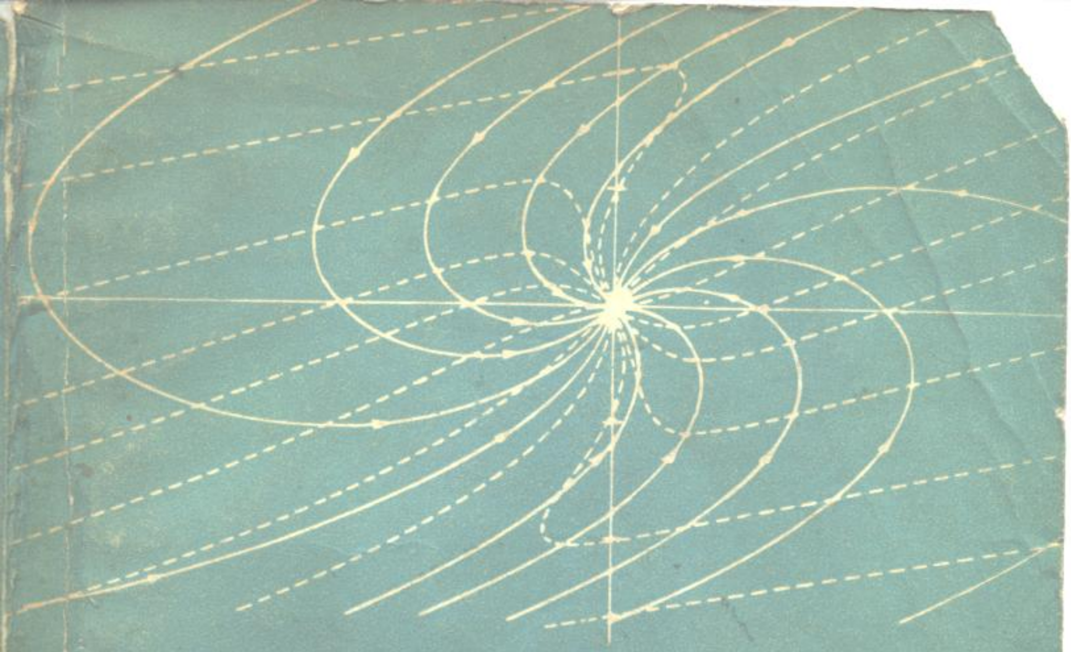

应用最优控制

——最优化·估计·控制

[美] A．E．布赖森　何毓琦　著

钱洁文　张在良　严周南
薛沛丰　　　　　汤德新　译

张良起　校

国防工业出版社　出版

应用最优控制

——最优化·估计·控制

〔美〕 A.E.布赖森 何毓琦 著
钱洁文 张在良 严周南
薛沛丰 汤德新 译
张良起 校

国防工业出版社

内 容 简 介

本书是一本以应用最优控制理论为主题的专著，原书于1969年出版，1975年又再版发行。中译本根据1975年版译出。

本书包括以下基本内容：参量最优化问题；动态系统的最优化问题；具有轨线约束的动态系统最优化问题；最优反馈控制；具有二次判据的线性系统；线性反馈；邻近的极值线与二阶变分；最优规划与控制问题的数值解；最优化与控制问题的奇异解；微分对策；关于概率的某些概念；随机过程引论；最优滤波和预测；最优平滑和内插；存在不确定性时的最优反馈控制。

本书可作为大学自动控制专业研究生教材，亦可供有关专业科技人员和高校师生参考。

Applied Optimal Control
OPTIMIZATION, ESTIMATION, AND CONTROL
Arthur E. Bryson, Jr. Yu-Chi Ho
JOHN WILEY & SONS 1975

*

应用最优控制——最优化·估计·控制
〔美〕 A.E.布赖森 何毓琦 著
钱浩文 张在良 严周南 薛沛丰 汤德新 译
张良起 校

*

国防工业出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张16 9/16 419千字
1982年2月第一版 1982年2月第一次印刷 印数：0,001—6,400册
统一书号：15034·2186 定价：2.05元

