张曾科　编著

模糊数学在自动化技术中的应用

清华大学出版社

模糊数学在自动化技术中的应用

张曾科　编著

清 华 大 学 出 版 社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书介绍了模糊数学在自动化中的应用技术，反映了这一领域中模糊应用技术的新进展。首先，本书阐述了模糊数学的基础知识，尔后重点介绍了自动化领域中的模糊应用技术，内容涉及模糊推理、模糊控制、模糊线性规划、模糊决策和模糊模式识别等，讲述了在这些方面模糊技术的基本理论和设计方法，并列举设计实例，便于读者学习掌握。模糊控制是本书的重点，对其工作原理、设计方法、工程实现和模糊控制方法的发展等作了较详细的介绍。

本书适合于从事自动化技术的科技工作者及工程技术人员，也可供高等院校工业自动化、自动控制、计算机应用等专业作为教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

模糊数学在自动化技术中的应用/张曾科编著. —北京：清华大学出版社，1997
ISBN 7-302-02551-7

Ⅰ.模…　Ⅱ.张…　Ⅲ.模糊数学-应用-自动化技术　Ⅳ.TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 11705 号

出版者：清华大学出版社(北京清华大学校内，邮编 100084)
印刷者：北京人民文学印刷厂
发行者：新华书店总店北京科技发行所
开　本：787×1092 1/16　印张：20　字数：469 千字
版　次：1997 年 7 月第 1 版　1997 年 7 月第 1 次印刷
书　号：ISBN 7-302-02551-7/TP・1297
印　数：0001～3000
定　价：21.00 元

序　言

1965 年美国伯克利加州大学(University of California at Berkeley)教授扎德(L. A. Zadeh)发表了著名论文《Fuzzy Sets》提出了模糊性问题，给出了其定量描述方法，从此模糊数学诞生了。

模糊数学不是让数学变得模模糊糊，而是让数学进入模糊现象这个客观存在的世界，用数学的方法去描述模糊现象，揭示模糊现象的本质和规律。模糊数学在经典数学和充满模糊性的现实世界之间架起了一座桥梁。

在短短的 30 年里模糊数学得到长足的发展，在理论和应用中都取得了令人刮目的成果。模糊数学的应用领域涉及自动控制、图象和文字识别、人工智能、地质地震、医疗诊断、气象分析、航天航空、火车汽车驾驶、交通管理、决策评价、企业管理和社会经济等等很多方面。

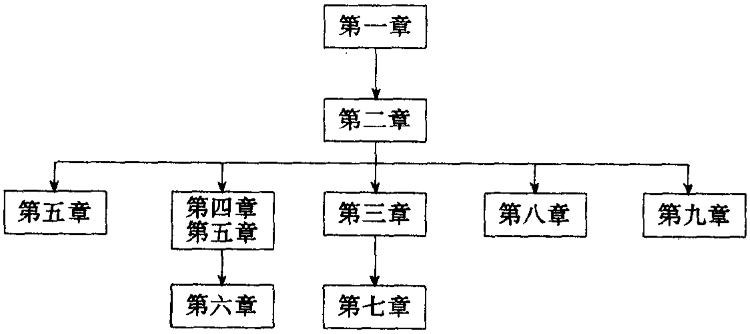
在自动化技术中的应用是模糊数学非常活跃而又硕果累累的一个领域。著名的自动控制权威 Austrom 曾经指出：模糊逻辑控制、神经网络控制与专家控制是三种典型的智能控制方法。1974 年英国学者 E. H. Mamdani 开模糊控制之先河。1987 年日本仙台市模糊控制的地铁电力机车自动运输系统投入运行，是模糊逻辑成功地应用于自动控制领域的一个光彩夺目的范例。90 年代初，模糊家电风靡日本，给日本企业带来巨大的商业效益。日本的成功带动了欧美和其它国家，促进了模糊技术的发展。1985 年世界上第一块模糊逻辑芯片在美国贝尔实验室问世，这是模糊技术进展的又一里程碑。日本、美国、德国等许多著名的公司都积极从事这方面的研究，推出了许多商品化的模糊逻辑芯片。这给模糊技术的应用特别是在自动化领域中的应用注入了新的活力，开辟了光辉诱人的前景。

