

量子力学

惠和兴 编著

北京理工大学出版社

(京)新登字 149 号

内 容 简 介

本书是为工科院校物理类专业编写的量子力学教材,第一、二、三、四、七、九章叙述量子力学的理论体系,五、六、八章是它在不同问题中的应用。编写中充分考虑了工科院校学生的数学和物理基础,叙述起点较低,简明扼要,重点突出。大部分章节配有例题,章末有小结,多数习题给出了答案或提示,使本书成为一本便于自学的教材。

本书也可作为综合大学和高等师范院校的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学/惠和兴编. —北京:北京理工大学出版社,1995

ISBN 7-81045-011-5

I. 量…

I. 惠…

II. 量子力学-高等

IV. 0413.1

中国版本图书馆 CIP 数据 (95) 第 284 号

北京理工大学出版社出版发行

(北京市海淀区白石桥路 7 号)

(邮政编码 100081)

各地新华书店经售

北京地质印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 11.875 印张 301 千字

1995 年 3 月第一版 1995 年 3 月第一次印刷

印数:1—1500 册 定价:15.60 元

※图书印装有误,可随时与我社退换※

前 言

本书是为工科院校物理系及物理类各专业编写的量子力学教材。在编写过程中,我们注意了以下几方面的问题:

1. 取材方面,不直接针对理论物理专业后续课的要求,因此,对于学习量子场论等课程来说是不可少的许多内容,本书并未深入讨论。作为一门公共的基础理论课,也没有侧重某些特殊的应用领域。

2. 量子力学的实验基础部分,讲得比较简略,重点讲述了杨氏双缝理想实验,因为它比较集中地反映了微观粒子运动的特征。这样做是出于如下考虑:工科各系学生往往只有工科院校普通物理学的基础,对于玻尔理论,黑体辐射,光电效应等现象了解得不很深入,详细讲述需要较多时间,直接讲述量子力学的新概念,比起先讲述那些本来也并不熟悉的经典概念,再叙述这些概念在解释新实验现象中如何遇到困难,接受起来也许更简捷些。

3. 工科各系学生在学习本课程前,有的未系统学习线性代数,有的未系统学习数理方程,因此在本书中,这些数学工具一般都放在正文中讲述,仅少数较复杂的内容列为附录。

4. 编入了一定数量的例题,其中大多数是为了巩固所学知识的基本练习题。为了便于复习总结,每章末有较详细的小结。

5. 对于较难做的习题,给出了较详细的提示。由于某些习题的结论应当作为正文的内容加以记忆,因此,尽管有些习题的答案原则上也可与所给答案具有不同的形式,但我们仍希望学生能导出我们所给的形式。

讲授本书的全部内容需要 72 学时,各专业可根据自己的学时数删去或合并一些章节,同时删去与这些章节有关的习题。我们用“*”标出了一部分可删除的内容及有关习题。这样做不会影响其

他章节的学习。

本书共收入例题约 50 道题,习题约 130 道题,对于一般学生,不必完成全部习题。

北京理工大学李卫教授审阅了全部书稿,提出了许多宝贵的意见和建议,在此表示深切的谢意。

由于编者水平有限,本书缺点和错误在所难免,如蒙指正,将不胜感谢。

编 者

1993 年 4 月

目 录

第一章 量子力学的实验基础

§ 1.1 光的波粒二象性	(2)
§ 1.2 原子结构的玻尔理论	(11)
§ 1.3 实物粒子的波粒二象性	(15)
小结	(18)
习题	(19)

第二章 波函数和薛定谔方程

§ 2.1 波函数的统计解释	(21)
§ 2.2 薛定谔方程	(33)
§ 2.3 定态薛定谔方程	(41)
§ 2.4 一维方势阱(束缚态)	(47)
§ 2.5 线性谐振子	(55)
§ 2.6 一维势散射	(64)
小结	(70)
习题	(72)

