

计算机控制

刘植桢 郭木河 何克忠 编著

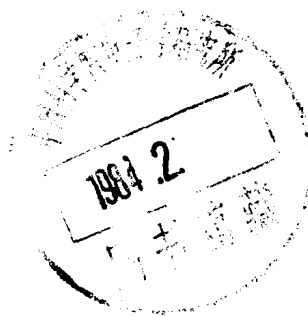
清华大学出版社

73.822

857

计 算 机 控 制

刘植桢 郭木河 何克忠 编著



清 华 大 学 出 版 社

1 9 8 1

1111157

DT10/27 12

内 容 简 介

在有计算机参与的控制系统中, 计算机增加了系统的信息处理的能力, 从而使得控制系统的功能更加完善。本书从信息的变换、传递和处理的观点来分析和研究计算机控制系统。

本书是清华大学计算机工程与科学系控制专业的教材。共分八章: 第一章介绍了计算机控制和数字信号的一般概念; 第二章概述了数字信号分析基础; 第三章介绍了线性离散系统的数学描述; 第四章对线性离散系统的稳定性和性能准则进行了分析讨论。前四章是计算机控制的理论基础。第五、六章从不同的角度讨论了计算机控制系统的综合与设计方法。一种是仿照连续系统的方法, 对系统进行设计, 计算机仅完成控制器的数字仿真功能, 这种方法对熟悉连续系统的工程人员极易掌握。另一种则是讨论了离散系统的综合与设计方法。微型计算机在控制系统中的应用有着广泛的前景, 第七章作为工程应用的实例, 深入讨论了微型计算机系统的构成及程序设计方法。最后一章是围绕着智能机器人的控制问题, 介绍了人工智能的概念和方法。

本书是为自动控制及计算机应用专业的大学生和二年制研究生编写的, 也可供控制工程和计算机应用方面的工程技术人员、科研和设计人员参考。

计 算 机 控 制

刘植桢 郭木河 何克忠 编著

★

清华大学出版社出版

北京 海淀 清华园

清华大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 • 各地新华书店经售

★

开本: 787×1092 1/16 印张: 21 1/8 字数: 473 千字

1981 年 11 月第一版 1981 年 12 月第一次印刷

印数: 00001—25000

统一书号: 15235·25 定价: 2.20 元

7811: 1.1

目 录

第一章 绪论	1
§ 1—1 计算机控制的一般概念	2
§ 1—2 数字信号	6
§ 1—3 保持器	10
第二章 数字信号分析基础	14
§ 2—1 富里叶级数和富里叶变换	15
§ 2—2 脉冲函数 $\delta(t)$	22
§ 2—3 卷积与相关	27
§ 2—4 采样定理	33
§ 2—5 离散富里叶变换	35
§ 2—6 快速富里叶变换	44
§ 2—7 沃尔什变换	53
第三章 线性离散系统的数学描述	63
§ 3—1 线性位移不变系统	63
§ 3—2 线性常系数差分方程	64
§ 3—3 Z 变换	69
§ 3—4 用 Z 变换求解差分方程	84
§ 3—5 Z 传递函数	86
§ 3—6 数字系统的实现	91
§ 3—7 改进 Z 变换	95
§ 3—8 离散状态空间表达式	100
§ 3—9 离散系统的传递矩阵	122
§ 3—10 离散状态方程的求解	122
§ 3—11 计算机控制系统的状态空间表达式	126
第四章 线性离散系统的稳定性和性能准则	130
§ 4—1 Z 域分析法	130
§ 4—2 时域分析法	137
§ 4—3 T 、 K 对离散系统稳定性的影响	140
§ 4—4 多回路不同采样周期的离散系统的稳定性分析	143
§ 4—5 性能准则和最佳化概念	152

第五章 计算机控制系统的综合与设计(一)	160
§ 5—1 概述	160
§ 5—2 计算机控制系统对计算机系统的要求	165
§ 5—3 动态校正的计算机实现方法之一——PID 调节数字化	167
§ 5—4 动态校正的计算机实现方法之二——数字滤波器法	172
§ 5—5 对采样周期 T 的讨论	181
第六章 计算机控制系统的综合与设计(二)	183
§ 6—1 最少拍随动系统的设计	183
§ 6—2 最少拍无纹波随动系统的设计	194
§ 6—3 多变量系统的最少拍无纹波设计	200
§ 6—4 最小均方误差系统的设计	215
§ 6—5 最小能量控制系统的设计	221
附: 广义逆矩阵理论	226
§ 6—6 按二次型性能指标的设计方法	230
§ 6—7 对象具有纯延迟的计算机控制系统的设计	234
第七章 微型计算机控制系统的实现	239
§ 7—1 微型计算机及最小实时控制系统的组成	239
§ 7—2 TRS—80 微型机系统用于实时控制的扩展	252
§ 7—3 微型计算机控制程序设计举例	262
附: 算术运算部件 (APU)	274
第八章 从工业机器人到智能机器人——复杂的计算机控制系统	279
§ 8—1 工业机器人	279
§ 8—2 智能机器人	284
§ 8—3 模式识别	292
§ 8—4 机器理解	300
附 录	
附录 A 拉普拉斯变换和 Z 变换表	310
附录 B 矩阵指数 e^{At} 的计算方法	318
附录 C 常微分方程的数值解法	324

