

# 微波理论与技术

林为干 著

科学出版社

73.217  
300

# 微波理论与技术

林为干 著

科学出版社

1979

## 内 容 简 介

本书是作者自1959年以来在一些讨论班和高年级班所用的讲稿整理而成的,参加讨论班的有厂、所的同志,青年教师及研究生,目的是帮助他们提高解决问题、进行分析计算的能力以及利用文献资料的能力。

本书第一篇主要内容是平面电磁波及其应用;第二篇主要是波导理论;第三篇是椭圆函数的应用。本书除整理了大量文献资料外还有作者本人的研究成果,书后附有习题。

读者对象是大学高年级学生,研究生,工厂、研究所有关科技人员。

## 微波理论与技术

林为干 著

\*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

湖南省新华印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1979年10月第一版 开本:787×1092 1/16

1979年10月第一次印刷 印张:43

印数:0001—28,400 字数:1,002,000

统一书号:15031·228

本社书号:1400·15—7

定价: 4.40 元

# 序

这本书是从1959年以来在一些讨论班和高年级班中所用的讲稿、讲义整理而成的。参加讨论班的有厂、所的同志，也有校内的青年教师及研究生。本来的目的是帮助他们解决一些工作中的问题，提高解决问题、进行分析计算的能力，以及利用文献资料的能力。希望这本书也能达到这个目的，或部分地达到这个目的。

近年来，微波理论与技术的进展很快，用途亦日益变得更广泛。本书涉及的面还不够广，但可作为微波技术与理论方面的基础理论来学习，以便为深入学习微波理论与技术的分支领域打基础。

微波理论与技术的论著是非常丰富的，在技术杂志中出现，在物理杂志和数学、力学杂志中亦出现，故本书的材料取自许多专刊、杂志及专门书籍，也包括作者的一部分工作。

毛主席教导我们：“马克思主义的哲学认为十分重要的问题，不在于懂得了客观世界的规律性，因而能够解释世界，而在于拿了这种对于客观规律性的认识去能动地改造世界。”学习这本书中的理论、方法不只是为了更好地懂得客观世界的规律性，而更重要的是如何把这些理论和方法应用到生产、科学研究和教学中去，尤其是用到生产和科学研究中去，以减少试制、试验的盲目性和工作量，进而做到有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。

以下简单地说明一下本书的系统：第一篇的主要内容是平面电磁波的理论及应用，第一章讨论了分层媒质中的平面电磁波的理论及应用，第二章涉及到具有一定对称性的变折射率的媒质中平面电磁波的理论——微波透镜的几何光学理论。

第二篇的内容主要是波导理论，但第三章的电磁位函数理论包含了几个较经典的开场问题：导体圆柱、导体球、导体圆盘的散射问题及偶极子的辐射问题。

第四章的波型理论及其在波导中的应用就是数学物理方程中的傅利叶方法的应用或向量空间的展开理论的应用，在工程上亦叫做耦合波理论。第五章是直波导中不连续性的等效网络问题，这两章可以单独地作为一个波导问题的教材来学习或讲授。

第六章是波动方程（包括拉普拉斯方程）的可分性及二维边界问题的变换问题，及坐标系的讨论。第七章是静电问题及传输线问题的解，包括变分法的解。这两章又可作为一个电磁场问题的教材。

第八章是衍射理论，主要是介绍 Bethe 的小孔衍射理论及其应用，和讨论积分方程的列出，及它们在波导，谐振腔及天线问题中的应用；第九章则是谐振腔理论及应用，包括简并波型的利用问题。

第十章是以充铁氧体的波导问题为主要内容，企图介绍一些较严格的方法。

书后附有习题，这些习题有些是单纯为了帮助理解书中的内容的，也有些是为了列出一些重要的结果（在实际工作中可能用得到的）。如果读者在阅读本书的过程中能够推导书中的公式或验证一下书中的推导，也就能部分地达到练习的目的了，故不在书中过多地列入习题。

附录及附电磁单位是供参考的。

本书中用的是米、千克、秒、库仑单位制。谐和时间因子是  $e^{j\omega t}$ 。

这本书在 1965 年就有了书稿付印了,从 1972 年以后,作者陆续给厂、所、校的同志们讲课中对本书稿进行了校阅,加入必要的脚注,补充了第三篇的内容:椭圆函数在微波技术中的应用问题(共四章),以适应当前微波电路理论方面的需要。其中第十一章对于初学者可以略去,而从第十二章开始阅读,则对于微波电路设计计算可能有所帮助。

这本书的内容曾经对不同的对象、用不同的学时讲授过,但限于作者的政治和业务水平,在材料的取舍和整理方面的缺点、错误是难免的,希望读者不吝指正。

本书能够出版是在党组织对作者关怀教育的结果,作者特此表示感激。邬琳若、刘述章、刘仁厚及黎安尧同志协助校阅文稿,特此致谢。全书又经曾令儒及刘述章同志校阅一遍,作者谨表示感谢!

