

活动网络分析

冯允成 编

北京航空航天大学出版社

内 容 简 介

本书系统地阐述了活动网络分析的基本原理、求解算法和实际应用。本书主要内容为：活动网络的表示方法和时间参数计算、网络的结构分析、活动网络的随机生成和PERT网络的计算与仿真、概率型活动网络的统计分析、活动网络的费用优化理论和算法、活动网络中资源分配的启发式方法和优化理论与算法。

本书可作为高等学校的管理工程、系统工程、管理信息系统、技术经济、管理科学、工业经济、企业管理等专业研究生和高年级本科生的教材；也可供广大管理人员和工程技术人员参考。

活 动 网 络 分 析

HUODONG WANGLUO FENXI

冯允成 编

责任编辑 曾昭奇

北京航空航天大学出版社出版

新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经销

北京农业工程大学印刷厂印装

850×1168 1/32 印张：10 字数：268千字

1991年8月第一版 1991年8月第一次印刷 印数：2000册

ISBN 7-81012-231-2/TB·039 定价：3.10元

目 录

第一章 活动网络概述

- § 1-1 活动网络的概念..... (1)
- § 1-2 活动与活动周期..... (4)
- § 1-3 网络图的表示方法..... (9)
- § 1-4 网络计划的编制与执行过程..... (23)

第二章 活动网络的时间参数计算

- § 2-1 A-O-A 网络的时间参数计算..... (30)
- § 2-2 蒙塔板诺算法..... (36)
- § 2-3 搭接网络的时间参数计算..... (42)
- § 2-4 求解关键路线的线性规划模型..... (46)

第三章 活动网络的结构分析与相容辨识

- § 3-1 邻接矩阵与可达性矩阵..... (53)
- § 3-2 可达性矩阵的划分..... (57)
- § 3-3 先后次序的相容性分析..... (67)
- § 3-4 时间-相容综合算法..... (72)

第四章 活动网络随机发生器

- § 4-1 活动网络随机发生器的基本概念..... (79)
- § 4-2 均匀分布随机数的生成..... (82)
- § 4-3 消去法活动网络随机发生器..... (89)
- § 4-4 加入法活动网络随机发生器..... (96)

第五章 计划评审法

- § 5-1 活动周期的概率分布·····(102)
- § 5-2 实现规定工期的概率·····(108)
- § 5-3 产生规定分布的随机变量·····(112)
- § 5-4 活动网络的蒙特卡罗仿真·····(120)

第六章 活动周期概率分布的选择

- § 6-1 分布的假设·····(137)
- § 6-2 分布参数的估算·····(148)
- § 6-3 分布假设的优度检验·····(158)

第七章 概率型活动网络的统计分析

- § 7-1 活动网络周期的统计分析·····(164)
- § 7-2 活动周期和网络周期的方差分析·····(169)
- § 7-3 网络周期的概率分布·····(174)
- § 7-4 边际分布随机约束的网络模型·····(180)
- § 7-5 联合分布随机约束的网络模型·····(191)

第八章 活动网络的费用优化模型

- § 8-1 活动网络费用优化的基本概念·····(197)
- § 8-2 活动网络费用优化的线性规划模型·····(203)
- § 8-3 网络流算法简介·····(212)
- § 8-4 网络流原理用于活动网络费用优化问题·····(218)

第九章 资源分配的启发式方法

- § 9-1 资源约束优化问题的性质和发展·····(240)
- § 9-2 资源平衡问题·····(244)
- § 9-3 有限资源条件下的工程进度问题·····(252)

§ 9-4 SPAR-1和RAMPS算法简介.....(258)

第十章 资源分配问题的解析法

§ 10-1 资源平衡模型.....(265)

§ 10-2 资源平衡问题的动态规划模型.....(269)

§ 10-3 资源分配问题的整数规划模型.....(280)

§ 10-4 资源分配问题的 A-网络法.....(288)

附录1 正态分布函数.....(304)

附录2 χ^2 分布的临界点 $\chi^2_{\alpha, 1-\alpha}$(306)

参考文献.....(307)