第一章 绪 论

数字计算机在最近二十年内的迅速发展,特别是半导体电路的高度集成化,其运行速度和工作可靠性的提高,使得计算机参与控制不仅已成为现实,而且日益广泛。早期计算机在工业中的应用,如程序控制、PID 控制和前馈控制等,就其功能而言,多半是连续控制器的数字化过程,而其控制规律没有太多的改变。然而,现代计算技术潜在的能力告诉人们,应用计算机不但可以实现极为复杂的、具有人类智能的控制规律(称为“智能控制”),而且受控对象也可以从单一的工艺流程扩展到企业生产过程的管理和控制以及自然界生态平衡的控制,甚至可涉及包括对人类社会生活进程的干预。

研究工程及生物系统时,运用了信息方法,即信息观点^[注1]。把系统看作借助于信息的获取、传送、加工、处理而实现其目的性的运动的客体。采用信息概念作为分析和处理问题的基础时,则完全可以撇开对象的具体运动形态,而把动力学系统的有目的性的运动,抽象为一个信息的传输与变换过程,如图 1—1 所示,并且认为,正是由于信

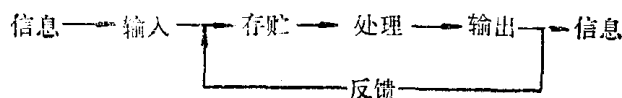


图 1—1 信息流程图

息的正常流动,特别是反馈信息存在,才能使系统按预定的目标实现控制。控制论的创始人维纳在研究人与外界相互作用的关系时指出:“人通过感觉器官感知周围世界,在脑和神经系统中调整获得的信息,经过适当的存贮、校正、归纳和选择(处理)等过程而进入效应器官。这些效应器官反作用于外部世界(输出),同时也通过象运动传感器末梢这类感受器再作用于中枢神经系统,将新接受的信息与原已贮存的信息结合在一起,影响并指挥将来的动作。”^[注2]。在他看来,可把系统的运动归结为信息获取、处理和反馈过程,而这是任何组织(系统)能够保持自身稳定性的原因。被人们称为“电脑”的计算机,在参与各类系统的控制时,其主要功能也正在于对信息的存贮和处理,而计算机处理信息的复杂程度取决于系统的大小及功能。当代计算机科学正在迅速地发展,计算机的高速度、高精度、集成化、大容量、多功能,特别是有日趋完善的“软件系统”的支持,使得它参与各类过程的控制有着广阔的前景。

对于计算机控制的实现,本书力图站在“信息观点”来讨论。因此在第一章中除了一般地给出计算机控制的有关概念外,着重讨论计算机控制系统的信息获取与信息输

[注1]:《自然辩证法讲义》编写组《自然辩证法讲义》第 391 页,1979。

[注2]:维纳《人有人的作用》第 9 页,1978。

出。而后面的章节将讨论计算机信息处理的一般方法，计算机控制系统的描述和分析以及计算机控制系统的综合与设计方法，作为实例将介绍微型计算机随动系统的实现。最后作为远景，将介绍一点有关“智能机器人”的知识，当然只能是概论式的。

§ 1-1 计算机控制的一般概念

计算机控制是把被控对象（过程）的有关参数（如温度、压力、流量、转速和转角等）进行采样，并通过输入通道，把模拟量变成数字量（也可以直接输入数字量）送给计算机。计算机根据这些数字信息，按预定的控制规律（数学模型）进行计算，并通过输出通道把计算结果转换成模拟量去控制被控对象（或直接以数字量输出去控制被控对象），使被控制量达到予期的指标。图 1—2 和图 1—3 给出了两种计算机控制系统的实例。

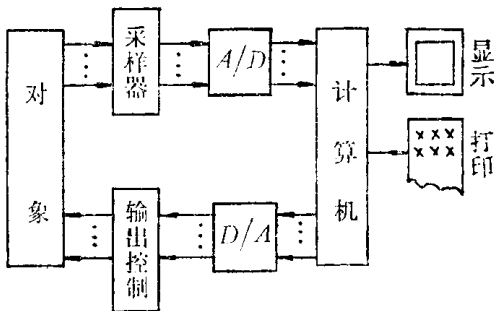


图 1—2 计算机控制生产过程的示意图

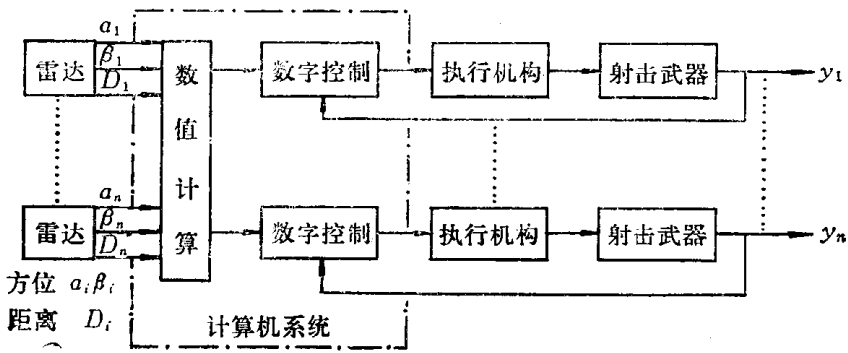


图 1—2 射击武器的计算机控制系统（数字随动系统）

下面我们对计算机控制系统进行大致的分类。

按计算机参与控制的方式分类：

(1) 操作指示控制系统

计算机只是输出一些数据（打印或显示）供操作人员参考，由人直接去改变调节器的给定值或直接操作执行机构。这种控制灵活、安全。缺点是仍有人工操作，速度受到限制，不能同时控制多个回路，常常用于计算机控制系统设置的初期阶段，用于试验新的模型，或调试新的控制程序等等。