作者

一九七八年二月

# 目 录

序 .....	( i )
---------	-------

## 第一篇 平面电磁波理论

第一章 平面电磁波 .....	( 1 )
§ 1.0. 麦克斯韦方程系 .....	( 1 )
§ 1.1. 平面电磁波 .....	( 7 )
§ 1.2. 成层媒质中电磁波的传播 .....	( 13 )
1.2.1. 成层媒质中的特性矩阵 .....	( 16 )
1.2.2. 反射及折射率 .....	( 20 )
1.2.3. 均匀媒质薄层 .....	( 21 )
周期成层媒质 .....	( 25 )
1.2.4. 微波暗室 .....	( 28 )
§ 1.3. 离子密度按指数律分布的媒质中电磁波的传播 .....	( 31 )
§ 1.4. 具有按二次方程分布的离子密度媒质中电磁波的传播 .....	( 36 )
第二章 微波透镜理论 .....	( 42 )
§ 2.1. 作为零波长极限时的电磁场的几何光学解 .....	( 42 )
§ 2.2. 球透镜的解 .....	( 49 )
§ 2.3. 圆柱透镜问题 .....	( 62 )

## 第二篇 电磁场理论

第三章 电磁位函数理论及其应用 .....	( 64 )
§ 3.1. 矢量位函数及标量位函数 .....	( 64 )
3.1.1. 赫芝矢量 .....	( 68 )
3.1.2. 电磁场的标量位表示法——能量传播形式的研究 .....	( 74 )
3.1.3. 平面分界面上表面波存在条件 .....	( 82 )
§ 3.2. 矢量波动方程的直接解 .....	( 87 )
3.2.1. 直角坐标及柱面坐标中的解 .....	( 89 )
圆柱导体的散射问题 .....	( 94 )
3.2.2. 球面坐标中的解 .....	( 96 )
导体球的散射问题 .....	( 100 )
均匀环电流辐射的举例 .....	( 106 )
§ 3.3. 旋转椭球坐标中的解 .....	( 109 )
导体圆盘的散射问题 .....	( 116 )
§ 3.4. 不均匀大气中的偶极子 .....	( 120 )
第四章 波导正规波型理论 .....	( 128 )
§ 4.1. 波导正规波型 .....	( 128 )
单导线问题 .....	( 135 )

§ 4.2.	圆柱波导问题 .....	(139)
§ 4.3.	矩形波导问题 .....	(144)
	矩形波导中其他型场 .....	(147)
§ 4.4.	恒纵磁型场和恒纵电型场 .....	(148)
§ 4.5.	三角形截面波导 .....	(154)
	等边三角形波导 .....	(155)
	一内角为 $\pi/3$ 的直角三角形波导 .....	(158)
	等腰直角三角形波导 .....	(159)
§ 4.6.	波导问题的变分法解 .....	(162)
	莱利-里茨法 .....	(172)
	逆运算符法 .....	(176)
	特征值的下限 .....	(183)
§ 4.7.	波导传播常数的计算方法 .....	(188)
§ 4.8.	波导场的正交关系 .....	(199)
§ 4.9.	直波导壁的有限导电率的影响 .....	(202)
§ 4.10.	均匀直波导的激发问题 .....	(206)
	第一种齐次方程解法: 格林函数理论法 .....	(210)
	第二种齐次方程解法: 广义电报方程法 .....	(213)
	第三种齐次方程解法: 迴路积分法 .....	(215)
§ 4.11.	圆波导中不规则性所引起的 $TE_{01}$ 波的衰耗 .....	(218)
§ 4.12.	媒质膜波导(圆波导转弯问题) .....	(223)
§ 4.13.	不规则媒质膜波导及不规则螺旋波导 .....	(236)
§ 4.14.	正规波型的分类问题 .....	(254)
第五章 波导中不连续性的等效网络 .....		(257)
§ 5.1.	矩形波导中的不连续性问题 .....	(257)
	场分量匹配方法: 电容性截面改变问题 .....	(257)
	较简单的近似法 .....	(268)
	准静电近似方法 .....	(271)
§ 5.2.	函数变换法 .....	(283)
	矩形波导中的平分电阻片所引起的散射 .....	(284)
	波导壁阻抗变化所引起的反射系数 .....	(292)
§ 5.3.	柱体波导中的平面不连续性的变分解 .....	(298)
	传输线比拟 .....	(299)
	障碍导片上电流分布函数作为待求函数 .....	(303)
	矩形波导的感性截面变形 .....	(306)
	圆波导传播圆电波时圆开窗的效应 .....	(308)
第六章 坐标系变换及波动方程的可分性 .....		(315)
§ 6.1.	二维波动方程的可分性 .....	(315)
	二维边界的变换 .....	(318)
	均匀恒磁场中载直流导线的磁场 .....	(322)
§ 6.2.	三维波动方程的可分性 .....	(332)
	椭球坐标系 .....	(334)

