

**POST DOCTORAL
THESES
OF CHINA**

中国博士/后论文集

第四集

王光谦 曲 政 龚旗煌 编

北京大学出版社

PEKING UNIVERSITY PRESS

中国博士后论文集

第 4 集

王光谦 曲 政 龚旗煌 编



北京大学出版社

内 容 提 要

本文集从全国博士后提交的论文中精选而成，共收入了 99 篇论文，内容涉及自然科学及应用科学的各个领域，共分数理、化学、工程技术、生物医学、地学及其它六大类。本文集集中反映了博士后在站期间的最新工作和最新成果，具有观点新、学术水平高的特点。许多论文的内容反映了国家重大课题和高、新技术领域的研究成果，还有一些论文介绍了博士后的发明创造、国家专利产品及技术。

本文集可供广大自然科学工作者、工程技术人员及一般科技工作者参考。

2592/3701

中 国 博 士 后 论 文 集

第 4 集

王光谦 曲 政 龚旗煌 编

北京大学出版社出版

(北京大学校内)

北京大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

787×1092毫米 16开本 49印张 1,200千字

1991年8月第一版 1991年8月第一次印刷

印数：001—900册

ISBN 7-301-01626-3/N·11

定价：59.95元

李政道博士于一九九〇年五月三十日

为本论文集题写书名

前 言

中国的博士后制度是由李政道教授倡议，在邓小平等老一辈无产阶级革命家和党中央、国务院领导同志的亲切关怀和决策下，于一九八五年开始试行的一种新的培养高级科研人才的制度。五年来的成功经验表明，它对于加快培养高水平的年轻科技人才、促进人才交流和吸引出国留学人员回国都是一项极其重要的措施。

北京博士后联谊会成立于一九八七年，是在人事部和全国博士后管委会的大力支持下组建的一个博士后群众团体。它成功地组织过博士后的多项活动，并出版了三集《中国博士后论文集》。为加强博士后之间、博士后与老一辈科学家之间、博士后与政府部门之间以及博士后与海外留学人员之间的联系作出了一定贡献，同时对促进青年知识分子了解国情、了解社会、振奋精神、努力工作也起到了重要作用。

《中国博士后论文集》(第四集)是由本届北京地区博士后联谊会组织出版的，共收入论文99篇，共分数理、工程技术、化学、生物医学、地学及其它六大类。该论文集集中反映了博士后在站期间的最新成果，具有观点新、学术水平高的特点。许多论文的内容反映了博士后所从事国家重大课题和高、新技术领域的研究成果。还有一些论文介绍博士后的发明创造、国家专利产品和技术。因此，该论文集的出版对开展学术交流和推动我国科学技术进步具有重要意义。

文集中极少数论文作者仍使用了非SI单位。为了方便读者，我们在该论文中第一次出现非SI单位处，用加脚注的方式给出了非SI单位与SI单位间的换算。

本论文集是全国博士后奉献给培养我们成才的祖国和人民的礼物。本届联谊会代表各位博士后感谢全国博士后管委会对出版《中国博士后论文集》(第四集)的大力支持，感谢北京大学出版社的热情帮助。

北京地区博士后联谊会

一九九一年四月

目 录

数学、物理、力学

等谱的 Lax 算子及其相关的代数结构	马文秀 (1)
多子域并行迭代区域分裂法	张 胜 (14)
一种临界参数的估计问题	朱力行 (24)
弱 H^1 空间的小波特征	刘和平 (30)
幂零 Lie 群 $H_n \times R^m$ 上的 Fourier 分析和 Poisson 积分	蒋亚萍 (39)
加法问题之解的敏度分析	徐树方 (51)
一类奇异 Hamilton 系统的周期解	丁彦恒 (62)
正则轨道的存在性与幂零长猜想	王燕鸣 (71)
三维低速湍流边界层积分方程的反方法及其与位流的面元法的耦合解	马 侠 朱自强 (78)
涡破裂发生的数值研究	张 武 (87)
完备非紧黎曼流形上 Yamabe 方程的正解	马 力 (93)
一类特定高精度差分格式	杨志峰 陈国谦 罗朝俊 (99)
弱非线性调制波的二阶绕射理论	吴建华 陈耀松 (106)
湖水水质污染的数值模拟	郭文海 (113)
三维不可压缩边界层分离流动反解格式的一般方法	阎 超 吴玉林 梅祖彦 (119)
Navier-Stokes 方程的倒数型四阶紧致差分格式	陈国谦 杨志峰 (132)
圆弧形刚性夹杂问题	蒋持平 柳春园 (142)
形状记忆合金本构关系的细观力学模型	孙庆平 黄克智 (152)
结构有限元动力分析的动画后处理	陈 健 (160)
悬臂梁的弹塑性动态响应	王晓东 余同希 (167)
电磁固体力学的广义变分原理	孙博华 (175)
一种新型的脉冲电调振荡器	吴晓东 (185)
非晶 W/C 周期多层膜中非晶 C 层的膨胀及其对多层膜 X 射线反射能力的影响	姜晓明 (189)
空间啮合轮齿接触有限元分析计算方法	黄昌华 李润方 郑昌启 (199)
位错与点缺陷的非局部弹性相互作用能	王 锐 (208)
$Ge_{0.5}Si_{0.5}/Si(100)$ 超晶格中 60° 型失配位错	余是东 冯 端 俞鸣人 周国良 (213)
低功率下茶叶酒精溶液的非线性效应及其系数的测定	龚旗煌 罗 杰 张玉珂 邹英华 (217)
超导转变展宽机理的研究	李晓光 戚震中 石建中 王忠民 赖荣基 张裕恒 (223)
泥石流的两相流模型和基本方程	王光谦 刘大有 费祥俊 (230)