(2) 直接数字控制系统（DDC）

计算机系统对多个被控物理量进行巡回检测，并根据规定的数学模型（如 PID）

进行运算，然后发出控制信号，直接控制被控对象。它的主要功能是代替常规调节仪表。这种控制方式的优点是节省了大量模拟仪表，当调节器回路比较多(如多于 50 路)时，在经济上是合算的。给定、显示、记录和报警集中地放置在控制台上，使得操作十分方便。改变程序便可实现较复杂的控制，如前馈控制等。但 DDC 对计算机系统的可靠性要求很高，否则会影响生产。

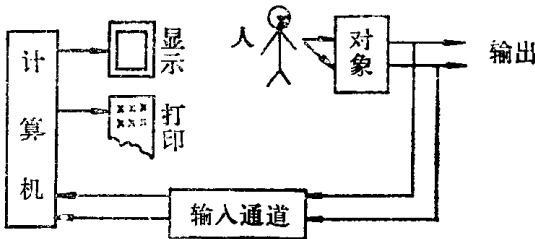


图 1—4 操作指示控制系统

(3) 计算机监督控制系统 (SCC)

由计算机系统对被控对象的各个物理量进行巡回检测，并由计算机按照一定的数学模型，计算出最佳给定值并送给调节器。而对象的控制仍由常规调节仪表来担任，这是与 DDC 不同之处。见图 1—5。

(4) 分级控制系统 (Hierarchical Control)

由于工业生产过程中既存在控制问题，也存在大量的管理问题，因此可采用执行不同功能的各类计算机协调工作，形成分级控制系统，如图 1—6 所示。

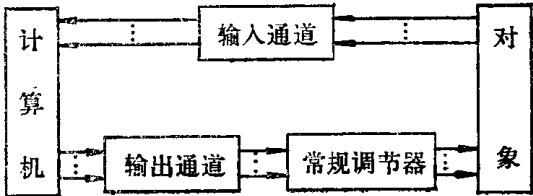


图 1—5 监督控制系统

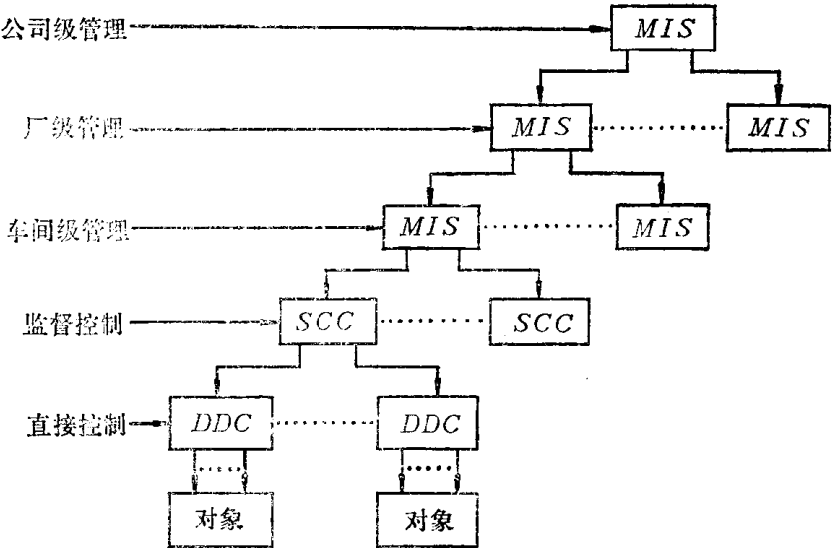


图 1—6 分级控制系统的示意图

图中：

DDC 级——进行 PID 或前馈控制。

SCC 级——进行最优或自适应控制，指挥 DDC 并向 MIS 级汇报。

MIS 级——主要用于生产计划和调度指挥 SCC 级。它又分为三级，可采用不同规模的计算机，并设立一个数据库。

车间级——根据厂级下达的命令和收集上来的生产过程的数据，随时进行最优调节。它指挥、监督 SCC 级工作，并接受 SCC 级的汇报。

厂级——根据公司下达的任务和本厂实际情况，制订计划和短期安排，然后给车间下达任务。

公司级——制订长期发展规划、生产规划、销售计划，并向下级下达任务，同时接受下级的汇报。

(5) 分布控制系统 (Distributed Control)

这是随着微型计算机的出现，给计算机控制系统带来的革命性的变革。

生产过程是复杂的，分散的。其中各工序、各设备是同时地、并行地工作，而且大体上是独立地工作。整个生产过程中，设备分布面又很广。以往，为了使用计算机控制，总是把它们联系起来，进行集中监督和控制。这样就增加了传输距离，引入附加误差，使系统复杂化，必然降低了系统的可靠性。有了微型计算机，便可采用分散控制。仅是必要的信息，才送往上一级计算机或向中央控制室输送。这种方式也称作“就地控制” (Local Control)。

(6) 计算机网 (Computer Network)