第一章 活动网络概述

§ 1-1 活动网络的概念

工程项目是由许多相互联系、相互制约的研究、技术、生产和管理活动所组成的，这些活动必须按一定的次序执行，在某些活动完成之前，其后继活动不能开始，从而存在各项活动之间的逻辑关系。工程中的每一项活动也可称为工程中的一项任务，完成这些任务需要时间，也需要一定的资源，如人力、机器设备、资金等。各项活动之间在时间上必须互相衔接，所占用的资源和消耗的资金应当最少。

长期以来，安排工程项目的进度计划时，往往采用横道图表(Bar Chart)方法，工程项目中每项活动的开始和结束时间都按一定的时间尺度用横道图表示出来，这种方法简便易行，但不能确切地反映不同活动之间的逻辑关系、时间衔接以及资源和费用优化等。随着工程项目的规模日趋扩大，活动数量急剧增多，相互之间的逻辑制约关系浩瀚复杂，而在时间进度、资源占用和费用控制等方面的要求更为严格，因而迫切需要开发和采用更系统化、更有效的计划方法，不仅能够提供时间上相互协调的进度计划，而且能在有限资源的条件下，使工程周期达到最短，或者在满足规定进度的条件下使需用的投资费用最少。

50年代晚期发展起来的活动网络计划方法，就是针对以上要求而产生的。其代表性方法是关键路线法(Critical Path Method——简称CPM)和计划评审法(Program Evaluation and Review Technique——简称PERT)。这两种方法几乎是同时(1956~1958年)从不同的方面并行发展起来的。CPM是在

建筑工程项目中发展起来的，而PERT则是适应大型武器系统的研制而产生的。二者都是在活动周期和相互之间逻辑关系的基础上，通过网络分析确定工程进度的方法。前者重点处理确定性活动周期的工程网络并研究时间与费用、资源与周期之间的关系；后者则侧重于研究非确定性活动周期的工程网络问题。但是随着网络技术的不断改进和发展，二者的差别已渐趋消失，可以统称为活动网络分析技术。由于研究和开发型工程项目的发展，研制过程中随机性因素不断增加，从而产生随机网络技术，其典型方法是图上评审法（Graphical Evaluation and Review Technique——简称GERT）。这种方法的思路是把网络理论、概率论和仿真技术结合起来，从而能得到整个系统的统计特性。

30年来，活动网络技术的飞速发展是与计算机的发展紧密相联系的，网络计划中的协调与平衡、约束和优化、进度和控制等等，一些过去认为无法了解或无法实现的问题，均在计算机上得到解决，大量各种类型的工程网络软件系统应运而生，为活动网络技术的进一步发展提供了条件。

工程项目的网络计划就是一项工程用网络方式表示的进度和计划，它表明工程中各项活动之间的相互逻辑关系，这种逻辑关系决定了各项活动的先后次序、时间协调、资源平衡以及费用预算等等。由于工程项目的性质不同，工程项目的网络计划可分为确定型网络计划和非确定型网络计划。本书主要介绍具有确定型逻辑结构的活动网络计划。

活动（Activity）——是网络计划中的基本组成部分。它是具有明确范围的独立工作单元。每项活动都要消耗时间、资源（人力、机器设备、资金等），并有明确的开始和结束时间。在制订活动网络计划之前，首先需将工程分解为相互独立的活动，每项活动在执行过程中都没有其它活动的介入，并且一旦开始即不应中断。

先后次序约束（Precedence Constraints）——工程项目的

技术过程决定着各项活动的先后次序。在某一项或几项活动没有完工之前,某一项或几项特定的活动就不能开始。因此,它表示网络中的逻辑次序关系。活动网络的先后次序约束可以用每项活动的紧接前导活动(Immediate Predecessors)或紧接后继活动(Immediate Successors)来表示。一旦工程项目中每项活动的紧前活动或紧后活动都已确定,也就确定了网络的结构。