混合正态模型的参数评估尺度及组合对比实验.....曲 政(241)

工 程 技 术

非均匀卵石床面水流特性.....王晋军(251)

多变量故障系统的控制律重构.....葛建华 孙优贤(258)

Al-Mg 合金循环蠕变加速及应变突发行为和机理.....朱世杰 阳志安 王中光(264)

低合金高强度钢变形与断裂中的温度和应变速率效应.....李少华 蔡其巩 苏 毅(271)

复杂反应体系有效因子的计算.....李 琳(279)

煤矿瓦斯爆炸事故专家系统.....郭文章(287)

共晶生长稳定性与相间距选择.....刘俊明(294)

含碳球团的还原速度研究

.....周渝生 杨天钧 吴 铿 刘宇红 李文采 杜 挺 邓开文(302)

发动机电控 CAT 系统的研究与实现潘旭峰(309)

加稀土元素改善铁基合金粉末激光合金化层组织和耐磨性的初探

.....王 轴 刘家浚(315)

高速开关阀电液系统的变阻尼控制.....俞宗强 刘庆和 王占林(320)

V-Ti-N 钢中含 Ti 颗粒的析出与溶解特性.....唐国翌(328)

同步电机变频调速系统电流调节方式的比较研究.....黄 进 许大中(337)

重点污染物中氯代苯类有机物生物降解性能的研究.....赵建夫(344)

单晶镍基高温合金快速凝固 MC 碳化物形态的研究.....王华明 胡壮麒(352)

双轴涡喷发动机实时模型中的局部相似理论及最佳加速控制规律研究

.....刘尚明 王雪瑜 朱行健(358)

多目标决策问题的字典序极大极小解.....石永恒(366)

弹性钻柱运动的基本方程问题.....高德利 徐秉业(374)

双相不锈钢中裂尖损伤与裂纹扩展的透射电镜下原位观察

.....姚可夫 唐迺泳 陈南平(382)

步进电动机最优设计技术的研究.....姚 宏(389)

快速聚类算法研究.....金子建(396)

油气层中微粒运移研究.....杨贤友 徐端夫 郑 平(402)

非线性系统的状态变换及其控制器的分步设计.....褚 健(409)

论工程岩体的连续性.....何满潮(416)

屏蔽电缆的 Pigtail 效应与辐射机理韩 放(425)

矿井灾变风流的动态最优控制.....周心权(433)

单拉状态下混凝土的动力损伤本构模型.....李庆斌 张楚汉 王光纶(444)

石英晶体无损伤理想镜面的超精密抛光

.....袁巨龙 童忠飏 陈长庚 河西敏雄 小林昭(451)

刚度周期变化对汽轮发电机组轴系稳定性的影响.....伍良生(459)

一个用于加工误差实时预报控制的离散正交多项式.....秦开怀(467)

- 气(汽)、液两相流流量测量的新构想和实现.....罗 锐 杨献勇 王 洲(480)
材料硬度和试验载荷对钢磨料磨损机制的影响.....金占明(490)

地 学

- 东南沿海地区地壳生热率的分布与大地构造意义.....汪屹华(497)
具有 N 条支流的河网系统水文流量平衡 $2N$ 参数线性模型.....陈 循(505)
河北省黑龙港地区水分条件与冬小麦和夏玉米生产的关系.....张洪业(512)
区分两种不同类型的过渡壳.....吴泰然(518)
一个沉积层层厚空间分布的解析模型.....王 铮 袁义善(525)
中苏部分土壤中铜、铅、镉、氟的状态.....华 璐(530)
一类基于知识制导的遥感图象自动识别.....秦其明(540)
第四纪古水文学的气候演绎法.....王红亚(548)
小官庄铁矿西区采场覆岩移动的数值模拟与理论分析.....高 谦(555)
土壤中砷的吸附特点及其机理.....陈同斌(564)
河床地貌实验模拟方法.....倪晋仁 张红武(571)

