

光測彈性力學

第一卷

董太 蘇 譯



大東書局出版

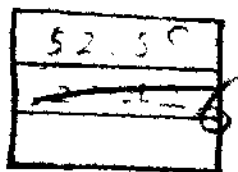
光測彈性力學

(第一卷)

董太蘇譯

封面彩色圖之說明見 §5.22

大衆書局出版



(勿勞脫) 著 者 原 序*

謹以本書獻與
光測彈性力學開拓者
倫敦大學
E. G. COKER 教授
和
L. N. G. FILON 先生

材料強度，是一個工程師在設計中最重視的問題。如何設法來防止結構體或機件的損壞，首先就要分析應力的大小、方向和相互之間的關係。這些工作，一般是依靠理論方法來求取的。可是根據實際情況和經驗而言，單純依靠呆板的理論公式計算，並不能解決許多工程上所存在的應力分析問題；換句話說，就是雖然設計者盡心於它的設計工作，做得儘可能的好，但產品仍是不斷地受到損壞。

分析起來，這些損壞的產品，當然是有損壞的原因的，但其中僅有一部分是來自施工上的不當，檢驗不嚴格，或冶金及材料組織上的疵點；而極大部分却是由於設計不良——僅僅依照應力平均值來作為設計根據，或者忽視了和不計及實際的應力，特別是對若干個應力集中點的不適當的技術處理。凡是銳形接合的地方，例如小圓角、鍵槽、孔、縫，以及比較深入的切削刀痕、打印標痕、羊冲眼等等，均是產生應力集中點的根源，一切破裂事實亦是由此開始的，經過一個時期工作後，即

* 按照原文意譯和節譯的。

使結構體或機件破裂成為廢物。1941 年出版的“防止金屬在反復應力下的損壞”一書內對一點說得很透徹：“……只要較深的一個點穴承受了有效限度以上的應力，則整個物體的損壞就將從這個點穴開始，然後順着應力的取向漫及整個截面，最後一體被分為二截或多截……”。因此，我人必須集中注意力於設計工作中局部性重點的應力大小問題，絕不可採用一般平均應力值作為設計的根據。

一個極微的小孔，就足以使價值高昂的大馬力的透平機體發生破壞；一個輪軸的小接合角或者沉割，就足以使一輛大汽車顛覆；而打在螺旋槳要害上的檢驗合格標記，亦足以使一架飛機失事。這些小小東西往往是人們最不注意的地方，可是一切事故卻是不知不覺地由這些地方產生出來。

現在，一般是用數學的彈性力學理論來作應力分析，這門科學近年來已有長足的進展，但如果物體和載荷是不規則的話，則用數學理論所求得的數值就很難完全符合實際的情況，一切損壞問題也就發生在這裏。為此，設計者，就有必要根據實驗方法所得的結果來修正他的理論設計，俾使設計更趨完美。這一對應力分析進行實驗的方法稱為：光測彈性力學 (Photoelasticity) —— 用光學方法使應力分析變成爲可供人觀察其實在分佈形態和大小的圖形。

光測彈性力學，在本世紀之初，方始爲工程界採用，並列爲設計工作中的一個重要環節，而從事此一科學的倫敦大學 E. G. Coker 教授和 L. N. G. Filon 先生（亦屬倫敦大學）兩人在開拓工作上尤多貢獻。他們兩人合著的“光測彈性力學概論”(Treatise on Photoelasticity) 是有關這門科學的第一本完整出版物，由英國劍橋出版社發行於 1930 年，這本書對後來的光測工作者開闢了一條道路。除了他們兩人而外，當然還有很多有貢獻的光測研究者，特別是法國工程師 A. Mesnager 氏，