若以“<”表示活动的紧前和紧后关系,则 $\{a\} < \{b\}$ 表示活动 a 是活动 b 的紧前活动,同时也表明活动 b 是活动 a 的紧后活动。如果 $\{a\} < \{b\}$, $\{b\} < \{c\}$ 且有 $\{a\} < \{c\}$,则表示活动 a 和 b 完成以前活动 c 不能开工。显然这是一种逻辑约束关系。由此也可以看到活动 c 有两个紧前活动 a 和 b 。每项活动的紧前活动或紧后活动的平均数,决定网络结构的复杂程度。

网络图(Network Graph)——把工程项目中的各项活动按照其先后次序约束,用箭头和节点表示出来,就构成工程项目的活动网络图。或者说它是工程项目中各项活动先后次序约束的图示。活动网络图是一种有向图。为了表示各项活动在网络中的位置和它们之间的先后次序约束,通常均对每项活动按其执行次序进行编号。活动网络图中,与工程开工和工程完工相对应的节点分别称为源节点(Source Node)和终节点(Sink Node)。从源节点到终节点之间由箭头构成的路径称为路线(Path),其中最长的路径称为关键路线(Critical Path)。

活动网络计划(Activity Network Program)——在网络图上对每项活动标以必须消耗的时间(用周期表示)、资源数量和所需费用,并经过相应的计算,得到各项活动的开始时间、结束时间、松弛时间以及工程周期、资源平衡和费用预算等,就构成该工程项目的活动网络计划。从工程项目网络计划中可以清楚地反映出工程项目在各个阶段上的进度,需要各种资源的数量,费用开支以及整个工程的关键活动和关键路线等,从而成为整个工程执行中的计划依据。

在构造活动网络的过程中，必须严格遵循工程项目技术过程的顺序，而要为网络图中每项活动估算出其活动周期、费用和资源需要量等，都是技术性很强的工作，它要求计划人员既深入技术领域掌握工作细分（活动构成）的过程，又要能纵观全局，进行全面分析。

§ 1-2 活动与活动周期

活动是活动网络的基本组成部分之一，在构造工程项目的活动网络之前，必须将整个工程分解为具有周密定义和相互独立的的活动，即工作任务。

在一个大型的研究与开发型工程项目中，往往包含成千上万项活动。为了分清各项活动之间的先后次序关系，最好先将整项工程按其结构特点分成若干个子系统，每一子系统又可分为更细的子系统，从而形成不同等级的系统、子系统、过程、试验、部件、组合件以至零件等等。根据它们的隶属关系和设计与制造过程，定义属于不同等级上活动的概念。但是，把成千上万项活动都纳入一个网络之中，往往并不能反映工程项目的关键问题。因此，需要对工程项目实行分级，建立不同级别的活动网络。

图1-1所示为一导弹系统的子系统和分级的情况。其中每一级都包含属于该级子系统的所有项目。这种等级的划分标志着相应的管理职责。如图中第4级子系统中，第1级弹体及其下属所有项目，将由第1级弹体的主管部门负责。因此，第1级弹体的主管部门将编制下属第5级所有项目的网络计划。这样就可构成逐级深入的活动网络计划，越是接近基层研究和生产单位，其活动将分得越详细，越接近大系统和上层领导和管理部门，则活动将趋于综合，中间部门则按其实际需要来确定活动的内容。这样的活动划分方法既可使基层部门对计划的协调和进度有详尽的了解，而领导和管理部门也可纵观全局，掌握关键。通常网络的活动