我国在模糊理论方面的研究处于世界先进水平，先后出版了几十本有关模糊理论方面的书籍，每年发表的研究论文也非常之多，相比之下工程技术应用则相对较弱。近年来，计算机技术的发展给模糊技术的推广应用带来了美好前景，模糊技术在我国逐步从理论殿堂走入工程应用，不断深入发展。

作者曾从事模糊控制方面的科研工作，并为清华大学自动化系的学生讲授相关课程，在原讲义的基础上编写了本书，部分内容反映了作者的研究成果，但愿能为推动模糊数学在我国自动化技术中的应用出一点微薄之力。在讲述模糊数学基本理论和基础知识的基础上，本书内容主要围绕模糊数学在自动化领域中的应用技术。全书共分九章，第一章：模糊集合，第二章：模糊关系，第三章：模糊数，第四章：模糊语言，第五章：模糊推理，第六章：模糊控制，第七章：模糊线性规划，第八章：模糊决策，第九章：模糊模式识别。前三章主要介绍模糊数学的基本理论以及基本概念、性质和运算法则，是学习后续章节的数学基础。第五章较为系统地讲述了模糊推理的方法，介绍了各种推理算法的比较研究结果，并介绍了不精确推理的其它方法。第六章是本书的重点，对模糊控制的工作原理、设计方法和工程实现作了详细阐述，并介绍了模糊控制技术的最新发展，包括各种模糊控制方法、模糊

逻辑芯片和模糊控制系统开发工具等。最后三章讲述模糊数学在线性规划、决策评价和模式识别等自动化领域中的应用技术和设计方法。

读者可以根据需要按下述图示安排阅读本书的次序。



例如，要了解有关模糊线性规划方面的内容，可以按第一章、第二章、第三章和第七章顺序阅读这四章。

由于作者水平有限，编写时间仓促，加之模糊数学和模糊技术正在发展之中，尚未十分成熟，本书错误不当之处一定不少，恳请读者斧正。

编　者

1996 年 10 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一章　模糊集合

1.1 概　　述

世界上许多事物都具有模糊的、非定量的特点。可以说，模糊性是客观世界的普遍现象，而不是例外。

有的概念是明确的，但也有的概念是模糊的。例如，我们日常生活中常常使用的一些概念：年青人、老人、胖子、瘦子、大高个儿、矮个儿、生西瓜、熟西瓜、成绩优秀、学习不好、成绩过得去、贫困、发达、健壮、美丽等等就具有模糊性，很难用绝对的属于或不属于来描述它们。我们很难说 35 岁的人是不是属于年青人？55 岁的人是不是属于老年人？身高多少算大高个儿？身高多少算矮个儿？在自然科学领域中模糊性也是到处存在。自动控制中也常说：误差较大、超调太大、稳定性不好、扰动较小等等。究竟误差多大属于误差较大？超调多少属于超调太大？这里也是不明确的，具有模糊性。

事物之间的关系有的是明确的，但也有的是模糊的。例如两个人长得像、高矮差不多、甲比乙岁数大点等等这些关系都具有模糊性。

模糊性是客观事物的差异在中介过渡时所呈现的亦此亦彼性。人们都会同意 25 岁的人应属于年青人，45 岁的人属于中年人。那么从 25 岁到 45 岁这一过渡当中，比如 35 岁，应该属于青年人还是中年人？这个问题就很难十分明确地回答，35 岁的人有点像年青人也有点像中年人，这种亦此亦彼的现象即模糊性。

控制论的创始人维纳在谈到人胜过最完善的机器时说过："人具有运用模糊概念的能力"。人的思维和控制作用具有模糊性，能够运用模糊概念。人在感知、知识、推理、决策的过程中往往运用和处理模糊概念。当我们判断走过来的人是谁时，只要把来人的高矮、胖瘦、模样、走路姿势等等与存储在大脑中的样本进行比较，就不难得出正确结论。而不必去精确地知道来人的身高、体重、是否双眼皮、手臂摆动的角度和频率等一大批数据。当我们去拿一个玻璃杯子时，究竟用多大力气，也从来不去精确计算，但是我们也并没有因此因用力过猛捏碎杯子，也没有因用力太小拿不起杯子。当一个汽车司机把汽车停到已经停放了不少汽车的停车场上时，他只要根据观察到的周围已停汽车的位置情况，就能把自己的汽车停到空档中去。如果用一台数字计算机来解这个问题，那就要精确地测量出周围汽车和空位置的距离等数据，用自己汽车的位置、速度、角度等作状态变量列写出方程，解出汽车的停车轨迹。人脑有存储、处理模糊信息、模糊知识的能力，这正是无与伦比的一种优越性。模糊数学的创始人美国加里福尼亚大学教授扎德(L·A·Zadeh)曾说过："当系统的复杂性增长时，我们对系统作出精确而有意义的描述的能力将相应降低，直到达到这样一个阈值，一旦超过它，精确性和有意义性将变成两个互相排斥的特性。"这种精确性和有意义性的互克性使得很多问题无法用精确的方法去描述和解决，而模糊的处理方法却有了用武之地。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