他有遠見地肯定了光測彈性力學在工程上的必要性，並且在推廣過程中做了很多有價值的工作。

此後，接着出現了若干本有價值的光測彈性力學的專門著作。1935年德國 Föppl 和 Neuber 二氏合著了一本；蘇聯列寧格勒大學 Д. Е. К. Поля 氏亦和他的同事們以論文形式在 1935 年出版了一本；1939 年法國 Henri Le Boitenx 及 Robert Boussord 二氏合著了一本；1940 年德國 Gustav Mesmer 氏出版了他的“應力光學”(Spannungsoptik)。此外，美國對這門科學亦有很大的進展。設備的簡化和改進，新方法的應用，若干重要而又實用問題的相繼解決，光測彈性力學至此已成長為一門專門而又獨立的科學。在世界工業和教育機構裏的光測彈性力學實驗室的數目和規模，均有很快的增加和進展。目前，光測彈性力學的應用範圍，正由平面的二量綱向立體的三量綱推進中。

光測彈性力學，在今天已成為一種極有力的技術儀器來解決應力的分析，不僅比其他方法來得可靠、經濟、實用、準確和迅速；而且還有顯現出全部場面來作直接觀察之優點。

光測彈性力學同時亦對數學的彈性力學理論具有證實作用，也就是擴大了高等數學在工程上的應用價值，它對材料的受範性尤多幫助。這種光學方法的應力分析，對複雜的結構工程尤有無比的作用，不僅可以獲得準確的結果，而且還可大大減低計算勞力，一切設計均可通過光測方法而得到必要的改正，損壞率可以大為降低。

本書著作目的有二：一是用以作為光測彈性力學的教本；另一則是用作為研究和自學這門科學的參考書。因此內容是力求能適合一般工程師的需要，避免不必要的高深數學和物理學的研討，所以在本書內是用容易瞭解的以太橫波學說，而不用電磁波學說來解釋光學裏的偏振光，因前者淺易而後者則較深艱。相似地，在數學上亦以微分和積分

的方程式為主，有了這些數學基礎的人，是可以毫無困難地閱讀全書內容的。

本書著作準備和工作計達十年以上，除少數者外，極大部分材料是卡尼基工藝學院的光測彈性力學實驗室自 1932 年創立以來的作者本人和若干同事們所做的研究工作記錄和結果，本書的許多應力光圖和實例都是未曾在其他出版物上出現過，其中有一些還是為本書的著作而特地做起來的。

作者曾對本科學講授了好多年，因此積累了一些經驗來作為寫作上的基礎。第一卷是基本原理和二量綱的光測方法，亦即完全是以應力光圖和等傾曲線作為基礎的平面應力分析的光測方法。至於其他實驗方法的應用，例如側變形的測定等等，則將羅列在第二卷內。

作者對曾經在本書的著作過程給予經濟上和勞力上幫助的人們致以無限的謝意。

本書雖然經過細心的校閱，但謬誤之處仍是有所難免，希望讀者提示意見，俾得改正。這是非常歡迎的。

MAX MARK FROCHT

一九四一年於美國卡尼基工藝學院
力學系光測彈性實驗室

譯 述 者 序

光測彈性力學，是近五十年來由力學和光學二者共同組合起來的一門新興科學。它可以為工程設計者（不論是土木的或是機械的）解決很多複雜的應力分析問題，既適用於靜應力分析，亦適用於動應力分析，從而得到一個能滿足於力學要求的設計。而且它所應用的設備和方法，則又是相當的簡單易行。因此，近二三十年來，光測彈性力學的應力分析，已成為大規模工程和大量產品在設計中必不可少的一個重要環節；它的重要性和普遍性，已如同材料在使用前，必須先在材料試驗機上進行一次性能檢定一樣的必要。不僅可由它來保證設計的質量，而且可以由它來避免許多材料上的浪費，亦可使產品在各方面均能有更合理的設計。

光測彈性力學對我國來講，還是一門比較生疏的科學，國內還沒有幾個光測彈性力學實驗室；但當我國正在進行大規模的社會主義工業化建設過程中，它卻又是居於相當重要的地位。舉凡土建工業、汽車工業、航空工業、造船工業，以及一般機械工業裏的大小產品設計中重要部分，莫不需要光測彈性力學來為設計者解決應力問題。本此日的，爰特選譯本書，將本科學的基本原理和應用方法介紹於國人。