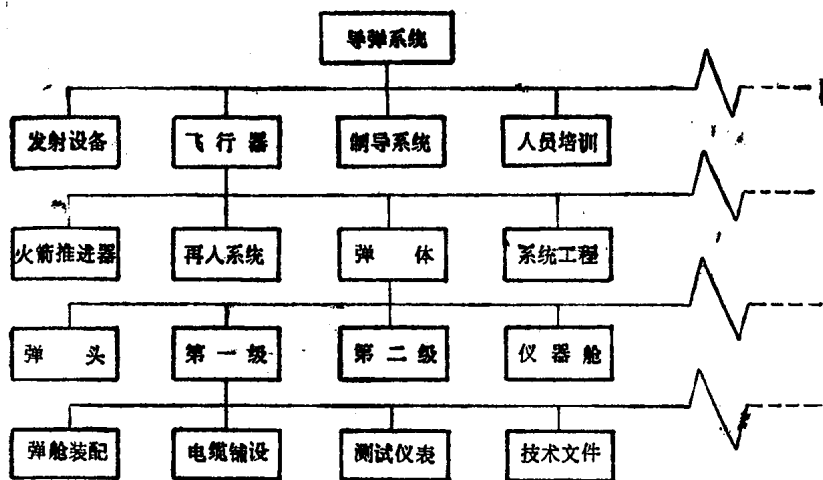


图1-1 导弹系统的子系统与分级

数可控制在50~500项之间，按实际需要决定，计划不能过于繁琐使人不得要领，但也不能过于粗放，以致无法掌握实际情况。上级网络中的一项活动可能是下级网络中若干项活动的综合；下级网络中的一个子网络，甚至整个网络也可能相当于上级网络中的一项活动。这种活动网络的分级将有助于形成大型工程项目中有效的管理体制。

活动网络的分级有助于各级制定网络计划的部门对各项活动进行定义，确定其工作范围。但是，就各类活动在网络中的关系而言，如并联活动、串联活动等，还需要根据构造网络图的特点进行活动内容的相应调整。

对于并联活动，即两个节点之间需容纳多项活动，如果这些活动之间还有局部的先后次序约束，则这些活动还需要作进一步分解。如图1-2中，若活动A必须在活动B开始一天之后才能开始，并且必须在活动B完工一天之后才能结束，而C活动则可以在B活动进行的任何时刻开始或结束。因此就需要将活动A和B进

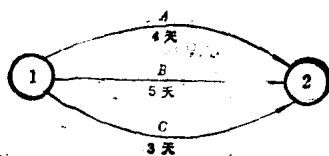


图1-2 并联活动

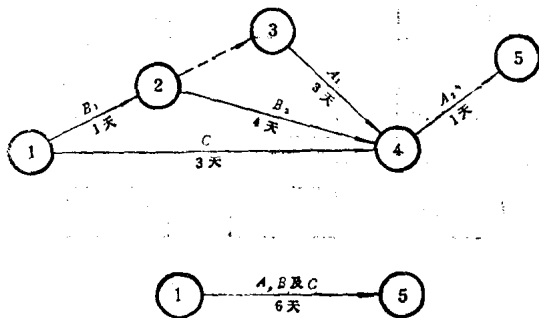


图1-3 按构造网络的特点对并联活动进行修订

行分解，构成新的活动才能形成可行的网络图，如图1-3所示。当然，也可将这些并联活动之间的关系转为活动内部的联系，即将这三项活动合并成一项活动，其总周期为6天。

对于串联活动，往往也会发生类似的情况。在图1-4(a)中，若活动A和活动B可以实行部分的平行作业，实际上这两项活动并不需要17天时间，而可以有两天的平行时间。这时可采取类似的办法，将活动A分解为两个活动（图1-4(b)），或将活动A的一部分与活动B合并（图1-4(c)），或将活动A、B合并（图1-4(d)）等。

有时为了简化网络，使重点更为突出，还可以对网络进行聚合，以满足上级部门的需要，也要对活动的内容进行调整，例如将一个数百项活动的网络简化为只有几十项活动的网络，但并不打乱网络中各项活动之间的先后次序。这里有两项规定是必须考