第七章 静电场及传输线问题 .....	(340)
§ 7.1. 拉普拉斯方程的可分性 .....	(340)
旋转双极坐标的应用 .....	(341)
环坐标的应用(圆柱与同心圆环电极间的电场) .....	(346)
§ 7.2. 静电问题的直接求解的几个方法 .....	(350)
§ 7.3. 静电问题的变分解 .....	(361)
§ 7.4. 传输线问题的保角变换法 .....	(362)
矩形线问题 .....	(364)
电容之上下限 .....	(366)
§ 7.5. 偏心开槽线的特性阻抗 .....	(376)
§ 7.6. 具有圆柱内导体的矩形及槽形线 .....	(383)
槽形线 .....	(388)
§ 7.7. 传输线问题的变分解 .....	(391)
§ 7.8. 任意截面波导中 TE 波的截止波长的位场模拟测量方法 .....	(397)
误差估计 .....	(400)
举例及初测(校正测量) .....	(400)
第八章 衍射理论 .....	(404)
§ 8.1. 小孔衍射问题 .....	(404)
衍射场 .....	(412)
§ 8.2. 在波导问题中的应用 .....	(415)
矩形波导中 $TE_{10}$ 型波与圆柱谐振腔中 $TM_{110}$ 型波间经圆柱面上小孔的耦合 .....	(421)
矩形波导与圆柱形波导通过圆柱形波导柱面的小圆孔的耦合 .....	(421)
§ 8.3. 等效定理法及其应用 .....	(423)
§ 8.4. 双层电流片法 .....	(434)
§ 8.5. 平面衍射问题中的积分方程 .....	(439)
§ 8.6. 平面扁栅的衍射问题 .....	(450)
第九章 谐振腔理论 .....	(457)
§ 9.1. 空腔谐振器的正交函数族 .....	(457)
§ 9.2. 微扰理论 .....	(477)
腔壁边界的微扰 .....	(477)
腔内异物的微扰 .....	(478)
腔内导体的微扰 .....	(481)
§ 9.3. 耦合理论 .....	(484)
§ 9.4. 简并波型及其应用 .....	(490)
§ 9.5. 单腔多波型微波网络 .....	(493)
第十章 旋磁媒质中的电磁场问题 .....	(499)
§ 10.1. 铁氧体中的电磁波 .....	(499)
§ 10.2. 铁氧体中的电磁波波型 .....	(505)
平面波 .....	(512)
矩形波导问题 .....	(515)
圆柱波导问题 .....	(522)
§ 10.3. 微扰法 .....	(525)



§ 10.4. 矩形波导中的铁氧体分界面的反射	(534)
逐次逼近法	(534)
§ 10.5. 积分方程法	(537)
§ 10.6. 环行器网络	(544)
§ 10.7. 铁氧体参数测量理论与方法	(554)

### 第三篇 椭圆函数在微波技术中的应用

第十一章 椭圆函数	(566)
§ 11.1. 定义	(566)
§ 11.2. 基本定理	(566)
§ 11.3. $\wp(u), \sigma(u)$ 及 $\zeta(u)$ 函数	(568)
§ 11.4. 比较法	(569)
§ 11.5. $\wp(u)$ 的双周期性	(570)
§ 11.6. $\wp(u), \sigma(u)$ 及 $\zeta(u)$ 的一般性质	(570)
§ 11.7. $\wp(u)$ 的相加定理	(571)
§ 11.8. $\wp(u)$ 与 $\wp'(u)$ 间的关系	(571)
§ 11.9. 相加定理的其他形式	(573)
§ 11.10. E. F. 的基本表示式	(573)
§ 11.11. 一些基本公式	(575)
§ 11.12. 举例	(576)
§ 11.13. 西他函数	(577)
第十二章 雅氏椭圆函数	(580)
§ 12.1. 一个积分的周期	(580)
§ 12.2. $\operatorname{sn}u$ 函数	(580)
§ 12.3. 常数 $K$ 及 $K'$	(582)
§ 12.4. $\operatorname{cn}u$ 及 $\operatorname{dn}u$ 函数	(583)
§ 12.5. 加法定理	(584)
§ 12.6. 周期性	(584)
§ 12.7. $u$ 级数展式	(586)
§ 12.8. 几个恒等式及倍公式	(587)
§ 12.9. 雅氏“虚”变换	(588)
§ 12.10. 雅氏 E. F. 的一些特殊值	(589)
§ 12.11. 雅氏 E. F. 中比较法的应用	(592)
§ 12.12. 外氏 E. F. 与雅氏 E. F. 间的关系	(593)
§ 12.13. 椭圆积分	(594)
§ 12.14. $E(u)$ 及 $Z(u)$ 函数	(595)
§ 12.15. 西他函数的应用	(596)
第十三章 共形写象(保角变换)	(597)
§ 13.1. 定义	(597)
§ 13.2. 分式线性变换; 单角及双角多角形的变换	(599)
§ 13.3. 闭合多角形的边界问题	(603)