原書（名為 Photoelasticity）係美國卡尼基工藝學院 M. M. Frocht 教授作於 1941 年，分上下兩卷，至今仍為一本比較完善的光測彈性力學的專籍。用來作為教本或參考書，均極宜。原書曾由蘇聯 М. Ф. Бокштейн 等同志譯成俄文，由 П. Н. Пригоровского 教授校閱。俄譯本係由蘇聯

國立技術理論書籍出版社發行於1948年。

這本中譯本，是根據英文原本和參考俄譯本而譯述的，並將原書內的英制度量衡依照俄譯本改為公制。第一卷內原著和俄譯本都附有近十張彩色應力光圖，但由於印刷上的困難和費用的高昂，而且事實上對讀者的幫助亦不大，故決定刪去，僅擇用其中一張，印在本書封面上供作讀者的參考；第二卷正在準備譯述中。惟譯文中不免有所謬誤之處，亟盼讀者有以指正。最後，乘本書出版機會，謹向原著者和俄譯者致以敬意。

董太蘇

一九五五年五月於杭州

目 錄

第一章 平面(二量綱)上之應力及脅變..... 1

一、在一點上的應用..... 1

§ 1.1	因純張力而發生的正應力及切應力.....	1
§ 1.2	因互成直角之正應力而發生的應力.....	3
§ 1.3	因純切力而發生的應力.....	4
§ 1.4	因一般二量綱應力系統而發生的應力.....	7
§ 1.5	摩爾氏圖.....	9
§ 1.6	可由摩爾氏圖解析出的十種其他結果.....	10
§ 1.7	來自摩爾氏圖的主應力.....	12
§ 1.8	主應力和最高切應力之大小和主平面的方向.....	14
§ 1.9	主應力之方向.....	15
§ 1.10	主應力之符號.....	16
§ 1.11	決定主應力及最高切力二者方向之定律.....	16
§ 1.12	兩個純切力系統的組合.....	21
§ 1.13	一個應力系統之規範.....	23
§ 1.14	應力橢圓.....	24
§ 1.15	用圖解法決定總應力 σ	25

二 在一點上之脅變..... 27

§ 1.16	縱及切脅變—純正脅變.....	27
§ 1.17	因純正脅變而產生的沿一任意直線上的縱脅變.....	28
§ 1.18	因一純切脅變而發生的縱脅變.....	29
§ 1.19	由純正脅變和純切脅變而發生的切脅變.....	31
§ 1.20	脅變用的摩爾氏圖.....	33
§ 1.21	由脅變摩爾氏圖而得出的脅變關係.....	34

三 應力-脅變關係..... 35

§ 1.22	胡克氏定律, 彈性率(模量).....	35
§ 1.23	主應力及主脅變之方向.....	36
§ 1.24	泊松氏比率及脅變的一般公式.....	36
§ 1.25	張力的及切力的彈性率之間的關係.....	38
§ 1.26	脅變圖組.....	40
§ 1.27	直角形脅變圖組.....	41
§ 1.28	等角形脅變圖組.....	43
§ 1.29	等傾曲線及應力軌道.....	46

總結..... 48

第二章 平衡之微分方程式.....52

§ 2.1	表面力及微體力.....	52
§ 2.2	在小平行面上力差之簡易演算.....	53
§ 2.3	在笛卡兒坐標上之平衡的微分方程式.....	55
§ 2.4	在極坐標上之平衡的微分方程式.....	57
§ 2.5	拉姆-馬克威爾氏方程式.....	60
§ 2.6	曲線直角座之幾何形態.....	61
§ 2.7	沿應力軌道(拉-馬氏方程式)之平衡的微分方程式.....	63
§ 2.8	來自一個轉換的拉-馬氏方程式.....	67
§ 2.9	沿最高切應力線之平衡的微分方程式.....	70