第三章 量子力学中的力学量

§ 3.1 数学准备	(76)
§ 3.2 力学量用算符表示	(83)
§ 3.3 连续谱·动量算符和坐标算符	(89)
§ 3.4 算符的对易关系·共同本征函数	(96)
§ 3.5 量子力学中的测量问题·不确定关系的严格证明	(103)
§ 3.6 力学量随时间的变化·海森伯方程	(108)
§ 3.7 海尔曼-费曼定理和维里定理	(118)
小结	(121)
习题	(125)

第四章 表象和表象变换

§ 4.1 δ 函数·矩阵基本知识	(130)
--------------------------------	-------

§ 4.2	状态用矩阵表示·狄拉克符号·····	(136)
§ 4.3	力学量用矩阵表示·····	(142)
§ 4.4	量子力学公式的矩阵表示·····	(145)
§ 4.5	坐标表象和动量表象·····	(148)
§ 4.6	能量表象·····	(156)
§ 4.7	表象变换·····	(162)
§ 4.8	线性谐振子的无表象讨论·····	(168)
§ 4.9	角动量·····	(174)
小结	·····	(179)
习题	·····	(182)
第五章 中心力场		
§ 5.1	中心力场的一般讨论·····	(185)
§ 5.2	氢原子和类氢离子·····	(192)
§ 5.3	自由粒子·球形方势阱·三维各向同性谐振子·····	(202)
小结	·····	(209)
习题	·····	(210)
第六章 近似方法·量子跃迁		
§ 6.1	非简并定态微扰论·····	(213)
§ 6.2	简并态微扰论·····	(218)
§ 6.3	变分法·····	(225)
§ 6.4	与时间有关的微扰论·····	(233)
§ 6.5	光的辐射与吸收·····	(240)
§ 6.6	能量-时间不确定关系·····	(249)
小结	·····	(252)
习题	·····	(256)
第七章 自旋		
§ 7.1	电子自旋的实验依据·····	(259)
§ 7.2	电子的自旋算符和自旋波函数·····	(262)
§ 7.3	正常塞曼效应·····	(269)
§ 7.4	两个角动量的耦合·····	(271)
§ 7.5	光谱的精细结构·····	(280)
§ 7.6	电子在电磁场中的运动·磁共振·····	(283)

小结	(290)
习题	(293)
第八章 弹性散射理论	
§ 8.1 散射问题·散射截面	(296)
§ 8.2 分波法	(300)
§ 8.3 玻恩近似法	(306)
§ 8.4 实验室坐标系和质心坐标系	(316)
小结	(319)
习题	(320)
第九章 多体问题	
§ 9.1 多粒子体系的一般描述	(323)
§ 9.2 全同粒子系统	(326)
§ 9.3 两个电子的自旋波函数	(332)
§ 9.4 氦原子(微扰法)	(336)
§ 9.5 氢分子·共价键	(340)
小结	(346)
习题	(348)
附录 I 厄米多项式	(351)
附录 II 球谐函数	(355)
附录 III ∇ 算符	(366)
附录 IV 物理常数表	(368)

第一章 量子力学的实验基础

量子力学的研究对象是微观物质世界的运动规律。

量子力学是 20 世纪初发展起来的新兴学科,它和相对论、进化论一起,共称 20 世纪的三大发现。量子力学的发展大致可分为三个阶段。第一阶段是准备阶段,主要是新的实验现象的发现和有关经验规律的揭示,例如氢原子光谱的规律性,黑体辐射的经验规律,光电效应的发现和研究,低温下固体比热的研究等。第二阶段是旧量子论阶段,时间大致从 1900 年到 1923 年,有代表性的事件是,1900 年普朗克(M · Plank)提出量子假设,导出了与实验符合的黑体辐射公式;1905 年爱因斯坦(A · Einstein)提出对光电效应的量子论解释;1913 年,玻尔(N · Bohr)创立原子结构理论;1922 年康普顿(A · Compton)发现并解释以他的名字命名的康普顿散射现象。第三阶段是量子力学的建立阶段,时间大致从 1924 年到 1927 年,主要包括:1924 年德布罗意(de Broglie)提出物质波的概念,指出微观实物粒子具有波动性;1925 年海森伯(W · Heisenberg)创立矩阵力学;1926 年薛定谔(E · Schrödinger)创立波动力学;1927 年狄拉克(P. A. M. Dirac)创立相对论量子力学。至此,量子力学的理论体系基本上完成。在讲述量子力学的主要理论结构之前,我们先介绍一下促使新理论诞生的一些重要实验现象。鉴于这些实验现象的详细情况以及有关历史在普通物理课程中已有介绍,因此我们叙述时尽量从简,而把重点放在引导学生尽快认识微观粒子的波粒二象性方面。