如图 1—7 所示。它以一台中型计算机为中心，配以各种类型的计算机和各种终端设备，由通讯联系组成庞大的计算机网。

据称美国的 ARPA 网配有一台中型机，200 多台大、中型机和若干终端设备。它不仅是为了通讯联系，更是为了共享机器和资源。计算机网的优点是经济、灵活、可靠、充分利用了设备能力和其他资源。更有意义的是，若某一处设有复杂的“智能终端”，则别的机器也能借用。计算机网目前虽然尚未用于过程控制，但它的潜力必将引起人们的关注。

按调节规律分类：

(1) 程序控制

要求系统按预先给定的时间函数而运动。

(2) 顺序控制

系统每一时刻的给定值的确定，取决于此时刻以前控制结果的逻辑判断。

(3) PID 调节

即比例—积分—微分调节。

(4) 前馈控制

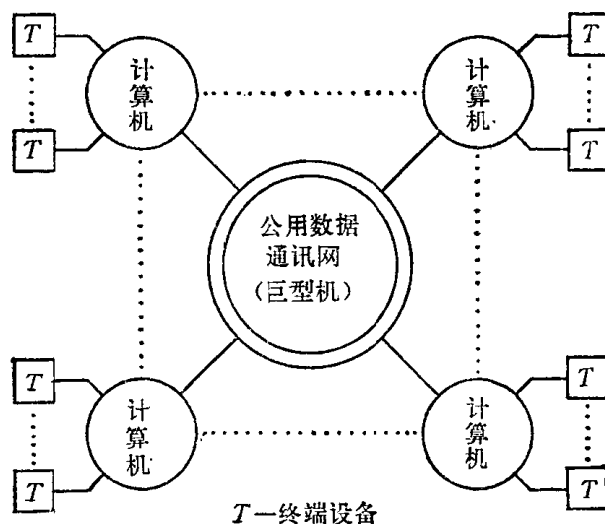


图 1—7 计算机网的示意图

在反馈控制中，必须在干扰造成一定后果后，才能反过来产生抑制干扰的控制作用。而前馈控制则不然，它不需等干扰作用影响到被控制量（这总是需要一定时间的），而是在测得干扰量的大小以后，经过适当的延时，就在干扰点的前方加入一个前馈控制作用，使它正好能够完全抵消干扰对被控制量的影响。

(5) 最佳控制

所谓最佳控制，就是恰当地选择控制规律，在控制系统的工作条件不变以及某些物理条件的限制下，使得系统的某种性能指标（评价函数）取得最大值或最小值。

(6) 自适应控制

上述最佳控制器，当其工作条件或限制条件改变时，便不能得到最佳控制。如果能设计一个控制器，使在条件变化的情况下，仍能使其性能指标（评价函数）取得最佳，则称为自适应控制。

(7) 自学习系统

如果系统本身能够不断地积累经验，并据此自动地改变控制器本身的结构和参数，使控制效果越来越好，则称为自学习系统。

值得指出的是，最佳控制、自适应控制以及自学习系统等复杂控制系统都涉及到繁难的数学计算，所以必须要有高效的算法和高性能的计算机才能实现。有时还需要用模拟—数字混合计算机系统。

按计算机与设备的关系分类：

可分为离线，在线，实时等。显然，它们由于作用不同，对计算机的要求也不同。

还有其他的各种分类方法，不再赘述。但从以上的分类中，我们已可概略地看出计算机控制的发展过程。

下面我们再讨论计算机系统本身的构成。无论是何种类型的计算机控制系统，其计算机系统总是由“硬件”与“软件”两大部分构成，图 1—8 给出了示意图。

硬件部分——包括中央处理机（CPU），内存（MU），输入输出设备（IOU）等。总起来称作“裸机”（Bare machine）。

软件部分——包括系统程序（System Program）和应用程序（Applied Program）。

系统程序是为用户配备的，它包括：语言翻译程序、服务性程序（装入、调试、诊断）和实时操作程序。

应用程序则是用户根据管理的需要而编制的程序。

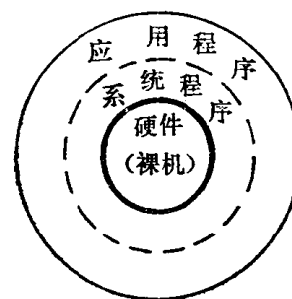


图 1—8 计算机系统的结构

由计算机系统的构成启示我们，不仅要注意“硬件”的性能，更不可忽视“软件”的研究和完善。这样才能充分发挥计算机的优势。

以上只是简要地介绍了计算机控制系统的一般概念，具体问题以后还会深入讨论。

最后，我们还是从“信息观点”来看待计算机系统，则可以抽象为信息的变换与处理的过程，如图 1—9 所示。由该图可见，计算机控制的实现，获取信息应是首先

要讨论的问题。

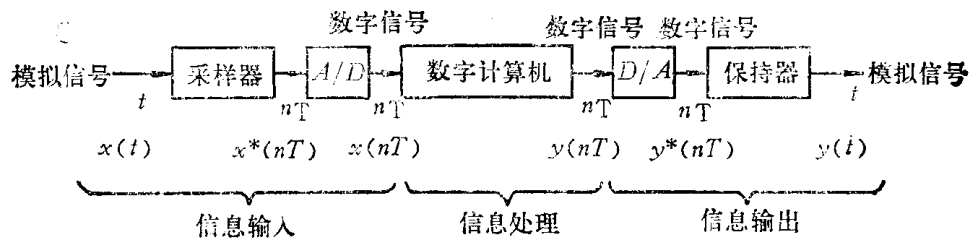


图 1-9 计算机系统的信息流通示意图

§ 1-2 数 字 信 号

数字计算机只能接受和处理时间离散的数码。（今后都默认它们已经转换为二进制代码而不再加以说明。）如图 1-10 所示的数码，可以是各种信号的不同编码，它可以代表某一物理量的数值大小，也可以代表字符的约定代码，称为数字信号。