第三章 光學基礎及偏振光.....72

§ 3.1	反射及折射.....	72
§ 3.2	光之本質——微粒說.....	73
§ 3.3	光之偏振化.....	75
§ 3.4	光之本質——波動說.....	75
§ 3.5	反射及折射的波動說之解釋.....	77
§ 3.6	簡單諧和運動, 振幅及相角.....	81
§ 3.7	代表最簡單諧和運動的圓圈及其週期.....	81
§ 3.8	同一週期的兩個直線簡單諧和運動之成分.....	83
§ 3.9	週期相同但互成直角的兩個最簡單諧和運動的成分.....	85
§ 3.10	順時針及反時針之圓圈運動.....	87
§ 3.11	正弦式及螺旋式路線.....	89
§ 3.12	波運動.....	90
§ 3.13	橫波, 波方程式的基本形式, 物質波的基本方程式.....	91
§ 3.14	定義瞭解.....	92
§ 3.15	基礎的波方程式之分析.....	94
§ 3.16	光之傳播者——以太.....	96
§ 3.17	波動說的觀察和光色的基礎.....	97
§ 3.18	連續光譜——由稜鏡所作之光的色散.....	98
§ 3.19	單色光.....	99
§ 3.20	正常光及偏振光.....	100
§ 3.21	平面、橢圓及圓圈偏振.....	101
§ 3.22	電氣石板及波動說.....	103
§ 3.23	照明之干涉與強度.....	104
§ 3.24	橢圓運動之正圓當量.....	107
§ 3.25	光之電磁說.....	109

第四章 雙折射及偏振光鏡..... 113

§ 4.1	由反射所發生之偏振.....	113
-------	----------------	-----

§ 4.2	反射之分析	114
§ 4.3	由折射所發生的偏振	115
§ 4.4	方解石晶體	116
§ 4.5	晶體上之光軸，平分面和主平面	118
§ 4.6	雙折射	118
§ 4.7	在雙折射裏的兩支光柱是作平面偏振的	120
§ 4.8	方解石是一單軸負晶體	120
§ 4.9	通過方解石而見到雙映像的原理	121
§ 4.10	異常折射率	123
§ 4.11	垂直入射之波陣面及在折射面之光軸	124
§ 4.12	雙折射綜說	125
§ 4.13	方解石光學特性之結構模型	126
§ 4.14	振動之方向	127
§ 4.15	臨界角	131
§ 4.16	尼科爾稜鏡	133
§ 4.17	格雷-湯姆生及亞命斯稜鏡	134
§ 4.18	二向色性及人造偏振片	135
§ 4.19	正圓偏振光(四分一波晶片)	138
§ 4.20	正圓偏振光之基本特性	140
§ 4.21	平行及交叉四分一波晶片(半波晶片)	141
§ 4.22	標準或交叉式平面偏振光鏡	142
§ 4.23	標準或交叉式正圓偏振光鏡	144
§ 4.24	平行式正圓偏振光鏡	147
§ 4.25	混合式正圓偏振光鏡	147
§ 4.26	白色光源	147

第五章 應力-光律及應力光圖 149

§ 5.1	在正圓偏振場內置一晶體板後之效應	149
§ 5.2	由一正圓偏振光鏡出射之光柱強度	152
§ 5.3	可變厚度的雙折射晶體板	154
§ 5.4	暫時性雙折射	155
§ 5.5	二量綱的應力-光律	156
§ 5.6	純壓力之應力光圖	157
§ 5.7	純張力之應力光圖	158
§ 5.8	純剪力之應力光圖	161
§ 5.9	各向同性點	165
§ 5.10	應力-光律之實驗基礎	166
§ 5.11	等效晶體之一般應力光圖	170
§ 5.12	條紋及其意義	174
§ 5.13	黑點及其意義	174
§ 5.14	應力光圖之組成	175
§ 5.15	條紋數序之作用及其決定	176