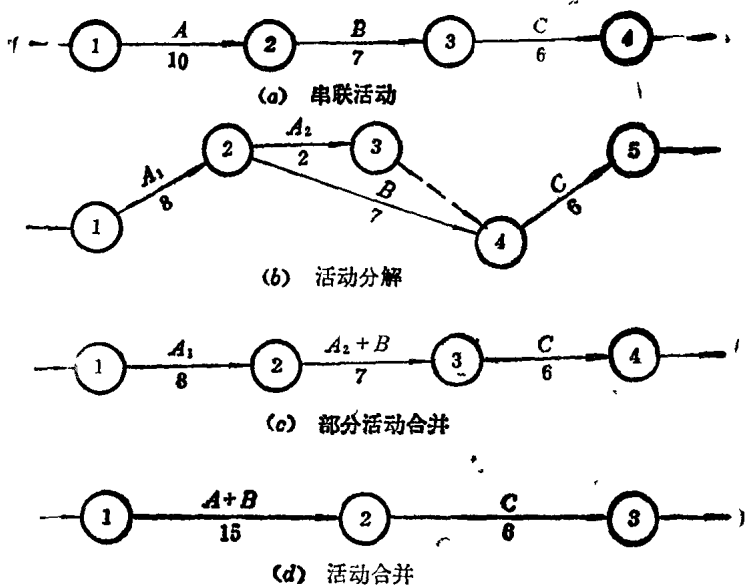


图1-4 按构造网络的特点对串联活动进行修订

虑的。

其一，是被聚合的活动与其它活动之间具有相对的独立性，这样的活动聚合以后不致影响网络的逻辑关系。例如图1-5(a)所示网络可聚合成图1-5(b)的形式。

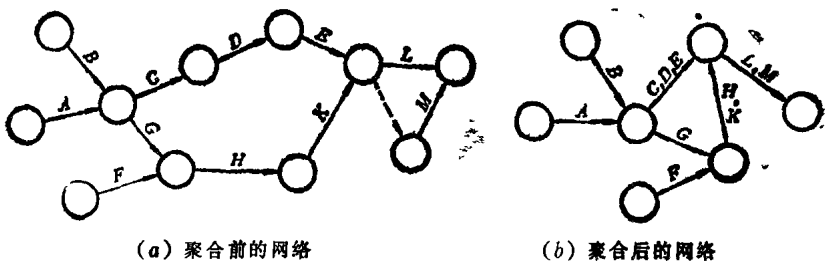


图1-5 网络的聚合

其二，必须抓住网络中的关键事项，使所有关键事项在网络

聚合中并不丢失。这样就可以使网络得到较大的简化，但并不影响对整个工程项目的全面了解，如图1-6(a)中用三角形节点表示工程中的关键事项，经过聚合以后的网络可以只用两个活动来代替七项活动，如图1-6(b)所示。

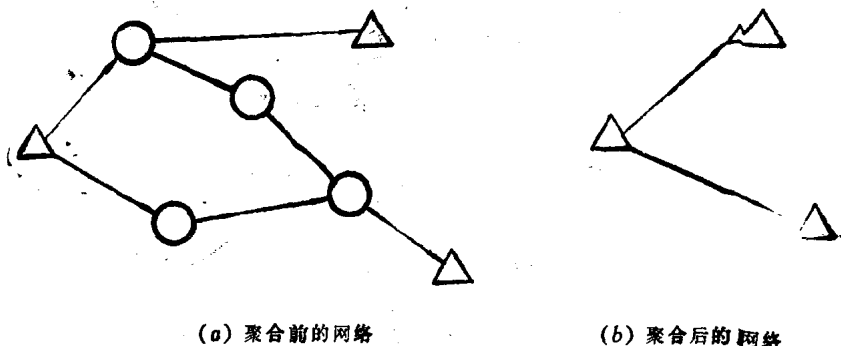


图1-6 保持关键事项的网络聚合

总之，在构造网络图之前，对活动规定明确的内容，不同等级网络中活动的定义以及从构造网络出发对活动内容的调整，都是为了使网络中所包含的每项活动都有严密的定义和确切的界限。这样，才能准确地估算活动的工作量和周期，合理地确定它所需要的资源和费用。

活动的周期是指某项活动在可用资源的基础上完成活动所包含的全部内容所必需的持续时间。当增加可用资源时，如增加人力、设备等，往往可在一定范围内使活动周期缩短；反之，减少可用资源，则活动周期将延长。一般工程项目常用周作为活动周期的单位，对于某些细分的活动，也可以用工作日作为单位。