生 物

- 固定化胰蛋白酶改性酪蛋白
——高可消化性乳清蛋白质代用品的研究及应用.....葛世军 张龙翔 白 虹(580)
膨化大豆饼、粕对仔猪生产性能、肠内膜形态和免疫反应的影响
.....李德发 余伟民 杨 胜(588)
夏大豆田稗草为主的自然混合杂草群落的生态经济杀除阈值的研究.....由振国(596)
关于通过选择提高蛋鸡饲料利用率的研究.....王爱国(603)
不同水分环境条件下葡萄果实的水分出入运动.....张大鹏 罗国光(613)
猪心乳酸脱氢酶(H_L)在盐酸胍变性过程中失活与内源荧光变化速度的比较
.....马永泽(622)
大百合组织培养再生植株.....陈令静(627)
蜂毒肽的 mRNA 在棉铃虫卵中的转译.....张青文(634)
高胆固醇高脂肪食物对大鼠心脏、红细胞和血浆脂类组成的影响
.....张新波 张席锦 程 时(641)
水稻矮缩病毒(RDV)基因组第11号片段的 cDNA 克隆及序列分析
.....储瑞银 潘乃璁 陈章良(647)

化 学

- 诱导自催化反应制备 Ni-P 超微非晶合金
.....沈俭一 李智渝 胡 征 张黎峰 陈 懿(652)
锂嵌入反应的正规溶液模型.....王修林 吴浩青(659)
氨基酸的 1H CIDNP.....程凌江 徐广智 严宝珍 袁汉成(670)

质谱中的立体化学效应

——取代烯烃与三氯乙酸钠的反应质谱.....杨厚俊(675)

固碳还原氧化铁反应及碱金属的催化作用.....徐继军(680)

钪盐单独引发丙烯腈单体自由基聚合反应的光敏性研究

.....董建华 丘坤元 冯新德(688)

D-TARA-L-PYBM 合铜(II)的合成及其在不对称催化中的应用

.....藏二乐 周长海(695)

流体的自由体积理论及其在分子输运性质计算中的应用.....刘洪勤(699)

高分子涂层对平板边界层流动的影响

.....李毕忠 徐端夫 颜蔚飞 颜大椿 李晨兴(711)

聚醋酸乙烯酯红外光谱的研究

I. 羰基吸收峰的二阶导数和傅里叶解卷积谱

.....姚瑞刚 徐端夫 翁诗甫 吴瑾光 徐光宪(717)

芳烃混合物吸附平衡特性的研究(二)

——均匀势吸附模型在多组分吸附平衡推算中的应用.....谷明星 余国琮(723)

其 它

陕北高原农村剩余劳动力问题的调查研究

——以黄陵、延安、榆林为例.....鲁 奇(732)

一种基于概率证据推理的物体模型组织方法.....陈 珂(741)

基于环境势场法的实时动态避障控制.....王田苗 张 钹 张瑞君(747)

缺锌对禾本科植物根分泌物的影响.....张福锁(758)

银离子及其它重金属离子对蕃茄采后生理的影响.....罗云波(764)

CONTENTS

Mathematics, Physics and Mechanics

Isospectral Lax Operators and Related Algebraic Structures.....	Ma Wenxiu (13)
Parallel Iterative Multi-Subdomain Decomposition	Zhang Sheng (23)
On an Estimation for the Critical Parameter.....	Zhu Lixing (29)
The Wavelet Characters of the Space Weak H^1	Liu Heping (38)
Fourier Analysis and the Poisson Integral Formula on the Nilpotent Lie Group $H_n \times R^m$	Jiang Yaping (50)
The Sensitivity Analysis of the Solutions of the Additive Inverse Eigenvalue Problems	Xu Shufang (61)
Periodic Solutions of a Class of Hamiltonian Systems with Singular Potentials	Ding Yanheng (70)
Existence of Regular Orbit and Fitting Length Conjecture	Wang Yanming (77)
Inverse Method of 3-D Incompressible Turbulent Boundary Layer and Solution Coupled with Potential Panel Method.....	Ma Xia Zhu Ziqiang (86)
Numerical Investigation of Vortex Breakdown Onset	Zhang Wu (92)
Positive Solutions of the Yamabe Equation on a Noncompact Riemannian Manifold	Ma Li (98)
A Special Class of High-Order Finite Difference Schemes	Yang Zhifeng Chen Guoqian Luo Chaojun(105)
An Second Order Theory on the Diffraction of the Weakly Nonlinear Modulately Waves.....	Wu Tianhua Chen Yaosong(112)
Numerical Simulation of Water Pollution in Lakes	Guo Wenhai(118)
Inverse Mode Calculation of Three-Dimensional Incompressible Separated Flows in Boundary Layer.....	Yan Chao Wu Yulin Mei Zuyan(131)
A Compact Fourth-Order Finite Difference Scheme of Reciprocal Type for the Navier-Stokes Equation	Chen Guoqian Yang Zhifeng(141)
Rigid Circular arc Inclusion Problems	Jiang Chiping Liu Chuntu(151)
Micromechanics Constitutive Model of Shape Memory Alloys	Sun Qingping Hwang Kehchih(159)
The Animation System for Structural FEM Dynamic Analysis.....	Chen Jian(166)
Dynamic Elastoplastic Response of a Cantilever Beam	Wang Xiaodong Yu Tongxi(174)
Generalized Variational Principles of Electromagnetic-Solid Mechanics	Sun Bohua(184)