§ 5.16	空邊方角及 $(p-q)$ 之曲線	177
§ 5.17	條紋數序是材料的一個函數—條紋數序之決定	178
§ 5.18	模型及材料條紋值	180
§ 5.19	決定模型條紋值之方法及試驗	181
§ 5.20	巴俾涅補償器	184
§ 5.21	巴俾涅-蘇菲爾補償器	186
§ 5.22	用白色光所發生的光測彈性效應	187
§ 5.23	由白色光源的應力光圖來決定 $(p-q)$ 值	189
§ 5.24	用一張力或壓力桿的補償來決定 $(p-q)$ 值	191
§ 5.25	一平面應力系減縮成—加有 $(p-q)$ 的張力之各向同性系	193
§ 5.26	補償片之厚度及條紋值對於 $(p-q)$ 值之影響	194
§ 5.27	由白色及單色光源所造成光圖結果之比較	196
§ 5.28	空邊應力	196
§ 5.29	由白色光源所產生的邊界應力之正負符號	197

第六章 等傾曲線及應力軌道 199

§ 6.1	由一平面偏振光鏡所產生的應力光圖，等傾曲線	199
§ 6.2	等傾線之應用	202
§ 6.3	由白色光源而發生的等傾曲線圖形之描繪	203
§ 6.4	等傾曲線及空邊	207
§ 6.5	等傾曲線及對稱軸線	210
§ 6.6	等傾曲線及各向同性點	211
§ 6.7	在同心載荷及在銼槽上的等傾曲線	217
§ 6.8	正向及負向各向同性點	217
§ 6.9	在二或三個相鄰各向同性點上的等傾曲線	218
§ 6.10	各向同性地區與一等傾曲線之間的區別	222
§ 6.11	應力軌道之建立	223
§ 6.12	在各向同性點上之應力軌道(聯鎖式及非聯鎖式)	225
§ 6.13	應力軌道之基礎理論	229
§ 6.14	純粹力之應力軌道	231
§ 6.15	應力軌道及邊界應力之符號	234

第七章 斜平衡法測定對稱形截面上之主應力 241

§ 7.1	梅斯尼其氏定理	241
§ 7.2	拐點	244
§ 7.3	依據拉-馬氏及梅氏方程式所定出的在空邊上的條件	245
§ 7.4	橫過一對稱體截面之切線邊界應力的變異	246
§ 7.5	與對稱體截面成垂直的應力曲線之傾斜度	249
§ 7.6	橫過對稱體截面之切線邊界應力最高值的符號	251
§ 7.7	承受純粹張力而中央有圓孔的無限開板上的各種應力	252
§ 7.8	座點之位置	256

§ 7.9	應力積過對稱體截面時所需要的安全條件	258
§ 7.10	同心載荷之當量	273
第八章	用切力差數法決定直線上之切力及正應力	281
§ 8.1	在一平面上的切應力	281
§ 8.2	切應力之方向	283
§ 8.3	梁體上之切應力	285
§ 8.4	主應力 σ_x 及 σ_y	291
第九章	用圖解積分法求主應力	316
§ 9.1	拉-馬氏方程式之菲隆氏轉換式	316
§ 9.2	用於對稱形截面之菲隆氏轉換式	319
§ 9.3	菲隆氏方程式之圖解積分法	320
§ 9.4	與同心載荷線合一的對稱體軸線	323
第十章	材料與模型	352
一	材料	352
§ 10.1	光測彈性材料之理想條件	352
§ 10.2	玻璃	354
§ 10.3	賽璐珞	354
§ 10.4	電木之一般性質	356
§ 10.5	決定電木的抗張強度及其他性質的方法	357
§ 10.6	低溫變化對電木的物理和光學性質之影響	361
§ 10.7	電木在中溫及高溫時之作爲	362
§ 10.8	固定性或凝結性應力光圖	365
§ 10.9	凝結性應力光圖之應用	368
§ 10.10	解釋凝結性現象之偶相說	370
§ 10.11	電木之偶相分子結構	371
§ 10.12	原始應力及凝結性應力光圖	373
§ 10.13	電木之退火	374
§ 10.14	明膠(明角)	377
§ 10.15	不靈敏性及其他光測材料	381
二	模型	382
§ 10.16	光測彈性模型製作方法	382
§ 10.17	不規律形體之切削	385
§ 10.18	切削應力	387
§ 10.19	電木之磨削	388
§ 10.20	磨光工作	391
§ 10.21	製作光測彈性模型之基本程序	393