大量的物理过程（如声波等）或物理量（如温度、压力等）的数学描述都是模拟信号。因此，数字计算机要获取原始信息，则应有对模拟信号进行采样和量化的过程，即将其转换成数字信号的过程。首先，我们统一几个名词，以便于今后的讨论。

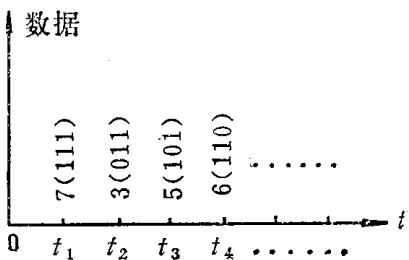


图 1-10 数字信号

模拟信号——时间上连续和幅值上也连续的信号（即通常所说的连续函数）。

离散模拟信号——时间上离散而幅值上连续的信号。

数字信号——时间上离散而且幅值上也离散（已经量化）的信号，可用一序列来表示。

采样——将模拟信号按一定的时间间隔抽样成离散模拟信号的过程。

量化——采用一组数码（如二进制）来逼近离散模拟信号的幅值，将其转换成数字信号。

数字计算机获取信息的原始过程，清楚地表示在图 1-11 中。它是由计算机的模拟—数字转换设备来完成的（称为 A/D 转换）。而从模拟信号 $x(t)$ 到离散模拟信号 $x^*(t)$ 的过程就是采样。其中， T ——采样周期， τ ——采样时间。显然，采样周期的合理选择是必要的： T 过大，将损失信息； T 过小，则会导致过多的数据存贮和运算。采样定理将给出确定 T 的指导原则。 τ 的选择一般应保证：在时间 τ 内，信号 $x(t)$ 基本保持不变。这在工程实践中是容易实现的。同样，量化过程也会带来量化误差，适当地减小量化单位，能保证足够的计算精度，但是量化单位过小，将会导致计算上有效字长的增加。

采样信号（即离散模拟信号） $x^*(t)$ 可描述为

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT + \Delta t) \quad 0 < \Delta t \leq \tau \quad (1-1)$$

如果 $\tau = T$ ，则 $x^*(t) = x(t)$ 。图 1-11(b) 采样信号，可以看成信号 $x(t)$ 与脉冲序列 $p(t)$ 的乘积。

$$p(t) = \begin{cases} 1 & \text{当 } nT \leq t \leq nT + \tau \text{ 时} \\ \tau & \\ 0 & \text{当 } t \text{ 为其它时} \end{cases}$$

$x^*(t) = \tau \cdot x(t) \cdot p(t)$ 。在有些场合记为 $x^*(t) = x(t)p(t)$ 。两者只差一个常数 τ ，这对信号的描述并无实质性的差异。

通常，脉冲序列 $p(t)$ 称为调制脉冲，脉冲的面积称为脉冲冲量，如图 1-12 所示，脉冲序列的冲量都为 1。以后我们将证明，等冲量脉冲，不论其形状如何，作用于惯性系统的响应是基本相同的。这样，用 δ —函数^[注 1]作为实际窄脉冲的理想化，不但给数学处理带来方便，而且也是合乎实际的抽象。于是， $x^*(t)$ 的表达式可写成

$$x^*(t) = x(t) \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT)$$

由于 $t \neq nT$ 时， δ —函数取值为零，因此 $x(t)$ 在 $t \neq nT$ 时的取值大小也就没有意义，故上式可改写为

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) \quad (1-2)$$

这就是理想脉冲采样的数学表达式。式中函数 $x(nT)$ 是实际的采样值，它可以看作是对脉冲序列 $\delta(t - nT)$ 的“加权”。即 $x(nT)$ 是 $\delta(t - nT)$ 在 nT 时刻的脉冲

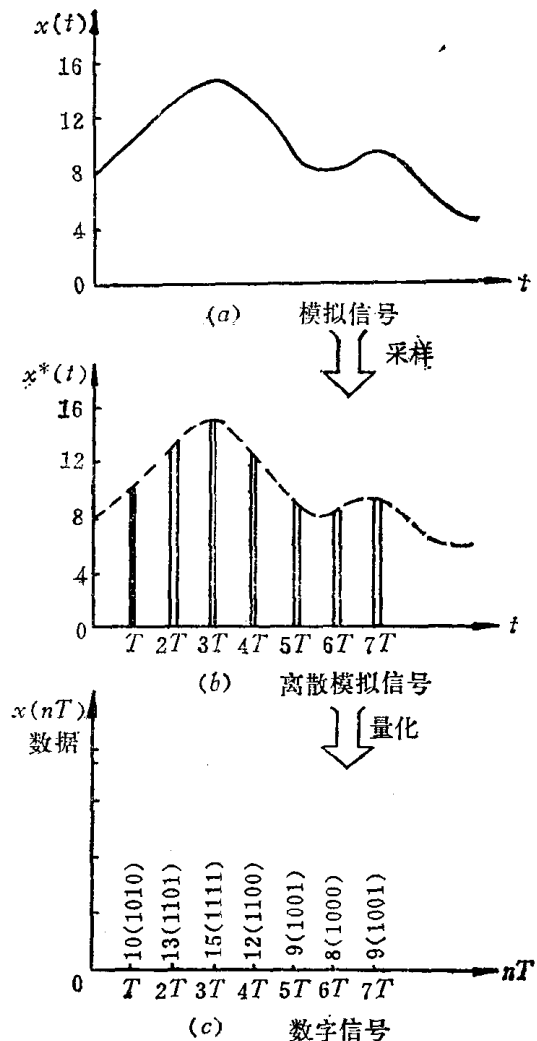


图 1-11 信息的转换过程



图 1-12 脉冲序列

[注 1] δ —函数称为单位脉冲函数:

$$\begin{cases} \delta(t) = \infty & t=0, \delta(t)=0 & t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 & \text{即其冲量为 1} \end{cases}$$