§ 13.4. 许瓦兹变换 .....	(605)
§ 13.5. 包含椭圆函数的变换 .....	(608)
§ 13.6. 包含着其他 E. F. 的变换 .....	(610)
§ 13.7. TEM 线特性阻抗问题 .....	(611)
第十四章 切比雪夫极值问题 .....	(619)
§ 14.1. 切比雪夫逼近问题与切比雪夫多项式 .....	(619)
§ 14.2. 含 E. F. 的切比雪夫极值问题的解 .....	(622)
§ 14.3. 椭圆函数滤波器的工作特性 .....	(627)
§ 14.4 频率变换 .....	(631)
习题 .....	(633)
附录一 .....	(661)
(一) 矢量分析公式 .....	(661)
(二) 变分法 .....	(662)
(三) 几个定积分 .....	(663)
(四) 矩阵的函数 .....	(666)
(五) 切比雪夫多项式 .....	(668)
(六) 正交曲面坐标中的 $\delta$ -函数 .....	(669)
(七) 电磁场的唯一性定理 .....	(671)
(八) 几个级数和 .....	(671)
(九) 亥姆霍兹定理 .....	(671)
附录二: 电磁单位 .....	(673)

# 第一篇 平面电磁波理论

## 第一章 平面电磁波

在这章里,我们将讨论电磁场基本方程系,从而讨论平面电磁波,此电磁波在其中传播的媒质将被限制为只沿一个坐标发生变化.我们还涉及到几何光学方法,以讨论电磁波的零波长极限时的平面波性质,在这一章里将直接求解电磁场基本方程系而暂不引入辅助位函数.

### § 1.0. 麦克斯韦方程系

当我们研究随时间而变的交变电磁现象的场时,我们应把电场与磁场看成是彼此联系着、相互作用着的一个电磁场的两个方面.

让我们看看我们所熟知的电场和磁场的方程应该如何改变才能正确地描述交变的电磁场.

首先是全电流概念的出现.

我们认为,在导体媒质中,对于直流电流,因而没有电荷的变化时,则在电场中的任一点上传导电流密度的连续性定律(相当于克希荷夫第一定律)是成立的,如以积分的形式表出,则这个定律可写为,对任意闭合曲面  $S$ ,

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-1)$$

或以微分的形式表述如下:

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0 \quad (1-2)$$

其中  $\mathbf{J}$  代表电流密度矢量,是一个位置及时间的连续函数.

但是,对于交流电流来说,则电场中可能发生电荷的变化,传导电流的连续性就不能成立.例如,对于如图 1-1 所示的闭合曲面  $S$ ,则通过这个  $S$  面的传导电流密度矢量的通量已经不等于零,而等于这个  $S$  面内电荷  $q$  的减少率,即

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dq}{dt} \quad (1-3)$$

由高斯定理可见上式的右边可以写成另外一个形式.首先,设  $\mathbf{D}$  是电位移矢量,则

$$q = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-4)$$

然后,由于曲面  $S$  不随时间而变,故即可写出

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

故最后得到

$$\oint_S \left( \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-5)$$

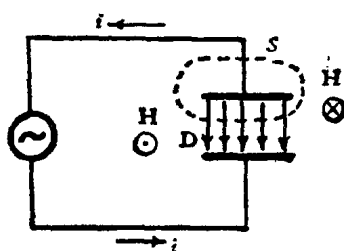


图 1-1 电容器中的位移电流

将(1-5)式与(1-1)式比较,现在我们得到的是

$$\operatorname{div}\left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) = 0 \quad (1-6)$$

英国物理学者麦克斯韦把上式中的  $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$  一项叫做位移电流密度。故我们即得到下面的全电流密度的表达式,

$$\mathbf{J}_c = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-7)$$

可见,在(1-1)和(1-2)式所表出的电流密度连续性定律中,  $\mathbf{J}$  应该理解为由(1-7)式表出的全电流密度。这样,把电流密度理解成为由传导电流密度和位移电流密度共同构成的,则在直流电流中成立的(1-1)和(1-2)两个式子,在交变电磁场中也成立,故要记住,在交变场中,只谈传导电流密度的连续性是没有意义的。