§ 10.22 模型厚度對於應力形態的影響	394
§ 10.23 由模型轉移到原件	395

第十一章 應力光圖、設備特點及攝影 397

一 應力光圖 397

§ 11.1 時間-邊緣效應	397
§ 11.2 蠕動	399
§ 11.3 在應力光圖邊界上之切前應力的效應	402
§ 11.4 在邊界及邊界應力視見性上的困難	404
§ 11.5 邊界清晰度之理想條件	405
§ 11.6 邊界模糊度之成因	408
§ 11.7 模型之定位	409
§ 11.8 因載荷而發生的困難	412
§ 11.9 在純彎力體上的切前應力和時間、邊緣效應所組成的合成效應	412
§ 11.10 在純彎力上之其他困難	414

二 設備之特點 417

§ 11.11 偏振光鏡之式樣	417
§ 11.12 各種透射式偏振光鏡之應用	419
§ 11.13 反射式偏振光鏡之應用	421
§ 11.14 偏振光鏡之定位及試驗	422
§ 11.15 載荷機	426
§ 11.16 液壓載荷組織	428
§ 11.17 工作台、攝影機及燈泡	429

三 攝影 430

§ 11.18 攝影機及其他附件	430
§ 11.19 應力光圖及等傾曲線之拍攝	431

第一章 平面(二量綱)上之應力及畸變

一 在一點上的應力

§1.1 因純張力而發生的正應力及切應力

應力，是代表着每單位面積上的力^①。更明確地可用下一公式來說明在一界範面積為 ΔA 上的一點 P 上所有的應力 σ ：

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

上式中之 ΔF 代表在 ΔA 面積上圍繞着指定點的力的增量。應力 σ ，有時是稱為合應力。為方便計，可依其性質分為正應力及切應力兩個分力，前者是與 ΔA 面積的平面成垂直的，後者則是與 ΔA 面積的平面成平行的。它的垂直分力(即正應力)可能是一張應力，亦可能是一壓應力。

圖 1.1a 示一承受一個純張應力 σ_x 的原件。如果把這個原件的中部依 θ 角切成兩段而得 $A-A$ 斜面如圖 1.1b 所示者，則原來指定的正應力 σ_x 將產生一個正應力 σ_θ 及一個切應力 τ_θ 。由這個圖面可以看到：範定 $A-A$ 斜面的 θ 角是測定自 X 軸線與斜面法線 N 之間的角度。如果由 X 軸線到 N 法線的旋向是反時計方向的如圖 1.1b 者，它的角

① 在有些書上把每單位面積上的力，稱為單位應力或應力強度，和把應力這個術名當作力一樣看待。在本書裏，應力這個術名是非常廣用的，它僅代表着每單位面積上的力，並不包含其他意義。至於用到“力”字的地方，則僅是指力的性質而已。