冲量值，或称为冲激的大小。数字计算机不可能对函数 $x(nT)\delta(t-nT)$ ($n=0, 1, \dots, \infty$) 进行处理，而实际接受和处理的是量化后代表脉冲大小的数列。因此，量化后的数列 $x(nT)$ 与理想脉冲采样信号 $x^*(t)$ 在数学处理中是等价的，它们之间仅差一个量化误差。

关于量化误差。如果二进制字长 i 选得足够大，则量化误差可以做得任意小。然而， i 总是存在一个最大限度，因此必须允许有一定的误差。其实，即使在连续时间系统中也还有噪声存在，因而在模拟信号的实际幅值上也将引入一些不确定的因素。而在量化过程中，这种不确定因素的引入，一般称为量化噪声。

假定 $x_{\max}$ 和 $x_{\min}$ 分别为信号的最大值和最小值，则量化单位

$$q = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2^i} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} \quad (1-3)$$

如果采用最近的量化电平逼近信号，如图 1—13 所示。则量化噪声的峰值和量化噪声的百分比分别为

$$e_{\max}(nT) = \frac{q}{2} \quad (1-4)$$

$$e_{\max}(\%) = \frac{100\%}{2^m} \quad (1-5)$$

在许多情况下，量化噪声的方差要比它的最大值更为重要。因为方差是与噪声的平均功率成正比的。假设量化噪声与被量化的模拟信号是统计独立的，而且概率密度是均匀分布的〔注1〕。（亦即量化电平之间的信号是均匀分布的）见图 1—14，则不难计算量化噪声的方差：

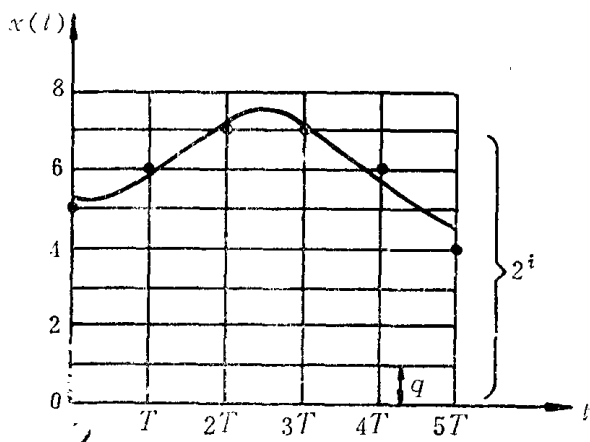


图 1—13 量化单位

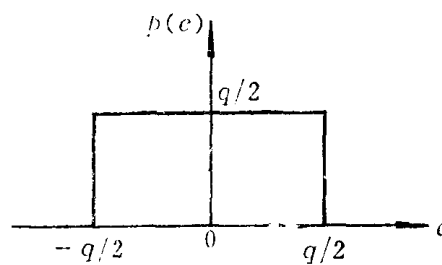


图 1—14 舍入时量化噪声的概率密度

〔注 1〕 此假设仅当 q 足够小时才与实际相符。

$$\sigma^2 = \int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} \frac{q}{2} e^2 p(e) de = \frac{q^2}{12} \quad (1-6)$$

那么噪声分量的均方根 (RMS) (或称为标准差) 为

$$\sigma = \frac{q}{2\sqrt{3}} \quad (1-7)$$

再看式 (1-3) 中的 i 是如何确定的。因为 m 是所需的最大值 (所需的可能电平数)。它与字长 (码位) i 的关系为: $m = 2^i$, 而当 m 取定时, 则有

$$i \geq \log_2 m \text{ (取最小正整数)} \quad (1-8)$$

[例 1-1] 如图 1-11 所示, 模拟信号是 0—15 伏。如果以每级增量为 1 伏, 共分 16 级, 取字长 $i = \log_2 16 = 4$ 。量化噪声 $e_{\max} = \frac{q}{2} = 0.5$ 伏。那么, 当采样值为 8.7 伏时, 其量化值为 9(1001), 若采样值为 13.1 伏, 其量化值则为 13(1101) 等等。

由以上讨论可知: 在采样过程中, 如果采样频率足够高, 并选择足够的字长, 使得量化误差足够小, 这样就不致损失信息。基于这种想法, 我们可以用一序列的离散二进制数码 (数字信号) 来表示某一模拟信号 (时间的连续函数), 从而由数字网络直接进行处理。