我们来看看,传导电流和位移电流的性质是否相同。前者是媒质中自由电荷的运动的结果,而后者则是如下式所示:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (1-8)$$

即一方面决定于束缚电荷的变化率,而另一方面则又与电场的变化有关。在(1-8)式中  $\epsilon_0$  是真空的介电常数,而  $\mathbf{P}$  则是极化矢量。(1-8)式中第二项就代表在媒质的极化矢量  $\mathbf{P}$  变化时束缚电荷的变化。在真空中,没有电荷的移动,故位移电流纯粹由电场的变化率定出,即在真空中我们得到位移电流密度  $\mathbf{J}_D$  如下:

$$\mathbf{J}_D = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

其次,我们必须认为位移电流亦正如传导电流一样,是与磁场共存的,即是说,要把静磁学中的全电流定律推广如下:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i + i_D = i + \oint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = i + \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} \quad (1-9)$$

其中  $\mathbf{H}$  是磁场强度矢量而  $\Phi_D$  代表通过曲面  $S$  的矢量  $\mathbf{D}$  的通量 ( $S$  是以曲线  $C$  为周界的任意曲面)

$$\Phi_D = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

由(1-9)式,通过矢量分析的运算即可得到微分形式的电磁场的全电流定律,或者叫做麦克斯韦第一方程:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-10)$$

这一个表示式把全电流密度与它的磁场  $\mathbf{H}$  间的关系明确地表示出来。

细看(1-10)式可见,磁场是由传导电流与位移电流两者的总和所产生的。在(1-10)式中出现的是位移电流密度  $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$  和传导电流密度  $\mathbf{J}$ , 自然,要直接测量位移电流所产生的磁场是困难的,不如测量由传导电流所生的磁场那么容易。

上面出现的真空中的介电常数  $\epsilon_0$ , 一般取作  $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$  法/米, 与  $\mu_0 = 4\pi \times$

$10^{-7}$  亨/米的写法相类似,准确值为  $\epsilon_0 = 10^7/4\pi c^2$ , 其中  $c$  为光速,在真空中  $c = 2.997925 \times 10^8$  米/秒,在一般实验室中相对介电常数  $\epsilon_r = 1.00064$ ,故  $c = 2.996966 \times 10^8$  米/秒<sup>1)</sup>,在处理实验数据时,要注意所用的媒质是真空还是实验室中的空气,如果是前者则取  $\epsilon_r = 1$ ,如果是后者,则应取上面提出的值,否则在精密测试中,计算结果中可能出现差错。

而直接量出位移电流所产生的磁场也并非完全必要,因为(1-10)式已由无线电波的传播一事实的存在而证明了,亦即是说只有当位移电流是与磁场共存时无线电波的传播才是可能的。由于  $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$  一项的出现,麦克斯韦曾预言无线电波的存在,后来在 1888 年德国学者赫芝由实验发现这电磁波,这个实验又是后来俄罗斯学者波波夫研究无线电的基础。此(1-10)式,亦即麦克斯韦第一方程的正确性还由我们分析任一件电的或无线电技术器件时得到证实。

其次,在静电场中,我们有

$$\oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-11)$$

即是说,在沿一闭曲线  $c$  的电场环量等于零。法拉第从实验中发现变化的磁场情况下,(1-11)式的结论即不复正确,而应改为

$$\oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-12)$$

即是说,沿任何闭曲线的电场环量等于通过以此曲线为边缘的任一曲面的磁感通量的减少率。在(1-12)式中,  $d\mathbf{S}$  的正方向应由右手螺旋关系来定出,如(1-12)式左边的电动势的迴转方向是右手螺旋旋转的方向,则螺旋前进的方向就是  $d\mathbf{S}$  的取向。

(1-12)式的关系只有当任意两个具有同一边缘的曲面具有相等的磁通量减少率时才有意义。例如,对于图 1-2 构成一个闭合曲面的  $S_1$  及  $S_2$  曲面,则应用(1-12)式即可得到

$$\int_{S_1} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}_1 - \int_{S_2} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}_2 = 0$$

现将第二曲面的方向反过即得到

$$\oint_r \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

或

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_r \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

由此可得

$$\oint_r \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \text{常数} \quad (1-13)$$

此(1-13)式指出,如果在整个磁场存在的过程中,如果出现过没有磁场的情况,故  $B$

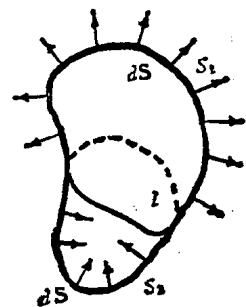


图 1-2 磁感应矢量  $\mathbf{B}$  线的闭合性

1) 见 S. B. Cohn: "Confusion and Misconception in Microwave Engineering", *The Microwave Journal*, Vol. 11, No. 9, 1968, p. 20.