§ 1.1 光的波粒二象性

光的波动学说早在 17 世纪就已确立,主要实验依据是干涉和衍射现象,麦克斯韦电磁理论的建立和电磁波的发现完善了这一学说。但是,从 19 世纪后半叶到 20 世纪初陆续发现的黑体辐射现象,原子的线状光谱,光电效应以及康普顿效应等现象,无法用光的波动学说解释。下面我们分别介绍。

一、黑体辐射定律

在任何温度下,一切物体都在向外辐射电磁波,同时吸收外界来的电磁波。但在同样的温度下,不同物体吸收和辐射电磁波的本领是不同的。有些物体(例如炭黑)能较多地吸收照射在上面的电磁波,有些物体(例如抛光的金属)却吸收得较少,而将大部分电磁波能量反射到空间去。绝对黑体(简称黑体)是一种理想化的物体,它能全部吸收照射到其表面的电磁波而没有任何反射。这种理想物体在自然界中并不存在,但是一个密闭空腔表面的小孔可以看作是绝对黑体的极好近似,因为外界来的电磁辐射一旦射进小孔,它就进入空腔内部,在空腔内表面多次反射,最后几乎全部被吸收,很少有机会再从小孔射出。

与黑体经较长时间交换能量(通过发射和吸收)而达到热平衡的电磁辐射,称为黑体辐射。温度达到稳定时空腔内部的辐射就可看作是黑体辐射。黑体辐射包含着各种频率(或波长)的电磁波,不同频率成分各占有一定的能量密度。研究工作的重点是测量不同温度下辐射能量密度按波长(或频率)的分布,并对测量结果作出理论解释。

电磁波的波长 λ 、频率 ν 及角频率 ω 之间有如下关系:

$$\lambda = c/\nu, \quad \omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$$

式中 c 为真空中的光速。通常用 $\rho(\omega)d\omega$ 表示单位体积内角频率在

ω 到 $\omega+d\omega$ 范围内电磁波的能量, 实验可测得各种温度下 $\rho(\omega)$ 与 ω 的关系曲线。由实验曲线可以看出, 在长波部分 ($\omega \rightarrow 0$), $\rho(\omega) \propto \omega^2$, 而在短波部分 ($\omega \rightarrow \infty$), $\rho(\omega)$ 随 ω 的增大迅速减少。对于每一种温度 T , $\rho(\omega)$ 都存在一个极大值, 与此极大值对应的角频率 $\omega =$

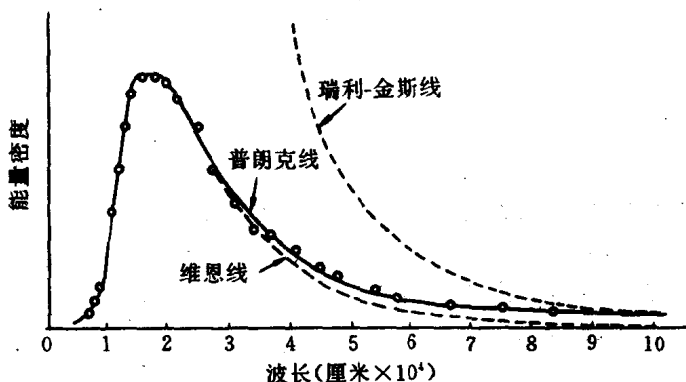


图 1-1 黑体辐射的实验规律

ω_m 随着温度 T 的升高而向短波方向移动。除了辐射能量密度随角频率 ω 的变化曲线外, 还可画出辐射能量密度随波长 λ 的变化曲线, 即 $\rho(\lambda)-\lambda$ 曲线, 如图 1-1 所示。该曲线的主要特征与 $\rho(\omega)-\omega$ 曲线类似。维恩 (W · Wein) 研究了使 $\rho(\lambda)$ 取最大值的波长 λ_m 与温度 T 的关系, 得出了著名的维恩位移定律:

$$\lambda_m T = b \quad (1.1-1)$$

式中 b 是一个常数: $b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ 。

另外, $\rho(\omega)-\omega$ 曲线下的总面积

$$u = \int_0^{\infty} \rho(\omega) d\omega$$

表示温度 T 下, 单位体积空腔内各种频率电磁波的总能量, 称为总辐射能密度, 它和温度 T 的关系由斯特藩-玻耳兹曼定律表示:

$$u = \sigma T^4 \quad (1.1-2)$$

式中 $\sigma = 7.52 \times 10^{-16} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$, 它是一个普适常数, 与构成空

腔壁的材料无关。

黑体辐射定律吸引了一大批物理学家的关注,他们希望在当时已臻于完善的经典物理学的基础上给予理论解释。瑞利(Lord Reyligh)和金斯(J·Jeans)根据经典电动力学和经典的统计物理学导出了一个公式,即瑞利-金斯公式:

$$\rho(\omega)d\omega = (kT\omega^2/\pi^2c^3)d\omega \quad (1.1-3)$$

式中 k 是玻耳兹曼常数, c 是真空中光速。该公式在长波($\omega \rightarrow 0$)部分与实验符合得很好,但在短波部分与实验结果不符。由(1.1-3)式可见,当 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\rho(\omega) \rightarrow \infty$,而实验结果为 $\rho(\omega)$ 迅速趋于零。必须指出的是,在经典物理学的框架内,瑞利-金斯公式的推导是无懈可击的,但结果却与实验明显不符,因此瑞利-金斯公式所遇到的短波区的发散困难,暴露了经典物理学本身的困难,它动摇了整个经典物理学的基础,物理学家称此困难为“紫外灾难”。

维恩根据热力学理论,并对黑体的发射和吸收过程作了一些特殊考虑后,得出了一个黑体辐射公式,即维恩公式:

$$\rho(\omega)d\omega = C_1\omega^3e^{-C_2\omega/T}d\omega \quad (1.1-4)$$

式中 C_1 和 C_2 为常数。这个公式在短波部分与实验符合,但在长波部分与实验曲线有明显的偏离,这个偏离超出了测量误差允许的范围。

普朗克对以上两个公式进行了分析对比,他先用内插法得出了一个公式,它在低频端和高频端分别趋于瑞利-金斯公式和维恩公式,这就是著名的普朗克公式:

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi c^3(e^{\hbar\omega/KT} - 1)} \quad (1.1-5)$$

式中 $\hbar = h/2\pi$, h 是一个普适常数,称为普朗克常数。经测定, $\hbar \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$,它的量纲和经典力学中角动量的量纲相同,而 $\hbar = 1.0545 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$ 。普朗克公式在整个频率范围内都严格地与实验符合,因此它真实地描述了客观现象。

普朗克认为,尽管他的公式与实验相符,但它是用内插法导出

的,若不能作出适当的理论解释,其意义是有限的。因此他后来的工作是试图从理论上导出(1.1-5)式。经过艰苦努力,他发现,为了得到此式,就必须假设:构成空腔壁材料的谐振子的能量 ϵ 不能连续取值,而只能取一系列离散值,即 ϵ 只能是一个最小能量单位 ϵ_0 的整数倍:

$$\epsilon = 0, \epsilon_0, 2\epsilon_0, \dots, n\epsilon_0, \dots$$

其中 $\epsilon_0 = h\nu = \hbar\omega$ 与频率成正比,比例常数 h 即普朗克常数。普朗克称这个最小能量单位 ϵ_0 为能量子,上述假设通常称为普朗克量子假设。