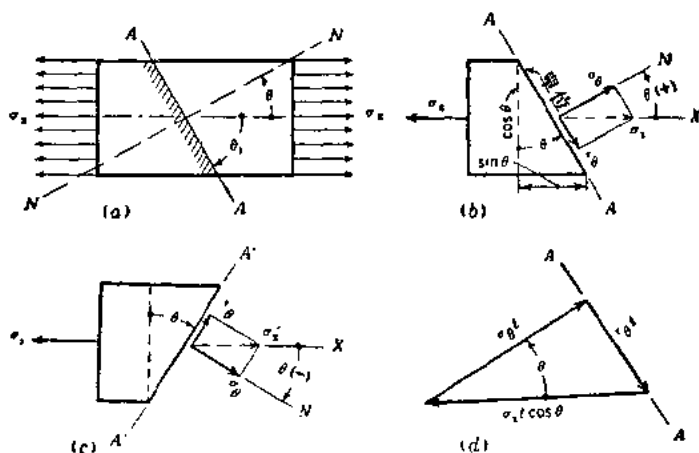


圖 1.1 一斜面上由純張力而發生的切應力及正應力之決定和其關係

度是正數的；反之，如果由 X 軸線到 N 法線的旋向是順時針方向如圖 1.1c 者，則它的數值是負數的。

物體所感受的應力方向是很容易予以檢定的。在純張力例子裏，應力 σ_θ 及 τ_θ 的方向必是與圖 1.1b 及 c 所示者相同的，而它們二者的合力則又必是與應用應力 σ_x 相反的。但在壓力的例子裏，這些應力的方向則是和上面的情況相反的。

為求得感受了的應力 σ_θ 及 τ_θ 的計算公式，我們可以把從原件上依 $A-A'$ 斜面切下的一段當作一自由體，和用平衡條件來安排作用於它上面的力。這樣一個由圖 1.1a 原件切下的左段的自由體圖見於圖 1.1b。令斜面的長度成爲一個測量單位，則橫截面的長度即爲 $\cos \theta$ 。作用於它各面上的力爲： $\sigma_\theta t$ 、 $\tau_\theta t$ 及 $\sigma_x t \cos \theta$ ，其中 t 是原件的厚度。圖 1.1d 是這個自由體上的力三角圖。由這個力三角圖可以求得：

$$\sigma_\theta t = \sigma_x t \cos \theta \cos \theta$$

或

$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2 \theta \quad (1.1a)$$

因此

$$\tau_{\theta} t = \sigma_x t \cos \theta \sin \theta$$

或

$$\tau_{\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\theta \quad (1.2a)$$

有時亦需要用圖 1.1a 的補角 θ_1 來計算 σ_{θ} 及 τ_{θ} 兩個應力。對於這個角度的關係為：

$$\theta = 90 - \theta_1$$

公式(1.1a)因而可改成為：

$$\sigma_{\theta} = \sigma_x \cos^2 (90^\circ - \theta_1) = \sigma_x \sin^2 \theta_1 \quad (1.1b)$$

及

$$\tau_{\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2(90^\circ - \theta_1) = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\theta_1 \quad (1.2b)$$

在計算 σ_{θ} 應力時，是用公式(1.1a)或是用(1.1b)，完全是決定於所用的是 θ 角或是 θ_1 角。 τ_{θ} 的計算公式不論用 θ 角或是用 τ_{θ} 角均是相同的。

§1.2 因互成直角的正應力而發生的應力

圖 1.2a 所示者是一承受有正應力 σ_x 及 σ_y 的原件。令 $\sigma_{\theta x}$ 、 $\tau_{\theta x}$ 及 $\sigma_{\theta y}$ 、 $\tau_{\theta y}$ 分別代表單獨作用於斜面 $A-A$ 上的各個應力。根據公式(1.1a)及(1.2a)，這些應力是：

$$\sigma_{\theta x} = \sigma_x \cos^2 \theta$$

$$\tau_{\theta x} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\theta$$

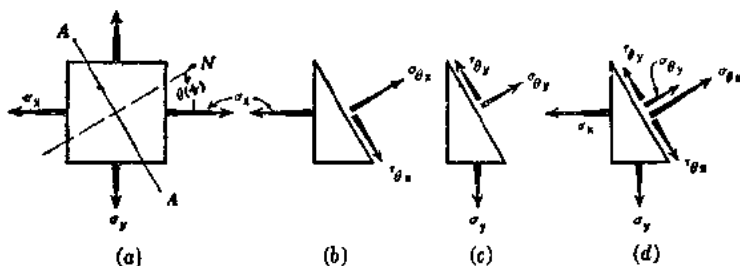


圖 1.2 用來決定因互成直角的正應力而發生於斜面上的應力的疊合法