一种重要方法，它还有简单、迅速的优点，涉及到专业课题，并不一定采用体操裁判式的直接评分法，而是根据专业知识加以处理，经适当转换来确定隶属函数，这样效果更佳。

服装湿热舒适性分数是根据排秩位加权平均得出的，分数愈大，舒适性愈差。

设论域 $U = \{X_1、X_2 \cdots\cdots X_8\}$

其中 X_1、$X_2 \cdots\cdots X_8$ 分别为麻、羊毛……晴纶服装舒适性，为同时获得 [0、1] 闭区间的映射，可作下述转换。

用 $1 - \dfrac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$ 可以得：

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1) = 1 - \frac{1.50 - 1.50}{7.25 - 1.50} = 1$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2) = 1 - \frac{1.75 - 1.50}{7.25 - 1.50} = 0.957$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_3) = 0.783$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_4) = 0.565$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_5) = 0.435$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_6) = 0.391$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_7) = 0$$