为了寻找一种处理模糊信息的工具，一种描述和加工模糊信息的数学方法——模糊数学应运而生。模糊数学不是让数学变成模模糊糊的东西，而是让数学进入模糊现象这个客观存在的世界。它在传统的经典数学与充满模糊性的现实世界之间架起了一座桥梁，用数学的科学方法抽象描述了模糊现象，揭示了模糊现象的本质和规律。

1965 年扎德教授发表了著名论文 Fuzzy Sets，提出了模糊性问题，给出了其定量表示法，模糊数学从此诞生了。以后，各国学者继续在这个领域进行研究，模糊数学从理论上逐步完善，应用日益广泛，涉及聚类分析、图象识别、自动控制、人工智能、地质地震、医学、航天航空、气象、企业管理和社会经济等等很多领域，取得不少成果。1978 年，国际性期刊 Fuzzy Sets and Systems 诞生，1984 年，国际模糊系统协会(IFSA)成立。1989 年，日本 30 家大公司集资 30 亿日元成立了国际模糊工程研究所，制定了模糊数学和模糊技术研究开发的长远规划，以保持日本在这个领域的竞争能力。我国从 70 年代初起也开始了模糊数学理论与应用方面的研究，并取得了很多成果。

概率论的产生把数学的应用范围从必然现象扩大到偶然现象的领域。模糊数学则把数学的应用范围从精确现象扩大到模糊现象的领域。概率论研究随机性，模糊数学研究模糊性。随机性和模糊性均属于不确定性，但两者又有本质的不同。

1.2 经典集合

集合是数学的一个基本概念，是现代数学中最重要的工具之一。

任何一个概念总有它的内涵与外沿，概念的内涵是指这一概念的本质属性，概念的外沿则是指符合这一概念的全体对象。所有的人均成了“人”这一概念的外沿，凡人所共有而非人便不具备的特性则是“人”这一概念的内涵。外沿实际上就是一个集合。

当我们谈论某一个概念的外沿时，总离不开一定的讨论范围。例如，我们讨论“工业控制计算机”这一概念时，自然不必去考虑那些风马牛不相及的事物，例如我们不必去考虑汽车、机床或大象、老鼠等等，我们往往是把议题限制在某个相关的范围之内，例如“计算机”或“控制装置”等。这个讨论的范围称为“论域”，论域中的每个对象称为“元素”。

至此，我们可以给集合下一个定义：

定义 1.1 给定论域 U，U 中具有某些特定属性的元素的全体称为 U 上的一个**集合**。

集合常以大写字母 $A,B,\cdots$ 等表示，论域常以大写字母 U,V,X,Y 等表示，元素一般用小写字母 u,v,x,y 等表示。

集合通常有以下几种表示法。

1. 列举法(枚举法)