$= 0$ , 则此常数为零, 而在我们的讨论中, 我们总可以认为磁场的产生是在比较不长的过去时间上发生, 而不是在无限长的过去, 故我们可以认为

$$\oint_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-14)$$

即是说磁感应矢量线是闭合的。

由(1-12)式及(1-14)式, 通过矢量分析变为微分形式时, 我们即得到

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-16)$$

同样, 由(1-14)式可得

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-17)$$

其中  $\rho$  是电荷连续分布时的电荷密度, 即

$$q = \int_V \rho d\tau$$

是体积内的总电荷。

(1-10), (1-15), (1-16)及(1-17)式就构成了一个微分方程系, 也就是人们熟知的麦克斯韦方程系。

在物质媒质中我们有

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1-18)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-19)$$

其中  $\epsilon$ ,  $\mu$  分别是媒质的介电常数及导磁系数, (1-10)式中的  $\mathbf{J}$  代表电荷运动所生的电流密度, 故当电荷作均匀徙动时, 我们有

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} \quad (1-20)$$

其中  $\mathbf{v}$  是电荷徙动的速度, 此时, (1-20)式的电流密度叫做徙动电流密度。

在导电媒质中,

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1-21)$$

其中  $\sigma$  是媒质的导电系数, 则(1-21)式的电流密度叫做传导电流密度。此(1-21)式亦即是欧姆定律的微分形式。

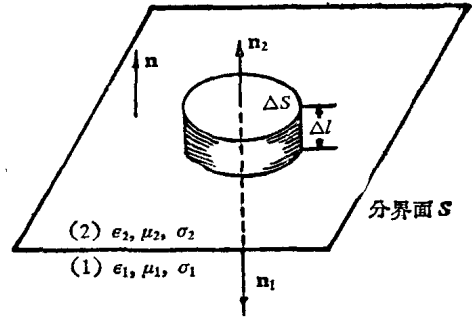
(1-10)式及(1-15)式—(1-21)式所定义的电磁场, 只是对于空间的正常区域才是有意义的, 即是说在其邻近媒质的物理参数的变化是连续的点上这些方程才是有意义的。但是, 通过任一将一种媒质与另一种媒质分开的分界面,  $\epsilon$ ,  $\mu$  及  $\sigma$  诸参数发生跃变, 在宏观理论中, 这种变化可以认为是不连续的变化, 当这种媒质参数不连续变化出现时, 电磁场矢量亦要发生跃变。以下我们将讨论这后一种变化, 亦即电磁矢量通过两种不同媒质的分界面时的不连续性。

我们可以设想: 把两种不同媒质(1)及(2)分开的曲面  $S$  代以一个薄层; 在其中  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\epsilon$  的变化是迅速但仍是连续的, 而且从第一媒质的值  $\mu_1, \sigma_1, \epsilon_1$  变至第二媒质的值  $\mu_2, \sigma_2, \epsilon_2$ 。因此我们可以设在媒质(1)及(2), 及在此过渡层中, 诸电磁场矢量及其第一阶导数都是位置和时间的有界连续函数。设如图 1-3(a) 所示, 通过此过渡层, 我们取一正柱体, 此柱体的高正交于  $S$ , 其顶及底分别位于过渡层的两边, 其高恰为过渡层的厚度  $\Delta l$ , 试取(1-14)式

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

对上述的正柱体的侧面及顶和底进行积分, 如顶及底的面积 $\Delta S$ 是足够小, 则 $\mathbf{B}$ 的值可以认为在整个 $\Delta S$ 上是一常值, 略去高阶项, 则(1-14)式变为

$$(\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n}_1 + \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{n}_2)\Delta S + \text{侧面上的贡献} = 0 \quad (1-22)$$



现在我们令 $\Delta l \rightarrow 0$ , 即使过渡层趋于分界面 $S$ , 图 1-3(a) 分界面上场分量的法线分界的边界条件则(1-22)式中侧面上所贡献的值将趋于零. 如我们取正法线方向为由介质(1)指向介质(2), 则 $\mathbf{n} = \mathbf{n}_2 = -\mathbf{n}_1$ , 而 $\mathbf{B}_1$ 及 $\mathbf{B}_2$ 分别为介质(1)及(2)中的磁感应矢量, 则由(1-22)式, 当 $\Delta l \rightarrow 0$ ,  $\Delta S \rightarrow 0$ 时, 我们有

$$(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (1-23)$$

此(1-23)式指出通过两介质的分界面时 $\mathbf{B}$ 的法线的过渡是连续的.