译　　序

控制理论中的优化技术（或称最优控制）是从大约六十年代起迅速发展起来的一个领域。它已经在一些复杂的控制系统，特别是在航空、空间飞行器控制系统的设计中得到了卓有成效的应用。目前大学控制工程的理论课程中已经开始适当加入这方面的内容，而对研究生则几乎已成为必修的课程。

本书以“应用最优控制”作为书名。这是因为它的目的是向从事控制系统设计的工程技术人员介绍应用这方面的理论解决实际问题所需的知识和方法，而不是以介绍最优控制的教学理论为目的的。尽管如此，本书对于和实际应用有关的条件、限制等细节仍然给予了充分的注意。而且，在阐述方面一般都采用了启发性的、直观的和以物理概念为基础的方式，并且设有专门的章节来介绍常用的计算方法。

本书的章节安排也从便于应用出发，允许根据不同的需要选读有关章节，又不一定通读全书。对此，本书作者在目录末尾还提供了章节之间阐述的逻辑关系，供读者参考。本书还结合有关内容提供了一定数量的例题和习题，有助于读者加深对理论的理解。

本书阐述简明扼要，接近于讲稿形式。学习时有时也许需要参考一些补充资料。最后有两个附录，简单介绍所需的基本数学工具和线性系统理论，阅读本书的读者应对这些内容已有所准备，例如学过以状态分析为基础的线性系统理论那样的课程。

本书可用作大学研究生教材，也可供大学高年级学生及有关工程技术人员参考。

全书共十四章，分成两大部分。前九章论述确定性控制系统，

由钱洁文、严周南、汤德新同志翻译；后五章论述随机控制系统，连同两个附录，由张在良、薛沛丰同志翻译，最后由张良起同志审校并整理。

译校者对书中大部分公式作了推导，所发现的一些错误已用译注形式加以说明，而对明显的印刷错误所作的修改，则未一一加注。

由于我们水平有限，对书中的错误和不当之处，请读者批评指正。

《应用最优控制》中译本

前　言

美国斯坦福大学教授小A.E.布赖森和我本人，对于我们的共同著作自1969年初版问世以来所受到的热烈欢迎感到十分欣慰。通过这本书，我们在世界各地结交了许多朋友。当我们知道我们的菲薄努力增进了对科学的了解和国际友谊时，我们总是感到十分高兴。

就我本人而言，将这本著作译成我的祖国语言，更是一个倍受鼓舞的事件。这既是一次“重返家园”，又是一次对我父母之邦的“自我介绍”。我期待着在未来与更多的新朋友合作。

美国哈佛大学　何毓琦

1981年7月于北京

前　言

本书适用于大学本科毕业班及研究生水平关于动态系统的分析和设计的课程，并可供工程师和应用数学家自学之用。我们假定本书读者已具有力学和常微分方程的基本知识。最好对矩阵代数和线性系统有一些了解，但是所要求的这些知识也可以通过学习两个附录获得。本书是由1963年为哈佛大学署期班课程开设的关于动态系统最优化问题的一系列讲稿演变而成的。这些讲稿经过改写和扩充，于1963～1968年在哈佛大学，并于1966年在麻省理工学院的研究生课程中使用。

本书论述的是复杂动态系统的分析和设计，特别注重于确定"最好"的方式去制导以及（或者）控制这些系统。在过去二十五年里，关于线性时不变动态系统的反馈控制系统这一科目已积累了大量的知识。这些知识在我们的技术中起了重要的作用，这是几乎每一所工科院校都认识到的，因而它们都在讲授这一范围中的课程。然而，许多动态系统（如航空航天系统）是非线性以及(或者)是时变的，一般讲，线性时不变系统的分析和设计技术不适用于这些更为复杂的系统。