下面我们根据普朗克量子假设导出(1.1-5)式。按照经典统计物理中的玻耳兹曼分布,振子能量为 $n\epsilon_0$ 的概率正比于 $e^{-n\epsilon_0/kT}$,故振子的平均能量 $\bar{\epsilon}$ 为

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\epsilon_0 e^{-n\epsilon_0/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\epsilon_0/kT}}$$

令 $y = \epsilon_0/kT$,注意到 $e^{-y} < 1$,以及展开式

$$(1 - x)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

则上式分母为

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-ny} = (1 - e^{-y})^{-1}$$

而分子可写成

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} n\epsilon_0 e^{-ny} &= -\epsilon_0 \frac{d}{dy} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-ny} \\ &= -\epsilon_0 \frac{d}{dy} (1 - e^{-y})^{-1} = \epsilon_0 e^{-y} / (1 - e^{-y})^2 \end{aligned}$$

于是可得

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 / (e^{\epsilon_0/kT} - 1) \quad (1.1-6)$$

此外,由经典物理学可知,当空腔内的辐射与腔壁达到热平衡时,辐射场的每一种振动模式也应具有此平均能量,而根据经典电动力学,单位体积内角频率在 ω 到 $\omega + d\omega$ 范围内的振动模数目为

$\omega^3/\pi^2 c^3$, 与上述 $\bar{\epsilon}$ 相乘, 再注意到 $\epsilon_0 = h\nu = \hbar\omega$, 就可得到普朗克公式(1.1-5)式。这个推导方法是由爱因斯坦给出的。

在上述推导中, 除了普朗克量子假设外, 其余都与推导瑞利-金斯公式时所用到的知识相同。而恰恰在振子能量不能连续取值这一点上, 经典物理学遇到了无法逾越的障碍。因为根据经典力学, 振子能量与振幅的平方成正比, 振幅可以连续变化, 因此振子能量应当可以连续改变。在经典物理学范畴内, 无法理解为何存在一个与频率成正比的最小能量单位。

由普朗克公式可导出维恩位移定律和玻耳兹曼 T^4 定律, 这两个问题留到习题中解决。

现在我们可以较清楚地看到造成瑞利-金斯公式紫外发散困难的原因。在瑞利和金斯的推导中, 应用了经典的能量均分定理, 即不管振动频率如何, 各种振动模式都具有同样的平均能量 kT , 而(1.1-6)式却给出, 当 $\omega \rightarrow \infty$ 时

$$\bar{\epsilon} \rightarrow \hbar\omega e^{-\hbar\omega/kT} \rightarrow 0$$

这就是说, 为了得到正确的黑体辐射公式, 必须放弃能量均分定理, 而代之以“量子假设”。

二、光电效应·爱因斯坦方程

金属在受到光照射时, 可以发射电子, 这就是光电效应。这一现象最早是赫兹(H·Hertz)发现的, 后来勒纳(P·Lenard)作了大量实验研究。主要实验现象可归结为: (1) 光电子的最大初动能与光的频率成线性关系, 而与光强无关; (2) 存在一个红限频率 ν_0 , 当光的频率 $\nu < \nu_0$ 时, 无论光强多么强, 照射时间有多长, 都没有光电子; (3) 光电子在光开始照射时几乎立即出现。

上述实验在经典物理学范围内是无法解释的。1905年, 爱因斯坦在普朗克假设的基础上, 提出了对光电效应的量子论解释。他认为光不仅在发射和吸收过程中是以 $\hbar\omega$ 为单位一份一份地进行的, 而且在传播过程中就是一份一份存在着的, 他称此最小能量单

元为光量子,即后来所谓的光子。根据爱因斯坦理论,当光照射到金属表面时,光子和金属中的电子直接发生作用,逸出金属表面的电子(光电子)和光子能量符合如下方程,即爱因斯坦方程

$$\frac{1}{2}\mu v_m^2 = \hbar\omega - W \quad (1.1-7)$$

式中 μ 为电子的静止质量, $(1/2)\mu v_m^2$ 为光电子的最大动能, ω 为光的角频率, W 为逸出功,它和金属材料有关。这个方程经密立根(R·Millikan)长达十多年的精心实验验证,证明它在各个方面都与实验精确符合。这样,爱因斯坦简洁明了地解释了光电效应的实验现象。例如,在(1.1-7)式中,当光的角频率低于 $\omega_0 = W/\hbar$ 时,光电子的最大初动能将成为负的,这是不可能的,这就是存在红限频率的原因。而在经典物理学中,这是无法理解的。