活动周期的估算工作，一般是在网络图构造完毕之后，对网络图中各项活动的周期进行估算和标定。在活动周期的估算中应注意以下各点。

(1) 活动周期只包括该活动定义范围内工作内容所需要的时间。但某些必要的自然过程时间，如自然时效时间、混凝土干

燥时间等也必须包含在内。

(2) 任何外部逻辑联系所造成的时间拖延不能计入活动周期。如某项活动所需要的材料、工具、设备供应不及时所造成的进度拖延，不能计入该活动的周期，而只能在“提供材料或设备”活动中加以考虑。

(3) 活动周期只包含正常环境条件下进行工作所需要的时间，而不应计入意外环境条件所造成的拖延，如技术事故、水灾、火灾、地震等。

(4) 活动周期应以工作日作为时间计量的标准。因此，节假日和星期天必须予以扣除。

§ 1-3 网络图的表示方法

随着活动网络技术的发展，网络图基本上有两种表示方法。即箭杆活动法 (Activity-on-Arrow Method) 和节点活动法 (Activity-on-Node Method)。在早期的活动网络中大都用箭杆代表活动，而用节点表示活动开始和完成的标志，即事项，这就是箭杆活动法，简称A-O-A法。由于每项活动需用所联系的两个节点号码表示，因此又称双代号法。但是到70年代中期，节点活动法，简称A-O-N法，得到了推广和应用。这种方法用节点表示活动，而箭杆仅表示各活动之间的先后次序约束，由于每项活动仅用一个节点号码表示，因此又称单代号法。由于活动网络发展的历史原因，活动网络的理论分析、算法步骤以及大量软件系统都基于A-O-A法。虽然A-O-N法具有某些突出的优点，具有很好的发展前景，目前仍处于两种方法并存的状况。因此，我们对两种方法都必须给予充分的注意。此外，在70年代后期，西欧各国还发展了一种基于甘特图表的搭接网络法 (Precedence Network Method)，这种网络表示方法能反映活动之间的平行交叉和搭接关系，受到广大管理人员的青睐。由于搭接网络中仍

用节点表示活动，因此可以认为是A-O-N法的一种扩展。

一、箭杆活动法 (A-O-A法)

在箭杆活动法中，箭杆既表示活动，同时又表示各项活动之间的先后次序约束，它联接着两个不同的节点。网络的基本要素如图1-7所示。图1-7表明 $A < B$ 的逻辑关系，同时，活动A联系着事项*i*和事项*j*，而活动B联系着事项*j*和事项*k*。



图1-7 A-O-A网络基本要素

在A-O-A网络中，事项 (Event) 表示某项 (或若干项) 活动的开始和另一项 (或若干项) 活动的结束。它反映了工程项目的进程，具有时点概念。如上图中事项*j*既表示活动A的结束，同时又表示活动B的开始，但在事项*j*上并没有时间延续，只表示活动开始或结束的时点。当某一事项上有多个引入活动并有多个引出活动时，如图1-8所示，则事项4必须在活动(1-4)、(2-4)和活动(3-4)都完成时才能实现，而活动(4-5)和(4-6)才能开始。如果三个引入活动的完成时间不同，则事项4必须在最迟完成的完成活动完成时才能实现，而在事项4实现之前，其后继引出活动都不能开始。因此，A-O-A网络中的节点具有“与”型逻辑关系，它在网络中起着一种“与”型开关功能。