- A New Kind of Pulse Electronic Tuning OscillatorWu Xiaodong(188)
- Expansion of Amorphous Carbon in W/C Periodic Multilayer and Influence
on X-ray Reflectivity of MultilayerJiang Xiaoming(198)
- The Calculative Method of Tooth Contact Finite Element Analysis of Local
Conjugate Gear.....Huang Changhua Li Renfang Zheng Changqi(207)
- Nonlocal Elastic Interaction Energy Between a Dislocation and a Point Defect
..... Wang Rui(212)
- Low Power Nonlinear Optical Processes in the Solution of Jasmine Tea in
Alcohol.....Gong Qihuang Luo Jie Zhang Yuke Zou Yinghua(222)
- Two-Phase Fluid Model and Basic Equations for Debris Flows
.....Wang Guangqian Lu Dayou Fei Xiangjun(240)
- Parameter Estimators for the Resolution of Normal Mixture and Comparison of
Then by the Method of CombinationQu Zheng(250)
- Engineering and Technology*
- Flow Over a Non-Uniform Gravel Bed.....Wang Jinjun(257)
- Reconfiguration of Control Law with Multivariable Fault System
..... Ge Jianhua Sun Youxian(263)
- Cycli Creep Acceleration and Strain Bursts of Al-Mg Alloys
..... Zhu Shijie Yang Zhian Wang Zhongguang(270)
- Effects of Temperature and Strain Rate on Deformation and fracture of a
Low-Alloy High-Strength SteelLi Shaohua Cai Qigong Su Yi(278)
- Internal Effectiveness Factor for Complex Reaction System.....Li Lin(286)
- A Colliery Gas Explosion Expert SystemGuo Wenzhang(293)
- Stability of Lamellar Eutectic Growth and Spacing Selection
..... Liu Junming(301)
- A Study of Reduction Rate on Carbon-Bearing Pellets
..... Zhou Yusheng Yang Tianjun Wu Keng Liu Yuhong
Li Wencai Du Ting Den Kaiwen(308)
- The Computer-Aided Test System for Developing Electronic Engine Control
..... Pan Xufeng(314)
- Microstructure and Wear Resistance of Laser-Alloyed Iron-Base Alloy with
or without Rare Earth Element CoatingsWang You Liu Jiajun(319)
- The Variable Damping Control in Fast Switching Valve Electro-Hydraulic
SystemYu Zongqiang Liu Qinghe Wang Zhanlin(327)
- Characterizations of precipitation and Solution of Ti-Bearing Particles in the
V-Ti-N Microalloyed Steel.....Tang Guoyi(336)
- Comparison Study of Current Regulation Methods for Converter-Fed