在五十年代实用的高速数字计算机的出现对处理非线性和时变系统提供了一个主要工具。工程师们迅速地利用这些卓越的计算机，在纸上进行大量的试探法设计来代替研究实验室中的工作。在许多情况下，特别是在设计制导和控制系统时，需要一个更加系统化的方法就变得越来越清楚了。这导致对变分法这一古老的学科重新产生了兴趣，并取得了饶有兴趣的新进展——动态规划。这些技术在确定性的、非线性的和时变系统方面的应用，构成了本书第一章到第九章的基础。

在本书的第一部分中假定对所研究的动态系统的结构和参数已有精确的认识，对反馈控制已有精确的测量。实际上，此种精确的认识是很少能获得的。因此，重要的是能够预测被控系统对环境和测量系统中随机波动的灵敏度。第十章到第十四章就讨论这个问题，从复习概率和随机过程的基础开始，进而利用噪声测量并计及环境对系统的随机扰动设计出就平均意义上来说是“最好”的控制系统。

我们的主要目标是得出易于译成数字计算机程序的有用结果。本书在以讲稿形式出现时的几种本子，业经我们有才能的和长于批评的学生和同事们的推敲，因此我们希望绝大多数错误已经被发现。当然，我们应当对仍然可能存在的任何错误承担责任。

本书已经作为现代控制理论课程的一学期和两学期的教材之用。可以按确定性—随机性这样的顺序，也可按入门—深入这样的顺序进行讲授。各章之间的逻辑联系以及按学期时间的长短将各章划分的顺序均列在本书目录的后面。

练习构成了本教材的必要组成部分，它们或者阐明了所论述的内容，或者加以推广，在某些情况下还构成了半研究性的问题。认真的学生应该勤奋地加以钻研。

各章间的逻辑联系

$$
\begin{tikzcd}
 & \text{附录A和B} \arrow[d] \arrow[dr] & & \\
 & 1 \arrow[d] & 10 \arrow[d] & \\
3 \arrow[d] & 2 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] & 11 \arrow[d] & \\
8 & 4 \arrow[d] & 12 \arrow[r] \arrow[d] & 13 \\
9 & 5 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[d] & 14 & \\
 & 6 \arrow[d] & & \\
 & 7 & &
\end{tikzcd}
$$

确定性部分：一～九章

随机性部分：十～十四章

入 门 部 分：第一章　1.1～1.5节

第二章　2.1～2.3节

第四章、第五章(5.3 节除外)

第七章　7.1～7.2节

第十章到第十二章

深入部分为其余章节

目 录

第一章　参量最优化问题

1.1　无约束问题

最简单类型的参量最优化问题是寻找m个参量u_1，…，u_m的值，使得作为这些参量的一个函数的性能指标

$$L(u_1, \cdots, u_m)$$

为最小。为了方便起见，我们采用一种更紧凑的命名法；令

$$u=\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}=\text{判定向量} \tag{1.1.1}$$

则可将性能指标写作

$$L(u)。 \tag{1.1.2}$$

如果对u的可能值没有约束，而且函数$L(u)$在各处均有一次和二次偏导数，则最小值的必要条件是

$$\frac{\partial L}{\partial u}=0, \tag{1.1.3}$$

意即$\partial L/\partial u_i=0$，$i=1$，…，$m$，和

$$\frac{\partial^2 L}{\partial u^2}\geqslant 0, \tag{1.1.4}$$

意即分量为$\partial^2 L/\partial u_i \partial u_j$的$(m\times m)$矩阵必须是半正定的，即，它具有零或正的特征值。

凡满足式（1.1.3）的各点均称为驻点。

局部最小值的充分条件是式（1.1.3）和

$$\frac{\partial^2 L}{\partial u^2}>0, \tag{1.1.5}$$

即全部特征值必须为正。

如果满足式（1.1.3），但$\partial^2 L/\partial u^2=0$，即矩阵的行列式为零（意味着一个或更多的特征值为零），则需要另外的信息方能确定此点是否有最小值。这样的一个点称为奇异点。注意，如果L