(1-23)式是对 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ 取极限的结果, 故有时(1-23)式左面的式子又叫做面散度. 对于矢量 $\mathbf{D}$ , 我们可以进行同样的处理, 但此时我们有, 由(1-4)式,

$$\oint \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dS = q$$

当我们对于图 1-3(a) 的正柱体进行(1-4)式左边的积分时, 我们将得到一个如(1-22)式的结果, 如我们以 $\mathbf{D}$ 代(1-22)式中的 $\mathbf{B}$ 的话. 对于(1-4)式右边, 我们设过渡层中的电荷是以密度 $\rho$ 分布着, 当 $\Delta l \rightarrow 0$ 则图 1-3(a) 的正柱体退缩成一圆盘时, (1-4)式右边的 $q$ 仍然是一常数, 因为电荷是不能被毁灭的, 即在

$$q = \rho \Delta l \Delta S$$

中, 当 $\Delta l \rightarrow 0$ 时,  $\rho \rightarrow \infty$ , 故我们可以用表面电荷密度 $\omega$ 代替 $\rho \Delta l$ , 经过这些讨论后, 由(1-4)式, 即得到

$$(\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) \cdot \mathbf{n} = \omega \quad (1-24)$$

(1-24)式指出, 由于在 $S$ 上出现一电荷层, 通过分界面 $S$ 时 $\mathbf{D}$ 的法线分量遭受到一个突变, 等于电荷层的表面密度 $\omega$ , 单位为[1 库/米<sup>2</sup>].

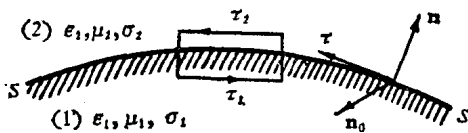


图 1-3(b) 分界面上场分量的切线分量的边界条件 我们有

$$\int_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \oint_{S_0} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{n}_0 dS = 0 \quad (1-25)$$

其中 $S_0 = \Delta s \Delta l$ 是矩形的面积, 而 $\mathbf{n}_0$ 是其法线, 今设 $\boldsymbol{\tau}_1$ 及 $\boldsymbol{\tau}_2$ 是沿矩形上下两长边的切线方向的单位矢量, 略去高阶项, 则由(1-25)式可得:

$$(\mathbf{E}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_1 + \mathbf{E}_2 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)\Delta s + \text{两短边的贡献} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{n}_0 \Delta s \Delta l \quad (1-26)$$

当  $\Delta l \rightarrow 0$ , 即当过渡层趋于分界面  $S$  时, (1-26) 式左边的第二项与  $\Delta l$  成正比地趋于零; 而且, 如我们仍设  $\mathbf{n}$  是  $S$  面的正法线, 则

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{n}_0 \times \mathbf{n}$$

故

$$\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{E} \cdot (\mathbf{n}_0 \times \mathbf{n}) = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{E}$$

故(1-26)式当  $\Delta s \rightarrow 0, \Delta l \rightarrow 0$  时, 取如下的极限:

$$\mathbf{n}_0 \cdot \left[ \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) + \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left( \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Delta l \right) \right] = 0 \quad (1-27)$$

因为我们仍有  $\mathbf{n} = \mathbf{n}_2 = -\mathbf{n}_1$ , (1-27) 中的  $\mathbf{n}_0$  是任意取向的, 故(1-27) 式中的括号内的值必为零, 即

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = -\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left( \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Delta l \right) = 0 \quad (1-28)$$

(1-28) 式指出, 通过两媒质的分界面  $S$  时  $\mathbf{E}$  矢量的切线分量的过渡是连续的。

在分界面上  $\mathbf{H}$  的特性可从(1-9)式得出, 由(1-9)式可得, 由图 1-3(b),

$$\oint_{C_0} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} - \oint_{S_0} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot \mathbf{n}_0 d\mathbf{S} = \oint_{S_0} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_0 d\mathbf{S} \quad (1-29)$$

从而, 如上面一样得到

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \Delta l \quad (1-30)$$

(1-30) 式右边中第一项随  $\Delta l \rightarrow 0$  而趋于零, 因为我们已设  $\mathbf{D}$  及其第一阶导数是有界的。如电流密度  $\mathbf{J}$  是有界的, 则(1-30)式右边第二项亦为零。但在许多应用中, 通过  $S_0$  的  $I = \mathbf{J} \cdot \mathbf{n}_0 \Delta s \Delta l$ , 当  $\Delta l \rightarrow 0$  时, 可被压缩成一无限小的层, 位于分界面  $S$  之上, 此时我们可把(1-30)写成