一一列写出集合的全体元素即所谓列举法。

例如，正实数论域 $U=\mathrm{R}_+=(0,\infty)$ 上小于 10 的奇数集合 A 可表示为：

$$A=\{1,3,5,7,9\}$$

元素列写于大括号中。一般地有：

$$A=\{u_1,u_2,u_3,\cdots,u_n\}$$

其中 $u_1,u_2,u_3,\cdots,u_n$ 是论域 U 中属于集合 A 的元素的全体。

2. 定义法

定义法给出集合中元素的特征。上例可表示为：

$$A=\{u|u\in U, u\text{ 是奇数}, u<10\}$$

符号$\in$表示：属于；与之相反，$\bar{\in}$表示：不属于。

3. 特征函数法

定义 1.2 设 A 是论域 X 上的一个集合，定义 X 上的函数：

$$\mu_A(x)=\begin{cases}1, & x\in A\\ 0, & x\bar{\in} A\end{cases} \tag{1.1}$$

称 $\mu_A(x)$ 为集合 A 的**特征函数**，可简记为 $A(x)$。

用特征函数可以表示一个集合。例如，一个学习小组共有 6 人，在这一论域中男生和女生的集合可表示为：

男生$=0/x_1+1/x_2+1/x_3+0/x_4+1/x_5+1/x_6$

女生$=1/x_1+0/x_2+0/x_3+1/x_4+0/x_5+0/x_6$

式中加号不表示相加，仅用来表示列举。每项分式也不表示相除，分母表示元素名称，分子表示该元素对应的特征函数值。

下面我们给出集合的一些有关概念和运算。

定义 1.3 A 和 B 是同一论域上的两个集合，若 A 中的元素全都是 B 的元素，那么称 A 是 B 的**子集**，记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作 A 包含于 B，或 B 包含 A。若 $A\subseteq B$ 且 B 中至少有一个元素不属于 A，则称 A 是 B 的**真子集**，记作 $A\subset B$。若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$ 则称 A 等于 B，或 B 等于 A，记作 $A=B$ 或 $B=A$。

我们引入下面两个符号：符号$\forall$ 表示：所有的，符号$\exists$ 表示：至少有一个。那么定义1.3可表示为：若$\forall$ $a\in B$，则 A 为 B 的子集，记作 $A\subseteq B$。若 $A\subseteq B$，且$\exists$ $b\bar{\in} A$，则 A 为 B 的真子集，记为 $A\subset B$。式中 $a\in A$，$b\in B$，表示属于 A、B 的元素。

定义 1.4 设 A，B 是论域 U 上的两个集合，由集合 A 和集合 B 的所有元素所组成的集合称为 A 和 B 的**并集**，记作 $A\cup B$；由所有既属于 A 又属于 B 的元素所组成的集合称为 A 和 B 的**交集**，记作 $A\cap B$；由 U 中所有不属于 A 的元素所成的集合称为 A 的**补集**，记为 $\overline{A}$。

上述定义也可表示为：

并集 $A\cup B=\{u\in U|u\in A\text{ 或 }u\in B\}$

交集 $A\cap B=\{u\in U|u\in A\text{ 且 }u\in B\}$

补集 $\overline{A}=\{u\in U|u\bar{\in} A\}$

还可以定义 A 减 B 的差集：

差集 $A-B=\{u\in U|u\in A\text{ 且 }u\bar{\in} B\}$

集合的并、交、补、差运算可以用文式图形象直观地表示。

当一个集合不包含任何元素时，称为**空集**，空集一般记为$\varnothing$。

不难证明集合的并、交、补运算有下面的一些性质：

性质 1.1

(1) 幂等律

$$A\cup A=A, A\cap A=A$$

(2) 交换律

$$A\cup B=B\cup A, A\cap B=B\cap A$$

(3) 结合律

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$
$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$$

(4) 分配律

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$
$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$$

(5) 吸收律

$$(A\cap B)\cup A=A$$
$$(A\cup B)\cap A=A$$

(6) 两极律

$$A\cup U=U, A\cup\varnothing=A$$
$$A\cap U=A, A\cap\varnothing=\varnothing$$

(7) 复原律

$$A=A$$

(8) 摩根律

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}, \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$$

(9) 排中律

$$A\cup\overline{A}=U, A\cap\overline{A}=\varnothing$$

含有有限个元素的集合称为有限集;相反,含有无限个元素的集合称为无限集。含有 n 个元素的有限集 A 可记为:

$$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$$

上式中的元素的下标也可构成一个集合:

$$T=\{1,2,\cdots,n\}$$

称为**指标集**。于是 A 可表示为:

$$A=\{a_t|t\in T\}$$

有限集的指标集是有限集,无限集的指标集是无限集。

集合的并、交运算可以推广到任意多个集合上去。设 T 是任一指标集(有限集或无限集),多个集合的并、交运算可以表示为:

$$\bigcup_{t\in T}A_t=\bigcup\{A_t|t\in T\}=\{u\in U|\exists\ t\in T \text{ 使 } u\in A_t\}$$

$$\bigcap_{t\in T}A_t=\bigcap\{A_t|t\in T\}=\{u\in U|\forall\ t\in T, u\in A_t\}$$