Synchronous Machines.....	Huang Jin Xu Dazhong(343)
Study on the Biodegradability of Benzene Chlorides in the Priority Pollutants	Zhao Jianfu(351)
The Rapidly Solidified MC Carbide Morphologies of a Laserglazed Single-Crystal Nickel-Base Superalloy	Wang Huaming Hu Zhuangqi(357)
Research of Real-Time Model with Partial Similarity of Twin-Spool Gas Turbine and Its Digital Control System	Liu Shangming Wang Xueyu Zhu Xingjian(365)
The Lexicographic Maximin Solution of Multiobjective Decision Problem	Shi Yongheng(373)
On General Formulation of the Motion of Elastic Drillstring	Gao Deli Xu Bingye(381)
In-Situ Observation on Crack tip Damaging Process and Crack Propagation in a Duplex Stainless Steel in TEM	Yao Kefu Tang Naiyong Chen Nanping(388)
Study for Optimal Design Technique of Step Motors.....	Yao Hong(395)
Research on Fast Clustering Algorithm.....	Jin Zijian(401)
Study of Fines Migration in a Subterranean Formation	Yang Xianyou Xu Duanfu Zheng Ping(408)
State Transformation and a Step by Step Based Controller Design for a Nonlinear System.....	Chu Jian(415)
On Continuity of Engineering Rockmass	He Mangchao(424)
Radiated Emission from Shielded Cable by Pigtail Effects	Han Fang(432)
Dynamic Optimal Control on Mine Airflow	Zhou Xinquan(443)
Dynamic Damage Constitutive Model of Concrete in Direct Tension	Li Qingbin Zhang Chuhan Wang Guanglun(450)
The Effect of Periodically Varying Stiffness on the Rotor Stability of Steam Turbine Generator Set	Wu Liangshen(466)
A Discrete Orthogonal Polynomial for Real-Time Forecasting and Controlling of Machining Errors	Qin Kaihuai(479)
A New Method for Measurement of Gas-Liquid Flow Volume Rate	Luo Rei Yang Xianyong Wang Zhou(488)
The Effects of Hardness and Load on Abrasion Mechanism of steels	Jin Zhanming(496)

Geoscience

Distribution of Heat Production in Crust in the Coastal Area, SE China and Its Tectonic Implications.....	Wang Yihua(504)
--	-----------------

- A Linear Model of River Network Flow with $2N$ Parameters..... *Chen Shun*(511)
- The Relationship Between the Moisture Condition and the Winter Wheat and
Summer Maize Productions in the Heilonggang Area in Hebei Province
..... *Zhang Hongye*(517)
- Discriminating Two Types of Transitional Crust.....*Wu Tairan*(524)
- A Analytic Model for Distribution of Sediment Thickness
..... *Wang Zheng Yun Yishan*(528)
- Forms of Cu, Pb, Cd, and F in Certain Types of Soils in China and VSSR
.....*Hua Luo*(539)
- A Recognizing Approach Based on Knowledge to Landsat Image
.....*Qin Qiming*(546)
- Palaeohydrological Reconstruction Deduced from Climatic Conditions
—an Approach to Quaternary Palaeohydrology*Wang Hongya*(554)
- Numerical Simulation and Theoretical Analysis of Rock movement over the
Stope in the West Districk for Xiaoguanzhuang Iron Mine
.....*Gao Qian*(563)
- Mechanism and Characteristics of Arsenate Adsorption by Soil
.....*Chen Tongbin*(570)
- Physical Modeling of the River Geomorphology
.....*Ni Jinren Zhang Hongwu*(579)

Biology

- Milk Whey Proteins Substitute with High Digestibility Prepared by Immobilized
Tryptic Modification of Bovine Milk Casein
..... *Ge Shijun Zhang Longxiang Bai Hong*(587)
- Effect of Extruded Soybean Meals on Intestinal Morphology and Growth
Performance in Starter Pigs..... *Li Defa She Wemin Yang Sheng*(595)
- Study on the ECO-Economic Control Thresholds for Weed Flora Dominated by
Barnyardgrasses in Summer Soybeans.....*You Zhenguo*(602)
- Selection on Feed Efficiency in Laying Hens*Wang Aiguo*(611)
- Water Transfer into and out of Grape Fruits under Different Conditions of
Water Supply*Zhang Dapeng Luo Guoguang*(621)
- Plantlet Regeneration of *Cardiocrinum Giganteum* Through Tissue Culture
..... *Chen Lingjing*(633)
- The Translation of Honey Bee Promelittin mRNA in Eggs of Cotton Bollworm
.....*Zhang Qingwen*(640)
- Effect of High Fat-High Cholesterol Diet on Lipid Components of Plasma,

Red Blood Cell, and Heart in Rats

-Zhang Xinbo Zhang Xijin Cheng Shi(646)
 Molecular Cloning of the cDNA of Rice Dwarf Virus Genome Segment 11 and
 Its Sequence Analysis.....Chu Reiyin Pan Naisui Chen Zhangliang(651)