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{K} \quad (1-31)$$

其中我们取

$$\mathbf{K} = \lim_{\substack{\Delta l \rightarrow 0 \\ \Delta J \rightarrow \infty}} \mathbf{J} \Delta l \quad (1-32)$$

作为表面电流密度矢量, 单位为 [1 安/米]。 (1-31) 式是当两媒质中的一个具有无限大导电系数  $\sigma$  时的极限形式。当分界面两边的媒质的导电系数均为有限值时,  $\mathbf{E}$  的值是有界的, 故由(1-21)式,  $\mathbf{J} \Delta l = \sigma \mathbf{E} \Delta l$  随  $\Delta l$  趋于零, 故我们得到更常遇到的条件

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0 \quad (\text{有限导电媒质中}) \quad (1-33)$$

总结我们以上的讨论, 可见电磁场矢量  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{D}$  及  $\mathbf{H}$  满足方程系 (1-10), (1-15) — (1-17), 而它们的关系可由 (1-18) — (1-20) 式表出。而且当我们从一种媒质过渡到另一种媒质时, 电磁场矢量的过渡是由 (1-23), (1-24), (1-28) 及 (1-31) 式或 (1-33) 式给出, 或利用 (1-18) — (1-20) 式, 得

$$\mathbf{n} \cdot \left( \mathbf{H}_2 - \frac{\mu_1}{\mu_2} \mathbf{H}_1 \right) = 0 \quad (1-34)$$

$$\mathbf{n} \cdot \left( \mathbf{E}_2 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \mathbf{E}_1 \right) = \frac{\omega}{\epsilon_2} \quad (1-35)$$

$$\mathbf{n} \times \left( \mathbf{D}_2 - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \mathbf{D}_1 \right) = 0 \quad (1-36)$$



$$\mathbf{n} \times \left( \mathbf{B}_2 - \frac{\mu_2}{\mu_1} \mathbf{B}_1 \right) = \mu_2 \mathbf{K} \quad (1-37)$$

### § 1.1. 平面电磁波

试取  $\mathbf{J} = 0, \rho = 0$  时的麦克斯韦方程系,

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (1-38)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0 \quad (1-39)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1-40)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-41)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

我们寻求一个只与时间及沿一个定轴上量出的距离  $\zeta$  有关的一维场的电磁场

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\zeta, t), \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}(\zeta, t)$$

其中坐标  $\zeta$  是直角坐标  $(\xi, \eta, \zeta)$  中的  $\zeta$  坐标, 设  $\mathbf{n}$  是沿  $\zeta$  坐标的单位矢量, 故在平面  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = \text{常数}$  上, 见图 1-4,  $\mathbf{E}$  及  $\mathbf{B}$  的值及方向均不变. 在  $\nabla \times \mathbf{E}$  及  $\nabla \cdot \mathbf{D}$  的运算中,

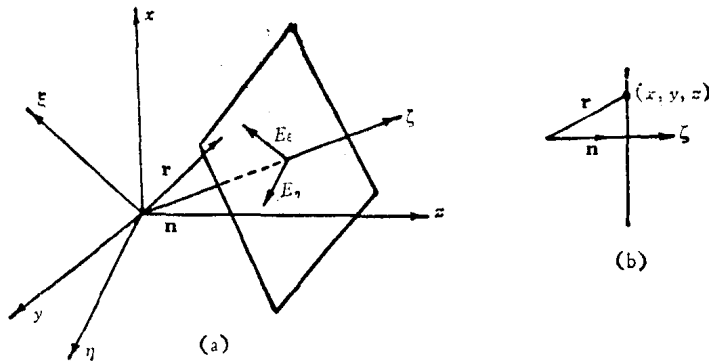


图 1-4 由单位矢量  $\mathbf{n}$  定出的均匀平面波的传播方向

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \zeta} = n_x \frac{\partial}{\partial \zeta}$$

因为  $\zeta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = xn_x + yn_y + zn_z$ , 其中  $n_x, n_y$  及  $n_z$  是  $\mathbf{n}$  的方向余弦. 同样, 有

$$\frac{\partial}{\partial y} = n_y \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = n_z \frac{\partial}{\partial \zeta}$$

故(1-38)~(1-41)式的矢量算子及其作用的结果变为

$$\nabla = \mathbf{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{i}_z \frac{\partial}{\partial z} = (in_x + jn_y + kn_z) = \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial \zeta}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \mathbf{n} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \zeta} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{n} \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \zeta} (\mathbf{n} \times \mathbf{E})$$

现在取(1-38)式, 代入以上的运算, 即得到