是 u 的线性函数，则处处有 $\partial^2 L/\partial u^2 = 0$，而且，一般说来，不存在最小值。

例 关于 $L = L(u_1,\ u_2)$。

（a）最小值：$\partial^2 L/\partial u_i \partial u_j$ 的两个特征值均大于零；

$$L = [u_1 \quad u_2]\begin{bmatrix} 1, & -1 \\ -1, & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

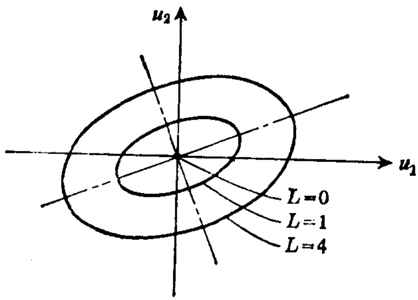

图1.1.1 一个最小值点

（b）鞍点：$\partial^2 L/\partial u_i \partial u_j$ 的特征值，一个为正而另一个为负。

$$L = [u_1 u_2]\begin{bmatrix} -1, 1 \\ 1, 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}。$$

（c）奇异点：一个特征值为正，另一个特征值为零

$$L = (u_1 - u_2^2)(u_1 - 3u_2^2)。$$

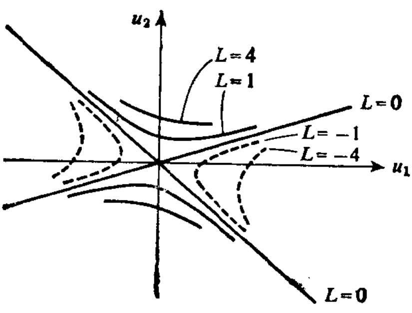

图1.1.2 一个鞍点

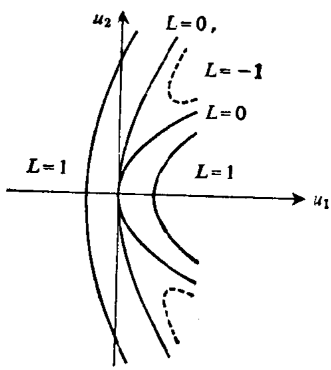

图1.1.3 一个奇异点

1.2 具有等式约束的问题；驻点的必要条件

比较一般的一类参量最优化问题是找出m个判定参量$u_1, \cdots, u_m$的值使作为$n+m$个参量的标量函数的性能指标

$$L(x_1, \cdots x_n;\ u_1, \cdots u_m),$$

为最小，这里n个状态参量$x_1, \cdots, x_n$由判定参量通过一组n个约束关系式

$$f_1(x_1, \cdots, x_n;\ u_1, \cdots, u_m)=0,$$
$$\vdots$$
$$f_n(x_1, \cdots, x_n;\ u_1, \cdots, u_m)=0。$$

来决定。为了方便起见，我们也采用一个比较紧凑的命名法。令

$$u=\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}=\text{判定向量},\quad x=\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}=\text{状态向量},$$

$$f=\begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}=\text{约束向量。}$$

采用这种命名法后，此问题可叙述如下。

找出使

$$L(x,\ u) \tag{1.2.1}$$

为最小的判定向量，这里状态向量x由判定向量通过约束关系

$$f(x,\ u)=0 \quad (n\text{个方程}) \tag{1.2.2}$$

来决定。对一个给定的参量最优化问题，选择哪些参量为判定参量不是唯一的；之所以要在判定参量与状态参量之间加以区分，仅是为了方便起见。然而，所作的选择必须能使u通过约束关系式(1.2.2)决定x。

假如关系式(1.2.1)和(1.2.2)相对x和u两者皆为线性，则一般说来最小值不存在。为使问题有意义，对x以及（或者）u