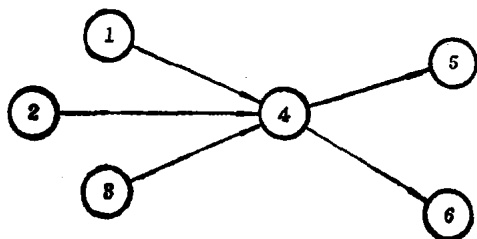


图1-8 A-O-A节点逻辑

在构造A-O-A网络时，应遵循以下规则：

(1) 在每项活动开始之前，它的所有紧前活动必须已经完工，即同时开工的活动之间不允许存在紧前关系。

(2) 每项活动只能联系两个事项，而任意两个事项之间只能有一个活动。

(3) 网络中只允许存在一个源节点和一个终节点，它们分别表示工程项目的开工和完工。

(4) 网络中的每项活动，从工程开始到工程完工，只能被执行一次也必须被执行一次，即网络中不允许存在反馈环节，不允许出现回路 (Cycle Path)。

(5) 网络中各事项的编号不允许出现重复，并要求每个活动的始点事项的编号小于终端事项的编号。

图1-9是典型的A-O-A网络图举例。图中各项活动的先后次序约束可写为：

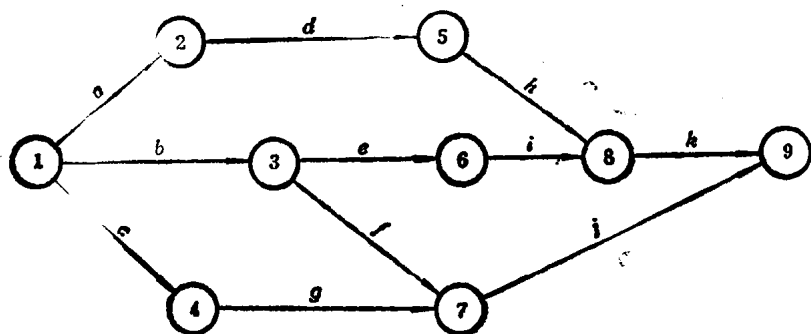


图1-9 A-O-A网络图

$$\{a\} < \{d\}, \{b\} < \{e, f\}, \{c\} < \{g\}, \{d\} < \{h\}, \\ \{e\} < \{i\}, \{f, g\} < \{j\}, \{h, i\} < \{k\}.$$

此网络图完全符合上述各项规则，称为可行的网络图。但是，在实际工作中，往往有些实际需要并不能完全符合这些规则。例如有A、B、C、D四项活动，客观上要求 $\{A\} < \{B\}$ ， $\{A\} < \{C\}$ 和

$\{B, C\} < \{D\}$ ，即A完工之后B、C才能开工，B、C完工之后，D才能开工。这就构成多重箭杆的网络图，如图1-10(a)所示。当然，我们可以将B、C两项活动加以合并使之成为一项活动，则多重箭杆的问题自然得到解决。但是，当B、C两项活动各有其独立内容而不能合并时，就需要另外定义一种虚活动来解决这类问题。

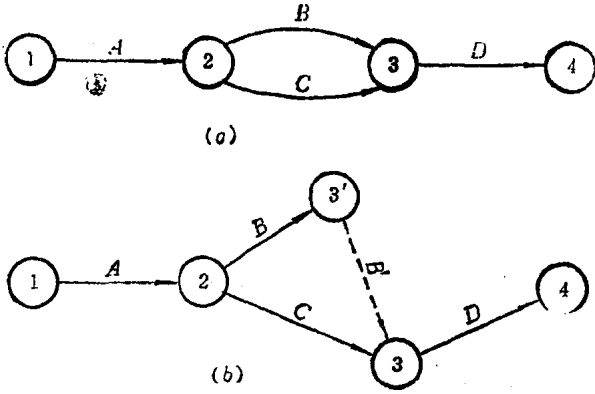


图1-10 多重箭杆问题和虚活动的应用

虚活动(Dummy Activity)是一种只表示先后次序约束，但不消耗时间也不需要占用资源和费用的虚设活动，虚活动也不具有任何实际的工作内容。设立虚活动的目的是为了构造A-O-A网络图的需要，但在实际应用中却为构造各种类型的网络提供了极大的方便。

要保持图1-10(a)所示网络的逻辑关系，又不出现多重箭杆的问题，可加入虚活动B'，如图1-10(b)所示。由于虚活动B'并不消耗时间和资源，它所联接的事项3'和3具有同一时点。因此，虽有 $B < B'$ 和 $B' < D$ ，但仍相当于 $B < D$ ，从而得到可行的网络图。

某些工程项目中，有些活动在它的紧前活动完成一定阶段之后就可以开工，没有必要等紧前活动全部完工之后才开始工作，