最后还应指出, 如果仅是为了单一信号的处理, 这样复杂的过程是一种不经济的实现过程。数字概念的最大优点之一, 就在于它可以用一套计算设备, 同时处理若干信息通道。这种处理过程可以利用“时分复用” (TDM) 方式来完成。当采样时间 τ 与采样周期 T 之比很小时, 每个周期内可以巡回采集许多通道的数据。通常以采样频率 f_s 来衡量 A/D 转换设备的速度, 这样可以分时利用的通道数 $N \leq f_s \cdot T$ 。 T 为每一通道的采样周期。“时分复用”概念如图 1-15 所示。每一通道信号是经“多路开关”按顺序读入的, 并以相同顺序将相应数值转换为二进制数码。这些二进制数码被送入数字处理设备, 经适当处理, 再经“分配器”以相应顺序馈给输出通道。为此, 多路开关必须与分配器等同步。关于同步信号的产生, 可以由硬件保证, 也可以由软件来完成。

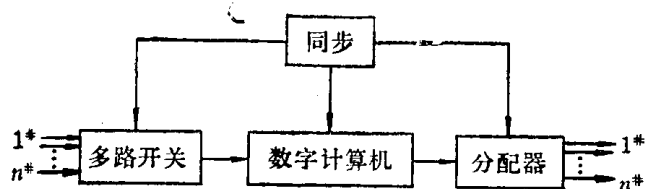


图 1-15 多路数字处理系统

§ 1-3 保 持 器

数字计算机作为系统的信息处理机构时, 处理结果的输出如同原始信息的获取一样, 一般也有两种方式。一种是直接数字输出, 也就是将经过处理的信息 $y(nT)$ 直接以数字形式输出。例如, 屏幕显示, 打印输出, 或将数列 $y(nT)$ 以二进制形式馈给相应的寄存器。另一种情况是需要把数字信号转换为模拟信号, 这一过程恰好是图 1—11 所示过程的逆过程, 它是由计算机系统的数字—模拟转换设备来完成的 (称为 D/A 转换)。

保持器就是将数字信号 $y(nT)$ 转换成模拟信号 $y(t)$ 的装置。从数学上说, 它的任务是解决在各采样点之间的插值问题。

在 nT 时刻, 计算机的数字信号 $y(nT)$ 直接转换成离散模拟信号 $y^*(nT)$, 则此时的模拟信号为 $y(t)|_{t=nT} = y^*(nT)$ 。而在 $(n+1)T$ 时刻, 模拟信号则为 $y(t)|_{t=(n+1)T} = y^*[(n+1)T]$ 。但在 nT 与 $(n+1)T$ 时刻之间, 即当 $0 < \Delta t < T$ 时, 模拟信号 $y(t)|_{t=nT+\Delta t} = ?$ 这就是保持器要解决的任务。实际上, 保持器是实现“外推器”的作用, 即现在时刻的输出信号取决于过去时刻离散信号值的外推。常用的方法是采用多项式外推公式

$$y(nT + \Delta t) = a_0 + a_1 \Delta t + a_2 \Delta t^2 + \dots + a_m \Delta t^m \quad (1-9)$$

式中 Δt 是以 nT 时刻为原点的时间坐标。式 (1—9) 表示, 现在时刻的输出 $y(nT + \Delta t)$ 取决于过去时刻, 即 $\Delta t = 0, -T, -2T, \dots, -mT$ 各时刻的离散信号值 $y^*(nT), y^*[(n-1)T], y^*[(n-2)T], \dots, y^*[(n-m)T]$ 的 $(m+1)$ 个值。这时称之为 m 阶保持器。外推公式 (1—9) 的系数 $a_i, i=0, 1, \dots, m$ 唯一地由过去各采样时刻的离散模拟信号值 $y^*[(n-i)T], i=0, 1, \dots, m$ 来确定。因为 $(m+1)$ 个方程确定 $(m+1)$ 个未知数, 所以系数 a_i 有唯一解。考虑到采样时刻模拟信号与离散模拟信号取值相同, 因此在下面的讨论中 $y^*(nT)$ 的 * 号有时略去。

零阶保持器的外推公式为

$$y(nT + \Delta t) = a_0$$

显然, $\Delta t = 0$ 时, 此式也成立。所以

$$a_0 = y(nT)$$

从而

$$y(nT + \Delta t) = y(nT) \quad 0 \leq \Delta t < T \quad (1-10)$$

零阶保持器的功能是把 nT 时刻的信号保持到下一个采样时刻 $(n+1)T$ 到来之前, 或者说按常数 (恒值) 外推。其工作过程如图 1—16 所示。

对于一阶保持器, 其外推公式为

$$y(nT + \Delta t) = a_0 + a_1 \Delta t \quad (1-11)$$

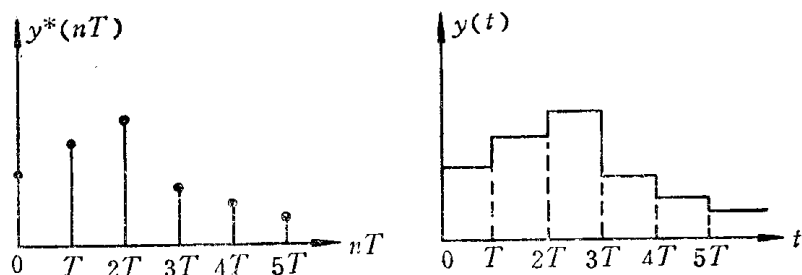


图 1-16 零阶保持器的工作过程

将 $\Delta t = 0$ 和 $\Delta t = -T$ 代入上式, 有

$$\begin{cases} y(nT) = a_0 \\ y[(n-1)T] = a_0 - a_1 T \end{cases}$$

解联立方程得

$$\begin{aligned} a_0 &= y(nT) \\ a_1 &= \frac{a_0 - y[(n-1)T]}{T} = \frac{y(nT) - y[(n-1)T]}{T} \end{aligned}$$