Chemistry

- The Preparation of Ultrafine Amorphous Ni-P Alloy by an Induced Autocatalytic
 Reaction.....Shen Jianyi Li Zhiyu Hu Zheng Zhang Lifeng Chen Yi(658)
 A Regular Pseudo-Compound Model for the Intercalation of Li in Electrode
 Materials.....Wang Xiulin Wu Haoqing(669)
 Photo-CIDNP of Amino Acids
Cheng Lingjiang Xu Guangzhi Yan Baozhen Yuan Hancheng (674)
 Stereochemical Effects in Mass Spectrometry—Reaction Mass Spectrometry of
 Some Substituted Alkenes Using Dichlorocarbene as Reagent
Yang Houjun(679)
 Reduction of Iron Oxides by Carbon and the Catalytic Effect of Alkali Metals
Xu Jijun(687)
 Studies on the Photosensitivities of Ce(IV) Initiated Acrylonitrile
 Polymerization.....Dong Jianhua Qiu Kunyuan Feng Xinde(694)
 Synthesis of [Cu(II)-L-PYBM-D-TARA] and Its Application to Asymmetric
 Catalysis.....Zang Erle Chow Changhai(698)
 The Free Volume Theory of Fluids and Its Application to the Calculation of
 Molecular Transport Properties.....Liu Hongqin(709)
 Effect of Polymeric Coating on the Flat Plate Turbulent Boundary Layer
Li Bizhong Xu Duanfu Yan Weifei Yan Dachun Li Chenxing(716)
 Vibrational Spectroscopy of Poly (Vinyl Acetate) I. Second Derivative and
 Fourier Self-Deconvolution of the Carbonyl Absorption Bands
Yao Ruigang Xu Duanfu Weng Shifu Wu Jinguang Xu Guangxian(722)
 On Adsorption Equilibria of the Substituted Aromatic Mixtures on Zeolites (二).
Gu Mingxing Yu Kuotsung(731)

Other Sciences

- A Study on the Problems of Rural Surplus Labour Force in the Plateau of
 Northern ShenxiLu Qi(740)
 An Object Model Organization Approach Based on Probabilistic Evidential
 Reasoning.....Chen Ke(746)
 Real-Time Obstacle Avoidance Control with A Environment Potential Field in
 Mobile Robot.....Wang Tianmiao Zhang Bo Zhang Runjun(757)
 Effect of Zinc Deficiency on the Root Exudates of Graminaceous Plant Species
Zhang Fusuo(763)
 The Effect of Silver Ion and Other Heavy Metal Ions on Tomato Fruit Ripening
Luo Yunbo(768)

等谱的 Lax 算子及其相关的代数结构

马 文 秀

(复旦大学数学研究所)

摘要 本文提出了相应于一个任意维谱算子的 Lax 算子空间所具有的一种代数结构, 表明了 Lax 算子的这种乘积算子伴随于特征向量场的换位子。进一步引进了 τ -代数和主代数的概念来描述可积系的时间多项式依赖对称, 这种 τ -代数和主代数在 Lax 算子方法中起着决定作用。最后作为例子给出了 KP 方程族相应的 τ -代数和主代数, 并得到了 KP 方程族显式的 K -对称族和各阶主对称族。

关键词 等谱特征值问题, 向量场换位子, Gateaux 导数, Lax 算子, 对称和主对称

一、引言与基本符号

许多可积非线性发展方程均具有 Lax 表示、无穷多对称和守恒律、双 Hamilton 结构、甚至高阶的主对称等等^[1-4]。一种具有遗传性质的递推算子在讨论这些公共性质时起着决定性的作用。然而对一些物理上感兴趣的非线性可积方程(例如 BO, KP 方程等)很难构造出(似乎不存在)类似的递推算子。避开这个困难, Fuchssteiner, Fokas^[5,6,3]和 Chen 等^[7-10]提出了一个主对称的方法来研究对称和守恒律等代数性质。最近, Santini 和 Fokas^[11,12]对高维情形建立了扩张递推算子和双 Hamilton 结构理论, 程艺等^[13-15]利用主对称方法的思想建议了一个 Lax 算子方法。尽管这些方法各有各的局限性, 但在非线性可积方程特别是高维方程的代数和几何性质的研究中都已有许多应用。

本文从 Lax 表示出发, 对任意维的谱算子分析和提出了 Lax 算子空间所具有的一种代数结构, 表明了 Lax 算子的这种乘积算子正好对应特征向量场的换位子。进一步引进了 τ -代数和主代数的概念来描述可积方程的时间多项式依赖对称, 这种 τ -代数和主代数在 Lax 算子方法中起着类似于递推算子方法中的递推算子的作用。最后作为例子对 KP 方程族进行了讨论, 给出了相应的 τ -代数和主代数, 并且得到了 KP 方程族显式的 K -对称族和各阶主对称族。本文中建议的方法是一般的, 可应用于一维和高维发展方程的可积性质的探讨中。