分别称为**集合族** $\{A_t|t\in T\}$ 的并集与交集。

1.3 映　　射

定义 1.5　设 A,B 是两个集合，若有一个规则 f，根据 f，对每一个 $x\in A$ 唯一确定一个 $y\in B$ 与 x 对应，则称 f 是 A 到 B 的一个**映射**，记为

$$f:A\to B$$

A 称为映射 f 的定义域；B 称为 f 的值域；y 称为 x 在 f 下的**象**，记作 $y=f(x)$，并用符号

$$f:x\mapsto y$$

表示，x 称为 y 的一个**原象**。

一个映射应当联系着两个集合和一个对应规则，两个集合未必是同一论域上的集合。

例 1.1　令 $A=[0,2\pi]$，$B=[-1,1]$，可知从 A 到 B 的映射：

$$f:\ A\to B$$

$$x\mapsto y=f(x)=\sin x$$

即是正弦函数（只取一个周期定义域）。

根据映射的定义，集合的特征函数也可以用映射来表示。设 A 是论域 U 上的集合，由 A 可确定一个由 U 到 $\{0,1\}$ 的映射 μ_A：

$$\mu_A:\ U\to\{0,1\}$$

$$u\mapsto\mu_A(u)$$

这里 $u\in U$，U 为映射 μ_A 的定义域，$\{0,1\}$ 为值域，特征函数 $\mu_A(u)$ 为 u 在映射 μ_A 下的象，u 为原象。值域 $\{0,1\}$ 只包含 0 和 1 两个值。

定义 1.6　如果：

$$\forall\ x_1,x_2\in A \text{ 有 } x_1\neq x_2\mapsto f(x_1)\neq f(x_2)$$

称映射 $f:A\to B$ 为**单射**，即不同的原象不会有同一个象。如果：

$$\forall\ y\in B \text{ 有 } \exists\ x\in A \text{ 使 } y=f(x)$$

称映射 f 为**满射**，即 B 中所有元素都至少有一个原象。

如果 f 即是单射又是满射，f 称**双射**，双射也称**一一对应**。

由定义 1.6，单射情况下，一个象只有一个原象。满射情况下，所有的象都至少有一个原象。而双射，定义域和值域内的所有元素都是一一对应的。

例 1.1 中的映射是满射而不是单射。若把例 1.1 的 A 取为 $[0,\pi/2]$，B 取为 $[0,1]$，则映射 $f:x\mapsto f(x)=\sin x$ 是 A 到 B 的双射。

注意在映射的定义中，定义域中每个元素只能唯一地确定一个象。反过来，值域中的每个象却可以有多个原象。

定义 1.7　设映射 $f:A\to B$ 是一一对应的，称 $f^{-1}:B\to A$ 为 f 的**逆映射**，其中 $f^{-1}(y)=x$ 当且仅当 $f(x)=y$。

定义 1.8　设 A,B,C 是三个集合，已知两个映射 $f:A\to B$ 和 $g:B\to C$，则可由 f,g 确定 A 到 C 的映射：

$$h:A\to C$$

$$a\mapsto h(a)=g(f(a))$$

称映射 h 为 f 与 g 的**合成映射**，记为

$$h=g\circ f$$

性质 1.2 合成映射具有下述性质：

(1) 满足结合律，若 $f:A\to B, g:B\to C, h:C\to D$，则 $h\circ(g\circ f)=(h\circ g)\circ f$；

(2) 若 f,g 都是满射，则 $g\circ f$ 也是满射；

(3) 若 f,g 都是双射，则 $g\circ f$ 也是双射；

(4)若 $g\circ f$ 是满射，则 g 也是满射。

1.4 模 糊 集 合

经典集合所描述的是确切概念，论域中的元素要么属于它要么不属于它，非此即彼，经纬分明，对应的特征函数要么为 1 要么为 0，二者必居其一。而对于模糊概念，例如我们在 1.1 节的概述中所例举的，55 岁的人是否属于老年人？用绝对的属于或不属于去描述就欠合理了。扎德教授拓广了集合论，打破了绝对的隶属关系，于 1965 年提出了新的概念——模糊集合。

定义 1.9 所谓给定论域 X 上的一个**模糊集合** $\underset{\sim}{A}$，是指对于任意的 $x\in X$，都确定了一个数 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$，$0\leqslant\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\leqslant 1$，它表示 x 对 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属程度。映射：