将 a_0, a_1 代入式 (1-11) 得

$$y(nT + \Delta t) = y(nT) + \frac{y(nT) - y[(n-1)T]}{T} \Delta t, \quad (0 < \Delta t < T) \quad (1-12)$$

这就是一阶保持器的输出信号表达式, 其波形如图 1-17 所示。可以看出, 一阶保持器是利用最近的过去两个时刻的序列值进行直线外推 (线性外推), 其斜率为

$$\frac{y(nT) - y[(n-1)T]}{T}。$$

为对保持器进行动态分析, 必须导出保持器的传递函数。为此, 我们先求保持器的脉冲过渡函数, 即在单位脉冲 $\delta(t)$ 的作用下, 保持器的输出响应函数。

对于零阶保持器, 其脉冲过渡函数如图 1-18(b) 所示, 其单位脉冲响应恰好是这一个采样周期应得到的模拟信号 $y(t)$ 。我们可将 $y(t)$ 分解为两个单位阶跃函数的迭加, 见图 1-18(c), 所以

$$y(t) = u(t) - u(t - T)$$

取拉氏变换

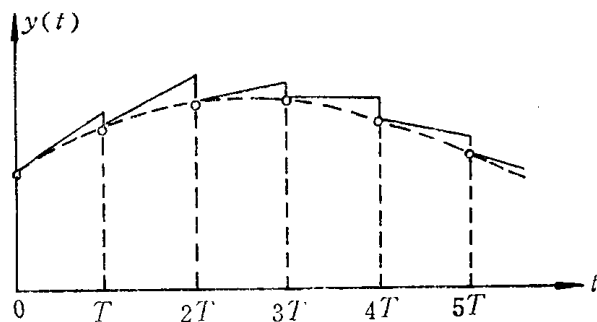


图 1-17 一阶保持器的输出波形

$$L[y(t)] = Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-Ts} = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

而输入信号 $x(t)$ 的拉氏变换

$$L[x(t)] = L[\delta(t)] = X(s) = 1$$

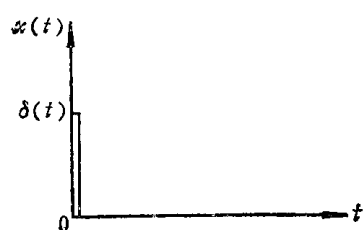
故零阶保持器的传递函数为

$$W_0(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad (1-13)$$

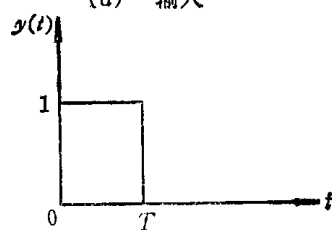
相应的频率特性为

$$W_0(j\omega) = \frac{1 - e^{-jT\omega}}{j\omega} = T \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} \angle -\frac{\omega T}{2} \quad (1-14)$$

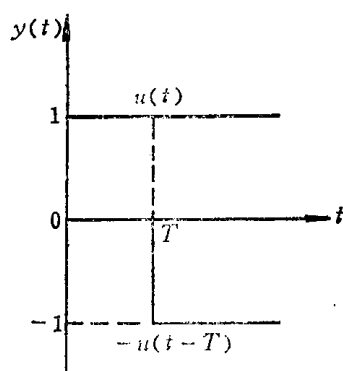
零阶和一阶保持器的幅频特性和相频特性如图 1-19 所示, 采样角频率 $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ 。



(a) 输入



(b) 输出



(c) 分解波形

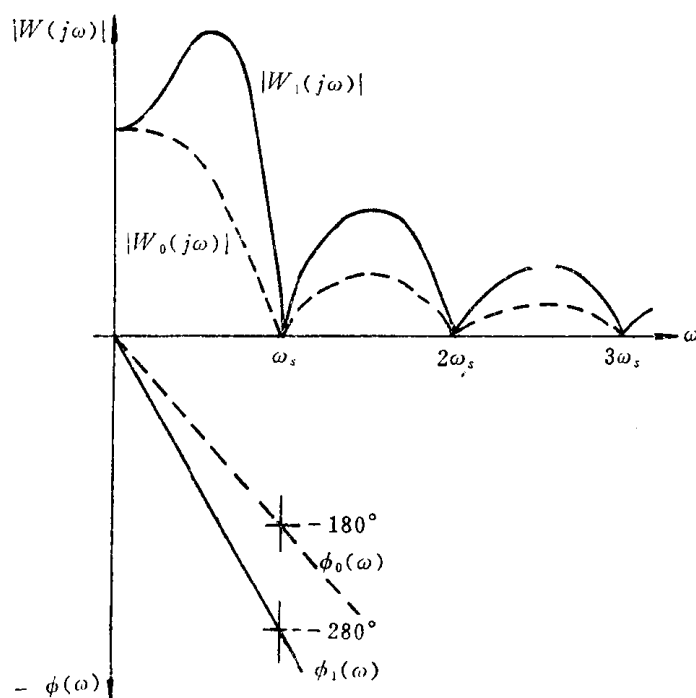


图 1-18 零阶保持器的脉冲过渡函数

图 1-19 保持器的频率特性