下面我们给出本文所用的一些基本符号。

(1) 自变量与应变量: 设自变量 $x \in \mathbf{R}^p, t \in \mathbf{R}$, 应变量 $u = (u^1, \dots, u^q)^T, u^i = u^i(x, t) \in C^\infty(\mathbf{R}^{p+1})$, 且任意固定 $t \in \mathbf{R}, u = u(x, t) \in \mathcal{S}^q(\mathbf{R}^p)$ (速降函数空间), 这种函数全体记为 $\mathcal{S}^q(\mathbf{R}^p, \mathbf{R})$ 。

(2) 空间 $\mathcal{B}^r, \mathcal{V}^r$ 和 $\mathcal{V}_0^r$: 对 $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_p), \alpha_i \in \mathbf{Z}, \alpha_i \geq 0$, 记 $D^\alpha = \left(\frac{d}{dx^1}\right)^{\alpha_1} \dots \left(\frac{d}{dx^p}\right)^{\alpha_p}$,

$|\alpha| = \sum_{i=1}^p \alpha_i$. 设 $\mathcal{B}$ 表示关于 x, t 是 C^∞ 可微且关于 u 是 C^∞ -Gateaux 可微的复值函数(或实值函数)

$P(x, t, u)$ 的全体, $\mathcal{B}^r = \{P_1, \dots, P_r\}^T | P_i \in \mathcal{B}\}$, $\mathcal{V}^r$ 表示关于 x, t 是 C^∞ 可微且关于 u 是 C^∞ -Gateaux 可微的线性算子 $\Phi = \Phi(x, t, u): \mathcal{B}^r \rightarrow \mathcal{B}^r$ 的全体, $\mathcal{V}_0^r$ 表示下列形式

$$L = (L_{ij})_{r \times r}, \quad L_{ij} = \sum_{|a| \leq \sigma(i, j)} P_a^{ij}[u] D^a, P_a^{ij}[u] \in \mathcal{B} \quad (1.1)$$

的矩阵微分算子 $L: \mathcal{B}^r \rightarrow \mathcal{B}^r$ 的全体.

(3) Gateaux 导数: 对向量场 $X \in \mathcal{B}^r$, 定义 X 在方向 $Y \in \mathcal{B}^q$ 上的 Gateaux 导数为

$$X'[Y] = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} X(u + \varepsilon Y)|_{\varepsilon=0}; \quad (1.2)$$

对向量场 $X, Y \in \mathcal{B}^q$, 利用 Gateaux 导数定义换位子 $[X, Y] \in \mathcal{B}^q$ 为

$$[X, Y] = X'[Y] - Y'[X], \quad (1.3)$$

注意 $\langle \mathcal{B}^q, [\cdot, \cdot] \rangle$ 是一个李代数^[16]; 对算子 $\Phi \in \mathcal{V}^r$, 定义 Φ 的 Gateaux 导数算子 $\Phi': \mathcal{B}^q \rightarrow \mathcal{V}^r$ 为

$$\Phi'[X]Y = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \Phi(u + \varepsilon X)Y|_{\varepsilon=0}, \quad X \in \mathcal{B}^q, Y \in \mathcal{B}^r. \quad (1.4)$$

本文中我们始终选取谱算子 $L \in \mathcal{V}_0^r$, 并且假定 L 的 Gateaux 导数算子 $L': \mathcal{B}^q \rightarrow \mathcal{V}_0^r$ 是一个单线性同态.

二、Lax 算子与代数结构

在 Lax 表示论中, 有这样一个基本问题: 如果发展方程 $u_t = X (X \in \mathcal{B}^q)$ 与 $u_t = Y (Y \in \mathcal{B}^q)$ 分别具有 Lax 表示 $L_t = [A, L] (A \in \mathcal{V}^r)$ 与 $L_t = [B, L] (B \in \mathcal{V}^r)$, 问是否存在算子 $C \in \mathcal{V}^r$ 使得 $u_t = [X, Y]$ 具有 Lax 表示 $L_t = [C, L]$? 若存在, 算子 C 又应具有怎样的形式?

本节建立了等谱 Lax 算子空间的一种代数结构, 进一步推得了等谱 Lax 算子空间的一个商代数的李代数结构, 从而全面回答了上述基本问题.

定义 2.1 设 $A \in \mathcal{V}^r$, 如果存在 $X \in \mathcal{B}^q$ 满足 $[A, L] = L'[X]$, 则称 A 是一个等谱的 Lax 算子, 简称 Lax 算子, X 称为 Lax 算子 A 的特征向量场, 全体 Lax 算子记为 $\mathcal{M}_\infty$, 以 $E(\mathcal{M}_\infty)$ 表示 Lax 算子集 $\mathcal{M}_\infty (\subseteq \mathcal{M}_\infty)$ 相应的全体特征向量场.