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}:X\to[0,1]$$

$$x\mapsto\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$$

叫做 $\underset{\sim}{A}$ 的**隶属函数**。

一般在字母下加波浪线～表示模糊集合，以区别于经典集合。隶属函数 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ 可简记为 $\underset{\sim}{A}(x)$。

由定义可见，模糊集合完全由其隶属函数 $\mu_{\underset{\sim}{A}}$ 来描述，可以说 $\underset{\sim}{A}$ 与 $\mu_{\underset{\sim}{A}}$ 等价。$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ 表示 x 对 $\underset{\sim}{A}$ 隶属程度的大小，它在值域 $[0,1]$ 区间上连续取值，所以很适合表示元素属于某一模糊集合的种种模棱两可的暧昧状态。

当 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ 的值域由 $[0,1]$ 这个连续的闭区间退化为 $\{0,1\}$ 即只含其两个端点的极端情况时，$\underset{\sim}{A}$ 便退化为经典集合 A。可见，经典集合仅是模糊集合的特殊情形，模糊集合则是经典集合的推广。

例 1.2 用 $\underset{\sim}{A}$ 表示模糊集合"老年人"，其隶属函数可由下式计算：

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=\begin{cases}0, & 0<x\leqslant 50\\ \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{5}{x-50}\right)^{2}}, & 50<x\leqslant 200\end{cases}$$

可以求得：

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(55)=0.5$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(60)=0.8$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(70)=0.94$$

$$\vdots$$

55 岁的人属于老年人的隶属度为 0.5，他只能算是半老。

对于论域 X 上的所有模糊集记为 $F(X)$。

若 $\underset{\sim}{A}$ 为 X 上的模糊集合，即 $\underset{\sim}{A}\in F(X)$，如果对 $\forall\ x\in X$，均有 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=0$，则称 $\underset{\sim}{A}$ 为**空集**，记为 $\varnothing$。

若 $\underset{\sim}{A}\in F(X)$，如果对 $\forall\ x\in X$，均有 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=1$，则称 $\underset{\sim}{A}$ 为**全集**。

全集实际上已退化为经典集合，论域实际上就是全集。

模糊集合的表示方法，分有限论域和无限论两种情况讨论。所谓有限论域即论域中元素个数有限，无限论域自然就是论域中元素个数无限。

在有限论域情况下，模糊集合的表示法和普通集合的特征函数法相同。论域 $X=\{x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n\}$ 上的模糊集合 $\underset{\sim}{A}$ 可以表示为：

$$\begin{aligned}\underset{\sim}{A} &= \sum_{i=1}^{n}\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)/x_i \\ &= \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)/x_1+\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)/x_2+\cdots+\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_n)/x_n\end{aligned}$$

当 X 中的某些元素对 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属度为 0 时，上述表示法中可略去不写，这样可使表达式更简洁。

有限论域上的模糊集合还可以用向量的形式来表示：

$$\underset{\sim}{A}=(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)), \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2), \cdots, \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_n))$$

这种表示形式中，隶属度为 0 的项也必须写上，而且不能随意颠倒顺序。

这种表示模糊集合的向量形式，属于模糊向量，模糊向量定义如下：

定义 1.10 若向量 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ 的分量满足条件 $0\leqslant a_i\leqslant 1$，$i=1, 2, \cdots, n$，则称其为一个 n 维**模糊向量**。

模糊向量在模糊数学中可以解释为某个有限论域上的模糊集合。

例 1.3 给定论域 $N=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，模糊集合 $\underset{\sim}{A}$ 表示“几个”这一模糊概念。根据经验可以给出隶属函数的值，那么 $\underset{\sim}{A}$ 可以表示为：

$$\begin{aligned}\underset{\sim}{A}=&0/1+0/2+0.3/3+0.7/4+1/5+1/6+0.7/7\\&+0.3/8+0/9+0/10\end{aligned}$$

或：
$$\underset{\sim}{A}=0.3/3+0.7/4+1/5+1/6+0.7/7+0.3/8$$

或：
$$\underset{\sim}{A}=(0,0,0.3,0.7,1,1,0.7,0.3,0,0)$$

无限论域的情况下，扎德给出了如下表示方法：

$$\underset{\sim}{A}=\int_X \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)/x$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com