三、康普顿散射·光子动量

康普顿散射现象最能说明光具有粒子性。康普顿在实验中发现,当 X 光被物质散射时,除了与入射光频率相同的散射光外,还出现频率降低了的散射光。后来,他又用威尔逊云室拍摄了 X 射线被电子散射时的照片,图 1-2 是它的示意图。

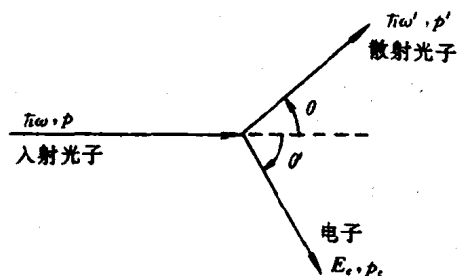


图 1-2 康普顿散射

为了解释所观察到的实验现象,康普顿把散射过程看作是具有一定能量和动量的光粒子(即光子)与电子作弹性碰撞的过程,

由此得到三个可与实验比较的结果：

(1) 波长变化与散射角的关系

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = (4\pi\hbar/\mu c)\sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (1.1-8)$$

式中 λ 为入射光波长, λ' 为散射光波长, μ 为电子的静止质量, c 为真空中的光速, θ 为光子的散射角。

(2) 电子反冲角与散射角的关系

$$\operatorname{ctg}\theta' = (1 + \hbar\omega/\mu c^2)\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \quad (1.1-9)$$

式中 θ' 为电子的反冲角, $\omega = 2\pi\nu$ 为入射光的角频率。

(3) 反冲电子的动能与散射角的关系

$$E_k = \frac{\hbar\omega}{1 + (\mu c^2/2\hbar\omega)\csc^2 \frac{\theta}{2}} \quad (1.1-10)$$

该能量可根据反冲电子在云室中径迹的长度求出。

康普顿的理论解释如下：电子碰撞前的动能和动量均为零，根据相对论，碰撞后的动能和动量分别为

$$E_k = \frac{\mu c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \mu c^2$$

$$p_e = \frac{\mu v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

入射光子和散射光子的动能分别为 $\hbar\omega$ 和 $\hbar\omega'$ ，动量分别为 $\hbar\omega/c$ 和 $\hbar\omega'/c$ 。列出能量动量守恒的方程，它们是

$$\hbar\omega = \hbar\omega' + \mu c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \quad (1.1-11)$$

$$\frac{\hbar\omega}{c} = \frac{\hbar\omega'}{c} \cos\theta + \frac{\mu v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cos\theta' \quad (1.1-12)$$

$$0 = \frac{\hbar\omega'}{c} \sin\theta - \frac{\mu v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \sin\theta' \quad (1.1-13)$$

由(1.1-12)、(1.1-13)式消去 θ' ，得

$$\frac{\hbar^2 \omega^2}{c^2} + \frac{\hbar^2 \omega'^2}{c^2} - \frac{2\hbar^2 \omega \omega'}{c^2} \cos \theta = \frac{\mu^2 v^2}{1 - v^2/c^2} \quad (1.1-14)$$

(1.1-11)式平方后与(1.1-14)式联立消去 v , 得

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{4\pi\hbar}{\mu c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = \lambda_c (1 - \cos \theta) \quad (1.1-15)$$

式中 $\lambda_c = 2\pi\hbar/\mu c = h/\mu c$ 称为电子的康普顿波长, (1.1-15)式就是(1.1-8)式。 λ_c 是由基本物理常数 h, μ, c 三者构成的、最简单的具有长度量纲的量:

$$\lambda_c = h/\mu c = 2.43 \times 10^{-12} \text{m}$$

由(1.1-12)、(1.1-13)式消去 v , 得

$$\text{tg} \theta' = \frac{\omega' \sin \theta}{\omega - \omega' \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\omega/\omega' - \cos \theta}$$