由于 L' 是单射, 故每一 Lax 算子的特征向量场必唯一, 因而我们进一步可给出下列定义.

定义 2.2 设 Lax 算子 $A, B \in \mathcal{M}_\infty$ 分别对应特征向量场 $X, Y \in E(\mathcal{M}_\infty)$, 定义 Lax 算子 A, B 的积算子 $[A, B] \in \mathcal{V}^r$ 如下

$$[A, B] = A'[Y] - B'[X] + [A, B]. \quad (2.1)$$

我们将要证明积算子 $[A, B]$ 正好对应于换位子 $[X, Y]$. 为此我们需要下列一条基本结果.

定理 2.1 设 $P = P(x, t, u) \in \mathcal{B}$, $K = K(x, t, u)$, $S = S(x, t, u) \in \mathcal{B}^q$, 则

$$(P'[K])'[S] - (P'[S])'[K] = P'[T], \quad T = [K, S]. \quad (2.2)$$

证明 按 Gateaux 导数的定义我们有

$$\begin{aligned}
 (P'[K])'[S] &= \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon} P(u + \varepsilon K) \Big|_{\varepsilon=0} \right)' [S] \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial \delta \partial \varepsilon} P(u + \delta S + \varepsilon K(u + \delta S)) \Big|_{\delta, \varepsilon=0} \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial \delta \partial \varepsilon} P(u + \delta S + \varepsilon K + \varepsilon \delta K'[S]) \Big|_{\delta, \varepsilon=0} \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial \delta \partial \varepsilon} P(u + \delta S + \varepsilon K) \Big|_{\delta, \varepsilon=0} + \frac{\partial}{\partial \mu} P(u + \mu K'[S]) \Big|_{\mu=0},
 \end{aligned}$$

同理

$$(P'[S])'[K] = \frac{\partial^2}{\partial \delta \partial \varepsilon} P(u + \delta K + \varepsilon S) \Big|_{\delta, \varepsilon=0} + \frac{\partial}{\partial \mu} P(u + \mu S'[K]) \Big|_{\mu=0},$$

因此

$$\begin{aligned}
 &(P'[K])'[S] - (P'[S])'[K] \\
 &= \frac{\partial}{\partial \mu} [P(u + \mu K'[S]) - P(u + \mu S'[K])] \Big|_{\mu=0} \\
 &= P'[K'[S]] - P'[S'[K]] = P'[T].
 \end{aligned}$$

定理证毕.

定理2.2 设 Lax 算子 $A, B \in \mathcal{M}_\infty$ 对应的特征向量场分别为 $X, Y \in E(\mathcal{M}_\infty)$, 则我们有

$$[[A, B], L] = L'[Z], \quad Z = [X, Y], \quad (2.3)$$

从而积算子 $[A, B] \in \mathcal{V}^r$ 也是一个 Lax 算子, 且对应的特征向量场为 $[X, Y] \in \mathcal{E}^q$.

证明 由于 $\mathcal{V}^r, [\cdot, \cdot]$ 是一个算子李代数, 故

$$\begin{aligned}
 [[A, B], L] &= [A, [B, L]] - [B, [A, L]] \\
 &= [A, L'[Y]] - [B, L'[X]].
 \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned}
 [[A, B], L] &= [A'[Y], L] + [A, L'[Y]] - [B'[X], L] - [B, L'[X]] \\
 &= [A, L']'[Y] - [B, L']'[X] \\
 &= (L'[X])'[Y] - (L'[Y])'[X] \\
 &= L'[Z] \quad (\text{由定理2.1}).
 \end{aligned}$$

余显然. 定理证毕.

明显地由(2.1)可知乘法运算 $[\cdot, \cdot]$ 是双线性的且反交换, 因而由上述定理立即得到:

推论2.1 $\langle \mathcal{M}_\infty, [\cdot, \cdot] \rangle$ 是一个反交换代数, 且 $\langle E(\mathcal{M}_\infty), [\cdot, \cdot] \rangle$ 是一个李代数.

推论2.2 设 $A, B, C \in \mathcal{M}_\infty$, 则

$$[[[A, B], C] + \text{循环}(A, B, C), L] = 0. \quad (2.4)$$

推论2.3 设 $\mathcal{N}_\infty$ 是 $\mathcal{M}_\infty$ 的一个子代数, 则 $E(\mathcal{N}_\infty)$ 是 $E(\mathcal{M}_\infty)$ 的一个李子代数且与 $\mathcal{N}_\infty$ 具有同样的代数结构, 从而 $E(\mathcal{N}_\infty)$ 中特征向量场构成的发展方程族的流与 $\mathcal{N}_\infty$ 也具有同样的代数结构.