由(1.1-15)式可得 $\omega/\omega' = 1 + (\omega/\omega_c)(1 - \cos \theta)$, 其中 $\omega_c = 2\pi c/\lambda_c = \mu c^2/\hbar$, 代入上式, 即得(1.1-9)式

$$\text{ctg} \theta' = (1 + \omega/\omega_c) \text{tg} \frac{\theta}{2}$$

反冲电子的动能

$$E_k = \hbar(\omega - \omega') = \hbar\omega(1 + \frac{\omega_c}{2\omega} \csc^2 \frac{\theta}{2})^{-1}$$

这就是(1.1-10)式。

康普顿所作理论解释的成功表明, 在光与电子相互作用的微观基元过程中, 光确实是以微粒的形式出现的, 光子的能量动量公式

$$E = \hbar\omega, \quad p = \hbar\omega/c$$

是正确的, 在微观基元过程中, 能量动量守恒定律仍然有效。

由以上结果可以看到, 为了解释光电效应, 康普顿效应等实验现象, 必须假设光是由光子构成的, 但是, 为了解释干涉和衍射现象, 又必须假设光是一种波动。这两者都是从实验中得出的, 这些实验都是可以千百次地重复的。这样, 我们不得不承认, 光既是波动, 又是微粒流, 在解释某些实验现象时, 必须把光看作是波, 在解

释另一些实验现象时,又必须把光看成是粒子,这就是光的波粒二象性。按照经典概念无法把这两者统一起来。可以想象,光的运动必定遵循某种完全不同于经典规律的新规律,在一定的条件下,它或者趋向于粒子性的规律,或者趋向于波动性的规律。

例 1 试用旧量子论定性地解释低温下固体比热趋于零的实验现象。

把固体原子看作是三维谐振子,按照经典物理学,每个振子的平均能量等于 $3kT$ (平均动能 $3kT/2$ 加弹性势能 $3kT/2$), 因此定压摩尔热容 $C_v = 3N_0k = 3R$, N_0 为阿伏伽德罗常数, k 为玻耳兹曼常数, R 为气体常数。在常温下,这一结果与实验符合,但在极低的温度下,实验给出固体比热趋于零。这说明经典的能量均分定理在低温下失效。1907 年,爱因斯坦根据普朗克量子假设定性地解释了这个现象。按照普朗克假设,三维振子的平均能量应为 (1.1-6) 式给出的 $\bar{\epsilon}$ 的 3 倍,从而每个原子对比热的贡献为

$$\frac{\partial}{\partial T}(3\bar{\epsilon}) = 3k \frac{x^2 e^x}{(e^x - 1)^2}$$

式中 $x = \epsilon_0/kT = \hbar\omega/kT$ 。当 T 较大时, $\hbar\omega \ll kT$, $x \ll 1$, $e^x \sim 1$, $e^x - 1 \sim x$, 从而每个原子对比热的贡献为 $3k$, 定压摩尔热容即为 $3N_0k$ 。但当温度很低时, $\hbar\omega \gg kT$, 分母上 e^x 与 1 相比可略去 1, 从而

$$C_v \rightarrow 3N_0k \left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)^2 e^{-\hbar\omega/kT}$$

当 $T \rightarrow 0$ 时, $C_v \rightarrow 0$, 与实验结果定性地说符合, 但定量地说仍不对, 原因是爱因斯坦模型过于简化了。1912 年, 德拜 (P. Debye) 考虑了可能存在各种振动频率, 终于得到了正确的固体比热公式。

例 2 质量为 191 原子质量单位的核从能量为 0.129 Mev 的第一激发态跃迁到能量为零的基态时, 发射一个 γ 光子, 求原子核反冲的动能。

[解] 原子核反冲的速度一般不太大, 能量动量关系可用非相对论公式, 即 $E_k = p^2/2m$, 式中 m 为核的质量: